Mémoire d'initiation à la recherche

Université de Limoges

INSPE Académie de Limoges
Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Second degré Mathématiques

2021/2023

Comment traiter les erreurs dues au contrat didactique en mathématiques pour enrichir l'apprentissage ?

Julie CARPENTIER

Mémoire encadré par

Olivier RUATTA

Maître de conférences mathématiques, membre du département de mathématiques et responsable du parcours Mathématiques, Master MEEF « second degré ».

Remerciements

Tout d'abord, j'adresse mes sincères remerciements à mon directeur de mémoire, Monsieur Olivier Ruatta, pour les conseils qu'il m'a apportés et les discussions qui ont enrichi ce mémoire, ainsi qu'à Monsieur Jacques-Arthur Weil grâce à qui j'ai découvert et choisi ce thème.

J'adresse un grand merci à ma tutrice de stage Madame Mélanie Bataille, professeure de mathématiques, qui m'a permis de prendre entièrement en main une classe de cinquième, de découvrir d'innovants outils pédagogiques et sans qui ce mémoire n'aurait jamais aussi bien abouti.

Je tiens aussi à remercier Madame Émilie Mestraud et Madame Edith Blanck-Pauliat, professeures de mathématiques intervenant à l'INSPE pour leurs nombreux conseils et leurs enseignements.

Enfin, je remercie l'équipe pédagogique du collège Auguste Renoir pour leur accueil ainsi que les élèves de la classe de cinquième à qui j'ai eu le plaisir d'enseigner pendant un semestre. Ils ont pleinement participé à mon projet et ont maintenu mon envie d'enseigner.

Droits d'auteurs

Table des matières

Table des illustrations

Table des tableaux

Introduction

Lors de mes stages durant mes deux années de formation, j'ai pu observer des situations de classes qui m'ont fait me questionner sur la place de l'erreur dans l’apprentissage et, plus particulièrement, la place des erreurs liées au contrat didactique en cours de mathématiques.

En effet, dans l’enseignement, l’erreur est souvent considérée comme un dysfonctionnement dans l’apprentissage. Or, il s’agit aussi d’un témoin que l’élève est impliqué dans le processus d’apprentissage et correspond à une trace de l’activité cognitive de l’élève, de la façon dont il a réfléchi, raisonné, compris.

Certains enseignants pensent que les élèves découvrent les notions mathématiques par le biais de leur enseignement, cependant, les élèves côtoient d’abord les mathématiques hors du cadre scolaire. D’ailleurs, des éléments de ce contexte social extérieur à l'école disposent d’une importante part dans les représentations des élèves vis-à-vis des mathématiques.

Ainsi, lors de l’apprentissage des mathématiques en milieu scolaire, les élèves vont devoir apprendre à travailler dans une situation particulière avec ces représentations provenant hors du cadre scolaire mais aussi d’enseignements antérieurs. Ils vont donc aussi devoir identifier, décoder puis apprendre le fonctionnement d’une situation de classe gérée par un enseignant particulier, impliquant donc certaines habitudes et attentes implicites de la part de chacun, enseignant comme élèves.

Ce sont ces implicites du fonctionnement d’une classe et leur relation au savoir qui vont m’intéresser ici. Je me suis questionnée sur comment cette perception des attentes réciproques du contrat didactique par les élèves, en situation de classe, est un facteur qui intervient et doit être pris en compte dans l'analyse de la compréhension et de l’application des consignes en mathématiques par les élèves.

Dans le cadre de mon lieu d'exercice en tant que Stagiaire en Pratique Accompagnée (SPA), j'ai eu l'opportunité de prendre entièrement en charge une classe de cinquième (de septembre 2022 à janvier 2023) et d'utiliser un système de ceintures de compétences couvrant l'ensemble des domaines mathématiques. Néanmoins, afin de rester concrète et de recentrer ce questionnement, ce mémoire se focalise sur l'un des domaines mathématiques, en l’occurrence, sur la géométrie.

Cette étude se place donc dans le contexte d'une classe, plus précisément dans le cadre d'un cours de mathématiques de géométrie en cinquième, dans laquelle les élèves accepteraient le travail sur le contrat didactique, c'est-à-dire qu'ils acceptent de travailler et ne remettent pas en cause le rôle de l'enseignant et la confiance qu'ils ont envers celui-ci. L'étude du contrat pédagogique ne fait donc pas partie de mon mémoire, seuls les implicites et les attentes en relation avec la discipline ont été analysés.

Ce questionnement m'a tout d'abord demandé d'étudier l'erreur dans le cadre scolaire afin de pouvoir déterminer plus précisément ce qu'est et comment fonctionne un contrat didactique, suivant la conception de Guy Brousseau (1986). À la suite de cela, je me suis interrogée sur la manière dont ces attentes implicites interviennent en classe, c'est-à-dire quelles sont les consignes que l'on va retrouver dans une classe et comment reflètent-elles les règles implicites des élèves et de l'enseignant. Pour finir, je me suis demandée de quelle manière le contrat didactique peut-il aider les enseignants dans leur travail et les élèves à apprendre et comment mettre concrètement cela en place avec des élèves.

1. Les erreurs dans le cadre scolaire

1.1. Pourquoi et depuis quand a-t'on commencé à étudier la place des erreurs dans l'apprentissage ?

Dans la vie courante comme dans l'enseignement, l'erreur est assimilée à une faute, un échec, c'est-à-dire à quelque chose qu'il faut éviter. Ce statut négatif de l'erreur est renforcé par le traitement des erreurs dans l'apprentissage des apprenants. En effet, selon Yves Reuter dans *Panser l'erreur à l'École* [1], les termes employés (connotation négative), les caractérisations (l'erreur disqualifie son auteur et peut désigner le phénomène comme l'auteur), les causes (manque de travail, inattention, etc.) et les conséquences (mauvaise note, honte, sanction par les parents) que l'on associe à l'erreur mènent à accuser l'élève de se tromper et parfois à la baisse d'estime de soi et à l'abandon des efforts. De plus, toujours d'après Yves Reuter, « *les manières de les gérer* » (éviter les erreurs, il faut les cacher, les sanctionner, les élèves devraient en faire le moins possible) et le fait que les « *bons* » élèves ne commettent que très peu d'erreur, accentuent les conséquences d'une erreur et l'idée que les professeurs doivent en viser l'absence, voir [1].

Cette aversion des erreurs est partagée par les apprenants, les parents de l'apprenant mais aussi par les professeurs. Face aux erreurs de leurs élèves, les professeurs ont le sentiment d'une inefficacité professionnelle mais qui, pourtant, situent un travail bien fait en tant qu'enseignant lorsque la moyenne de leurs évaluations n'est ni trop élevée, ni trop basse [2].

Trop souvent les erreurs sont trop peu analysées et mal gérées, les erreurs des élèves sont fréquemment attribuées par les enseignants à un manque (absence d'attention, de rigueur, de savoir, de travail, etc.) alors qu'elles devraient faire partie intégrante du « *processus d'apprentissage* ». Ainsi, en pratique, l'enseignant doit éviter que l'erreur ne soit un frein aux apprentissages : il devrait l'intégrer dans sa classe en objet de travail, en prenant conscience qu'« *apprendre c'est prendre le risque de se tromper* », voir [3].

En mathématiques, ce statut de l'erreur ne déroge pas à la règle et est même renforcé par le caractère binaire d'un résultat en mathématiques (soit juste, soit faux) et par l'image négative et angoissante des mathématiques qu'ont les élèves. Pourtant, en sciences, l'erreur est indissociable de la construction de savoirs, elle fait partie de l'histoire des sciences (étude du système solaire) et fait même partie des savoirs (marge d'erreur en statistique), cf [1].

De plus, l’erreur est un outil essentiel dans l’enseignement, elle permet d’illustrer si un élève a appris, compris, ce qui permet à l’enseignant d’avoir un retour sur son travail, celui de l’élève comme d’enseignant. Yves Reuter caractérise ainsi l’erreur comme « *une composante obligée des systèmes didactiques* » puisqu’elle est un « *fondement de la force scolaire* ». L’école est le lieu où les élèves ont le droit de faire des erreurs sans conséquences (c’est-à-dire sans mettre en danger, sans perdre d’argent comme s’ils faisaient des erreurs à leur travail) et, puisque « *les erreurs justifient l’enseignement* », elles indiquent que les élèves sont en situation d’apprentissage et que l’enseignement d’un certain contenu est nécessaire, voir [1].

C’est pour cela qu’en France, depuis quelques années, le statut de l'erreur bénéficie d'une valorisation au sein du système scolaire. En effet, comme le met en avant Jean-Pierre Astolfi dans *L’erreur, un outil pour enseigner*, petit à petit l'erreur va être considérée comme un « *témoin* » qui permet de relever les difficultés auxquelles se heurtent « *le processus d'apprentissage* », mais aussi comme « *une ressource didactique* », un outil utile et positif aux enseignants comme aux élèves, d’après [3].

D’après l’article *Aperçu de l'histoire de la didactique des mathématiques francophone* de Jean-Luc Dorier [4], à la fin des années 1960 la réforme des mathématiques modernes, pour le secondaire et le primaire, a conduit le Ministère à fonder les IREM (Instituts de Recherche pour l’Enseignement des Mathématiques), impliquant des mathématiciens mais aussi des psychologues et des enseignants du premier degré à universitaire. D’après cette même source, en plus de la création des IREM, cette réforme a dynamisé la recherche internationale autour de l’enseignement des mathématiques.

À ce stade, les recherches en didactique des mathématiques empruntent un certain nombre d'hypothèses issues des travaux en psychologie sociale, en particulier ceux de Jean Piaget, mais les limites de ces recherches hors du cadre scolaire ont menées à des recherches basées sur des cadres théoriques propres à l’École. L'analyse des processus d'apprentissage dans de tels cadres conduit, en France au début des années 70, à l’émergence de deux théories fondatrices de la didactique des mathématiques : celle des « *situations didactiques* » de Guy Brousseau (dès 1972) et celle des « c*hamps conceptuels* » de Gérard Vergnaud (dès 1981). Ces deux théories fondatrices vont être enrichies par l’analyse et le travail de plusieurs psychologues et enseignants de mathématiques du premier et second degré jusqu’à recevoir un nouvel apport majeur dans les années 80 avec la « *théorie Anthropologique du Didactique* » d'Yves Chevallard (dès 1985), cf [4].

Ces recherches autour des didactiques ont peu à peu été mises en commun pour s'orienter vers un élargissement du concept de sciences de l'éducation, voir [4]. C'est lors de ces recherches, sur les différents acteurs et relations dans une classe, qu'une question commune à toutes les didactiques et principale dans la recherche des situations d'apprentissage est soulevée : celle du statut de l'erreur dans l'apprentissage.

1.2. Une typologie des erreurs

L'erreur correspond à un écart à une norme, un point de référence. En effet, la réflexion/production d'un élève est toujours cartésienne et cohérente par rapport à sa logique, son répertoire d'expériences et de savoirs mémorisés. Cependant, ce processus qu'a entreprit l'élève ne concorde pas forcément aux attendus (savoirs, savoirs-faire et savoirs-être) du contrat (professeur, programmes officiels), voir [5]. Ainsi, il n'existe pas d'universalité de l'erreur (la norme diffère selon les professeurs et les années), ni d'intemporalité. On apprend avec, grâce à ou contre ses représentations et ses connaissances antérieures qui ne disparaissent jamais mais qui coexistent avec les nouveaux savoirs.

C'est pourquoi, le travail à partir de l'erreur des élèves est quelque chose de complexe car l'enseignant doit avoir suffisamment de recul sur les notions enseignées mais également sur sa pratique pour pouvoir la repérer, l'anticiper ou travailler à partir de celle-ci.

Ainsi, il est important de connaître les types d'erreurs et leur provenance et pour cela les recherches sur l'erreur sont nombreuses. Néanmoins, pour mon étude, je me réfère principalement sur *L'erreur, un outil pour enseigner* (1997) de Jean-Pierre Astolfi [3], dans lequel apparaît une riche typologie des erreurs.

Tableau 1 : Une typologie des erreurs des élèves basée sur *L'erreur, un outil pour enseigner* de Jean-Pierre Astolfi (1997) [3]

Nature du diagnostique	Détails
1- Erreurs relevant de la rédaction et de la compréhension des consignes	→ Les termes employés ne sont pas tous transparents (analyser, indiquer, expliquer, interpréter, conclure). → Le vocabulaire employé par chaque discipline est aussi source de problème.
2- Erreurs résultant d'habitudes scolaires ou d'un mauvais décodage des attentes	→ L'erreur peut résulter d'un mauvais décryptage des règles du contrat scolaire.
3- Erreurs témoignant des conceptions alternatives des élèves	→ Les élèves restent sur une conception erronée, sur un concept qui n'a pas évolué malgré l'apprentissage.
4- Erreurs liées aux opération intellectuelles impliquées	→ L'élève peut déclencher une opération mentale à partir l'interprétation qu'il a de déclencheurs. → L'apprentissage se construit dans le long terme en passant par des étapes successives.
5- Erreurs portant sur les démarches adoptées	→ L'élève utilise une démarche qui n'est pas la plus efficiente. Cette démarche est source d'erreurs car cognitivement coûteuse ou lourde à mettre en place.
6- Erreurs dues à une surcharge cognitive au cours de l'activité	→ Trop de tâches à effectuer → Difficultés pour comprendre et mémoriser tout ce qui a été présenté
7- Erreurs ayant leur origine dans une autre discipline	→ L'élève ne réinvestit pas une notion dans un autre champ disciplinaire.
8- Erreurs causées par la complexité propre au contenu	→ L'analyse didactique des nœuds de difficulté internes à la notion n'a pas été suffisamment faite. → La complexité interne du contenu a des répercussions du point de vue psychologique de l'apprenant (charge mentale, nature des opérations intellectuelles…).

Ces huit types d'erreurs surviennent dans une situation d'apprentissage et peuvent être schématisés sur un triangle dont les sommets sont le maître, l'élève et le savoir et dont les côtés représentent les relations entre ces trois acteurs de la situation d'apprentissage.

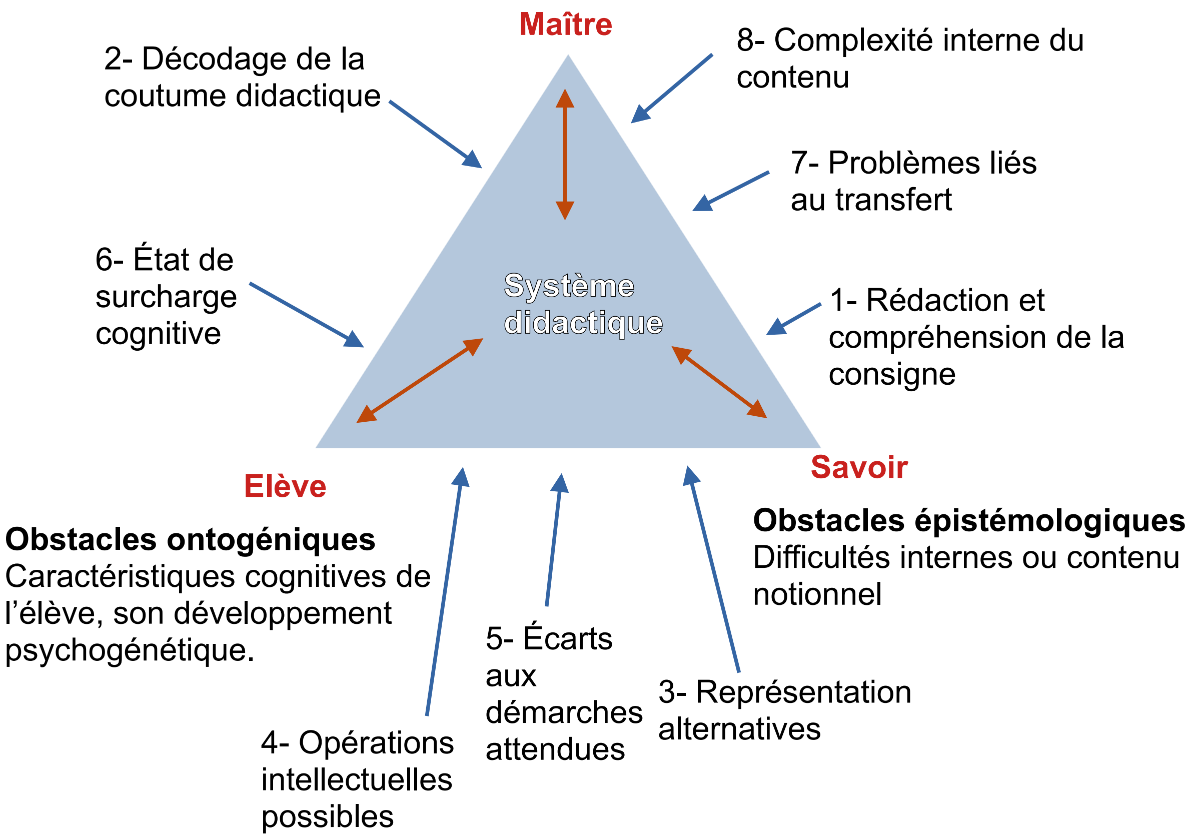


Illustration 1 : Une schématisation des types d'erreurs.

Source : D'après *L'erreur, un outil pour enseigner* de Jean-Pierre Astolfi (1997) [3]

Pour la suite de mon étude, je vais m'intéresser à la relation entre le maître et l'élève et donc, plus particulièrement, aux erreurs provenant d'une insuffisance du « décodage de la coutume didactique », c'est à dire en relation avec le contrat didactique.

1.3. Les erreurs en relation avec le contrat didactique

1.3.1. Depuis quand parle-t'on de contrat didactique ?

La notion de contrat didactique a été introduite dans « *la théorie des situations didactiques* » au tout début des années 80 par Guy Brousseau. En effet, celui-ci n'a pas focalisé ses analyses sur l'échec global, indifférencié des disciplines, mais il a étudié l'échec spécifique aux mathématiques, ce qu'il appelle « *l'échec électif en mathématiques* », voir [6].

C'est à travers ces analyses, avec J.Pérès et via l'observation de l'étude du cas de Gaël, que G.Brousseau va définir le contrat didactique, dans *Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire* (1980), comme étant « *une relation qui détermine — explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement — ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autr*e », [6].

Ainsi, le contrat didactique a permis une avancée décisive dans la compréhension des conduites des apprenants et de l'enseignant (d'où la notion de contrat entre ces deux acteurs d'une situation d'apprentissage) et constitue une partie essentielle de toute situation didactique.

Il s'agit donc d'un contrat largement implicite qui se tisse entre le professeur et les élèves en relation avec un savoir, de cette manière une sorte de « *microsociété* » s'installe dans la classe [7], c'est-à dire une société disposant de ses propres règles, mais sans que celles-ci soient édictées, formalisées, mais qu'il ne faut pas transgresser.

Dans cette même source, G.Brousseau souligne quatre points forts dans cette relation entre apprenant et enseignant :

> *« • Le professeur est supposé créer des conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances, et il doit « reconnaître » cette appropriation quand elle se produit.*
>
> *• L'élève est supposé pouvoir satisfaire ces conditions.*
>
> *• La relation didactique doit « continuer » coûte que coûte.*
>
> *• Le professeur s'assure donc que les acquisitions antérieures et les conditions nouvelles donnent à l'élève la possibilité de l'acquisition. »*

Ainsi, les élèves raisonnent sous influence par le « *jeu* » du contrat didactique, chaque élève tente de s'adapter aux attentes du professeur, tout en lui faisant confiance, et, implicitement, « *interprète la situation qui lui est présentée, les questions qui lui sont posées, les informations qui lui sont fournies, les contraintes qui lui sont imposées, en fonction de ce que le maître reproduit, consciemment ou non, de façon répétitive dans sa pratique de l'enseignement* », voir [6].

Bien des erreurs proviennent des difficultés des élèves à décoder ces implicites régis sous le contrat didactique, cependant le contrat didactique est nécessaire pour que la situation didactique existe, c'est-à-dire pour que les élèves soient en réelle situation d'apprentissage. Il est donc intéressant de déterminer comment fonctionne le contrat didactique pour pouvoir remédier au mieux aux erreurs dues à celui-ci.

1.3.2. Comment fonctionne un contrat didactique ?

D'après G.Brousseau, l'idée première que l'idéal du contrat didactique est lorsque les élèves le respectent est à revoir.

Il est important que les élèves prennent part au contrat didactique en s'engageant et en acceptant l'idée que le professeur soit l'intermédiaire entre eux et le savoir et qu'il va « *produire une recontextualisation et une repersonnalisation des connaissances* » dans l'objectif de « *donner les moyens à ses élèves de retrouver dans cette histoire particulière qu'il leur a fait vivre, ce qu'est le savoir culturel et communicable* » qu'il a voulu leur enseigner, voir [7]. G.Brousseau appelle cela, *« la transposition didactique* ».

Cependant, avec cette vision du contrat didactique, pour aider ses élèves qui n'auraient pas saisi la totalité des implicites, l'enseignant aurait tendance à être beaucoup plus explicite quant à ses attentes. Or, cette manière de réagir face à l'obstacle conduirai à un « *paradoxe du contrat didactique* » [7] et donc à une situation didactique contre-productive.

En effet, « *si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir* » [7], autrement dit, l'élève n'aura pas construit et trouvé de lui-même les compétences et connaissances exigées. De ce fait, l'idée de fonctionnement du contrat didactique n'est pas de construire un contrat didactique très explicite avec les élèves, sinon les élèves ne se retrouvent plus en situation d'apprentissage. L'enseignant doit « *donner les moyens à ses élèves* » d'apprendre [7], de réutiliser ses compétences et connaissances en accord avec le problème qu'il doit résoudre. S'il précise explicitement à ses élèves quelles sont ses attentes ou ce qu'ils doivent faire (par exemple, utiliser telle opération dans telle situation) dans un problème donné, alors l'enseignant ne remplit pas son rôle et une partie du raisonnement demandé aux élèves, en lien avec certaines de leurs connaissances (exigibles), ne sera pas mobilisé. De cette manière l'élève n'aura pas l'occasion de comprendre, il appliquera plutôt des sortes de « *procédures ou d 'algorithmes* », cf [7].

G.Brousseau partage dans cette même source un exemple de contrat didactique trop explicite avec ce qu'il appelle l'effet Topaze, provenant de la pièce « *Topaze* » de Marcel Pagnol :

«TOPAZE, il dicte en se promenant

" Des moutons...Des moutons ...étaient en sûreté ... dans un parc. (Il se penche sur l'épaule de l'Elève et reprend.) Des moutons... moutonss...(l'Elève le regarde ahuri.) Voyons, mon enfant, faîtes un effort. Je dis moutonsse. Etaient (il reprend avec finesse) étai-eunnt. C'est à dire qu'il n'y avait pas qu'un moutonne. Il y avait plusieurs moutonsse. "

L"Elève le regarde, perdu.»

Dans cette situation, l'enseignant, voyant un élève en difficulté, simplifie trop la tâche en explicitant ce qu'il attend que l'élève écrive en accentuant phonétiquement sur les fins de mots de « mouton », « moutons » et « étaient » afin que l'élève mette le mot mouton au pluriel. Cependant, en agissant ainsi, l'enseignant n'accomplit pas son devoir et n'aide par l'élève car il surmonte l'obstacle à sa place. Il ne s'agit donc plus pour l'apprenant de comprendre et connaître le pluriel mais d'appliquer ce qu'on lui indique de faire.

La difficulté de cette situation réside du fait qu'un contrat didactique ne doit pas être trop implicite non plus, au risque que les élèves ne soient plus en situation d'apprentissage, qu'ils perdent cette relation de confiance avec leur enseignant et qu'ils ne se mettent plus à essayer, en position de travail. Il ne faut pas oublier que les élèves ont déjà un bagage de connaissances provenant d'un enseignement antérieur ou d'une vision qui leur est propre. Ainsi, comme le contrat didactique change en fonction des enseignants et des années, il est important d'être suffisamment explicite pour que les élèves utilisent le nouveau contrat didactique propre à « cette » situation d'apprentissage.

Il existe donc une infinité de contrat didactique qui diffèrent d'une heure de cours à l'autre selon l'enseignant, les élèves, la matière, l'avancement dans l'année scolaire, etc.

G.Brousseau affirme que c'est à cause de ces différences de contrats didactiques que cette idée première qu'un contrat didactique ni trop explicite ni trop implicite mène à la quasi-absence d'erreurs liées au contrat didactique, est à revoir. C'est à travers cette réflexion que G.Brousseau affirme que l'apprentissage se produit lors d'une « *rupture* » du contrat didactique, cf [7].

Un exemple bien connu de rupture de contrat est « *l'âge du capitaine* », proposé à des élèves de primaire par l'IREM de Grenoble dans le cadre de la résolution de problèmes.

« Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ? »

Parmi les 97 élèves interrogés, 76 ont donné l'âge du capitaine en utilisant les données numériques présentes dans l'énoncé, soit 26 + 10 = 36 donc le capitaine a 36 ans, voir [8].

Cet exemple remet en cause des règles du contrat très implicites pensées par les élèves, comme le fait que tous les problèmes ont une solution ou alors qu'il faut utiliser toutes les données de l'énoncé. En effet, dans ce cas-là, les apprenants ne contrôlent pas le sens de l'exercice, ils se contentent de répondre au problème comme le demande le professeur, même si face à des problèmes de ce type certains élèves sont conscients de l'incohérence de l'énoncé. Cependant le contrat didactique classique ne prévoit pas qu'ils doivent se questionner et se prononcer sur la pertinence du problème donc les élèves essaient de trouver une certaine cohérence dans leur réponse, voir [8].

Suite à cette expérience, R. Charnay propose deux catégories d'implicites du contrat didactique qui peuvent être sources de problèmes pour les élèves [12] :

- Les ***« règles du contrat élaborées par l'élève »*** comme par exemple, toutes les questions ont au moins une solution ; il faut utiliser toutes les données de la consigne ; il faut utiliser ce qui été vu dans le chapitre en cours ; dans l'énoncé, s'il y a le mot « perdre », il faut effectuer une soustraction, etc.
- Les ***« règles spécifiques à une activité donnée ; l'élève ne sait pas alors exactement ce que le maître attend de lui »*** : ces règles interviennent généralement à chaque nouvelles connaissances et peuvent ne pas être comprises par une partie des élèves si elle ne sont pas explicitées par l'enseignant, comme le fait qu'il faut justifier ses réponses, utiliser les nouveaux outils qui ont été vus pour la suite de la scolarité (outils géométriques, propriétés, tableau de variations, etc.), la manière de répondre à la question.

Ainsi, tout enseignement d'un nouveau savoir provoque des ruptures de contrat, plus ou moins conséquentes et visibles pour les élèves, mais anticipées par l'enseignant pour en maîtriser les effets. L'apprentissage va donc reposer sur des ruptures, des continuelles renégociations de nouveaux contrats par rapport à des anciens savoirs, cf [7].

1.3.3. L'évolution du contrat didactique à travers la scolarité : l'inégalité triangulaire

Pour mettre en pratique ces recherches sur le contrat didactique, cette réflexion sur le contrat didactique se portera sur une séquence de géométrie et, plus précisément, lors du cours sur l'inégalité triangulaire en classe de cinquième.

Tout d'abord, l'étude du contrat didactique et des implicites en géométrie est particulièrement intéressant puisque les élèves passent par trois différents types de géométries à travers leur scolarité.

Au début de leur scolarité, c'est-à-dire aux cycles 1 et 2, les élèves travaillent sur une géométrie dite « *de la perception* », voir [18]. C'est-à-dire qu'au cycle 1, les élèves apprennent à reconnaître, décrire des « *formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs »*, à « *appréhender la notion d'alignement »* constituant « *une première approche de la géométrie et de la mesure »* par « *la perception visuelle* » cf [15] et [16]. Par la suite, à la fin du cycle 2 et au cycle 3, les élèves commencent à utiliser les instruments de géométrie comme outils de contrôle (et non plus seulement comme outils de construction) et passent ainsi, implicitement, à une « *géométrie instrumentée »*, voir [18]. Progressivement, les élèves travaillent une géométrie « *où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont essentiellement contrôlés par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant* », pour ensuite commencer à expliciter les propriétés des objets géométriques contrôlés, [16]. Pour finir, au cycle 4, les élèves passent à une « *géométrie mathématisée* » ou encore déductive, autrement dit, les élèves utilisent toujours leurs sens, leurs perceptions et leurs instruments, mais ils valident maintenant leurs conjectures par « *le raisonnement* », « *l'argumentation* » et « *la démonstration* », [17].

> *« Du cycle 2 au cycle 4, le contrôle des propriétés géométriques passe de la perception au dessin, puis à une géométrie plus abstraite, contrôlée par le raisonnement, qu'il soit formalisé ou non par une démonstration écrite. »* [17]

Les changements entre ces trois géométries constituent une grande difficulté pour les élèves puisque, tout d'abord, ces ruptures se font de manière implicite, de plus, chaque géométrie demande aux élèves des actions (voir, vérifier et démontrer) et des outils (yeux, instruments et théorèmes) différents, voir [18].

Ce sont dans ces ruptures de contrat didactique que s'inscrit cette étude autour de l'inégalité triangulaire. En effet, cette notion mathématique enseignée en classe de cinquième [20] permet de travailler des règles du contrat didactique qui illustrent le passage implicite de la géométrie de perception et instrumentée à une géométrie déductive et cela à travers la construction de triangles. Avant d'expliciter les règles du contrat didactique qui nous intéressent ici, analysons tout d'abord le programme des quatre cycles autour des triangles et cela au prisme des trois sortes de géométries.

Dès le cycle 1, les élèves savent discerner « *intuitivement des formes (carré, triangle, etc.)* », une institutionnalisation est cependant effectuée comme « *première approche de la géométrie* » afin de lier la « *perception visuelle* » au « *langage* » pour décrire et identifier des « *premières caractéristiques descriptives* » de ces formes planes, cf [15] .

Ainsi, en cycle 2, les élèves sont parés pour utiliser leurs instruments de géométrie afin de tracer des figures planes mais aussi afin de vérifier, repérer des propriétés géométriques (par exemple l'alignement ou la perpendicularité) et s'en servir pour « *reconnaître, nommer les figures usuelles* », cf [16].

« Utiliser la règle (non graduée) pour repérer et produire des alignements », cf [16].

« Repérer et produire des angles droits à l'aide d'un gabarit, d'une équerre. », cf [16].

Par la suite, en cycle 3, les élèves continuent le travail entamé sur l'utilisation des instruments de géométrie, cependant, ils commencent à se servir de raisonnements et de propriétés pour nommer, en justifiant, des figures planes. En effet, par exemple, c'est au cycle 3 que les triangles particuliers sont introduits, de ce fait, pour reconnaître ou décrire un triangle particulier, l'élève doit utiliser le codage de la figure pour le relier aux définitions et propriétés qu'il connaît afin d'en déduire la nature du triangle, cf [22].

C'est surtout au cycle 4 que les élèves travaillent la géométrie déductive avec notamment pour les triangles, la « *caractérisation angulaire du parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, théorèmes de Thalès et de Pythagore* » qui « *fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre de raisonnements et démonstrations* », cf [22].

C'est donc dans cette idée d'évolution entre la géométrie instrumentée et de perception à la géométrie déductive que se place le chapitre sur l'inégalité triangulaire. Il s'agit de cette transition qui est source de nombreuses règles du contrat didactique et de leur rupture.

Reprenons maintenant notre étude du contrat didactique relatif à l'inégalité triangulaire et, plus particulièrement, l'étude de trois principales attentes implicites du contrat didactique qu'il a été possible de relever suite à des recherches et des observations. Deux de ces règles du contrat didactique sont explicitées ci-dessous et la troisième sera introduite dans la partie 2.3 de ce mémoire.

Commençons tout d'abord par étudier le contrat didactique lors de l'introduction de l'inégalité triangulaire. D'après les recherches partagées par G. Arsac autour de la vérification et démonstration en géométrie et des expériences sur l'inégalité triangulaire [21], l'inégalité triangulaire, plus précisément sa réciproque lors du cas d'égalité, fait « *apparaître la question de la vérification graphique et de ses limites* », cf [21]. Effectivement, lors de l'introduction de l'inégalité triangulaire, le cas du triangle aplati combiné aux imprécisions des tracés des élèves avec leur règle et leur compas, permet à l'enseignant de travailler sur une des règles du contrat didactique élaborée par l'élève consistant à utiliser le « *dessin comme outil de preuve* », cf [21]. Ainsi, lorsqu'il leur est demandé s'il est possible de tracer un triangle avec trois longueurs données (qui correspondent au cas du triangle aplati), les élèves vont essayer de tracer ce triangle et émettre une conclusion à travers le constat graphique de la figure qu'ils ont obtenue, puisqu'à ce stade de leur scolarité (début du cycle 4), les élèves se placent encore dans la géométrie de perception et instrumentée.

Ainsi, au cours de ce chapitre, il va être attendu des élèves de ne plus utiliser le constat graphique comme preuve, notamment pour justifier si un triangle est constructible ou non, mais plutôt d'utiliser les propriétés vues dans leur leçon autour de l'inégalité triangulaire.

Cette contrainte d'utiliser l'inégalité triangulaire en particulier, rejoins une règle du contrat didactique qui ne se restreint pas à la notion d'inégalité triangulaire. Il s'agit d'une règle élaborée par les élèves bien connue sur le fait qu'il faut utiliser ce qui a été vu dans le chapitre en cours. Le but ici n'est pas de provoquer une rupture de cette règle puisqu'il est bien attendu des élèves de justifier si un triangle est constructible, en sachant la longueur de ses trois côtés, par la réciproque de l'inégalité triangulaire (hors la justification en essayant de tracer ce triangle, il s'agit de la seule manière que les élèves ont dans ce cas). Il s'agit plutôt de vérifier si les élèves ont bien identifié cette attente implicite de l'enseignant qui est de justifier si un triangle est constructible ou non de la même manière que dans la leçon et les exercices, c'est-à-dire en se servant de l'inégalité triangulaire.

Une première attente implicite du contrat didactique est donc mise en évidence et est retenue pour la suite de ce mémoire sous la notation **R1**. Elle traite « l*a confiance dans le* *dessin* » qu'ont les élèves, c'est-à-dire leur réflexe d'avoir « *recours au milieu matériel pour la validation* » d'une réponse, d'une hypothèse, cf [21], et peut être résumée en R1 : **« Pour justifier, vérifier si un triangle est constructible, il faut raisonner avec l'inégalité triangulaire au lieu d'utiliser ses instruments et le constat graphique. »**

Une deuxième règle du contrat didactique, propre à ce chapitre en particulier, rompt une règle du contrat didactique que les élèves ont eux-mêmes élaborée suite aux enseignements qu'ils ont déjà eu sur les triangles tout au long de leur scolarité. Cette règle correspond au fait que les élèves vont travailler sur des cas où, malgré un dessin à main levée ou des longueurs précises données pour un triangle, le triangle ne sera pas forcément constructible. Cette impossibilité de construire un triangle correspond à une rupture du contrat didactique puisqu'il s'est implicitement créé chez les élèves l'avis que, lorsque leur professeur leur demande de « *tracer un triangle ayant pour côtés trois longueurs données, c'est toujours possible et l'on y arrive par une construction standard utilisant la règle et le compas* », [21].

En effet, avant ce chapitre sur l'inégalité triangulaire, une grande majorité des élèves ne se sont jamais questionnés, ou n'ont jamais été questionnés, sur l'impossibilité de construire un triangle. De fait, les élèves ont appris comment reconnaître un triangle, le vocabulaire associé (dont les triangles particuliers et les droites remarquables) puis la méthode pour en construire un à travers des exemples donnés par l'enseignant où les triangles sont constructibles. Ainsi, les élèves n'ayant jamais été confronté à des modèles où il n'était pas possible de construire le triangle, vont agir sous l'influence de cette règle du contrat didactique lorsqu'ils, pour la première fois, vont être face à trois longueurs qui ne permettent pas de former un triangle. D'après G. Arsac, cette règle du contrat didactique élaborée par eux-mêmes, qu'il nomme « *coutume scolaire* », va amener les élèves qui ont obtenu un résultat qu'ils trouvent incohérent « *à remettre en doute le résultat, donc à effectuer un nouveau dessin* », [21]. D'après cette même source, cet effet du contrat didactique, ou encore de « *coutume scolaire* », semble aussi intervenir lors de la rare occasion où les élèves tracent correctement un triangle aplati dans le cas d'égalité de la somme et de la longueur du plus grand côté.

Dans la suite de ce mémoire, en raison du manque d'éléments récoltés lors de la pratique de l'activité introductrice, l'analyse de cette règle du contrat didactique (il est toujours possible de construire un triangle avec les données fournies par l'enseignant, quitte à modifier ses premiers tracés pour rendre cela possible) ne sera pas poursuivie.

Cependant, il est tout intéressant d'étudier l'impact de cette règle du contrat didactique et, plus précisément, l'impact de la rupture de celle-ci. Effectivement, à travers cette rupture du contrat didactique, les élèves ont découvert qu'il était possible de ne pas pouvoir construire un triangle et que l'inégalité triangulaire permettait de le déterminer. Une nouvelle règle du contrat didactique s'est de la sorte implicitement créée. Pour reprendre R. Charnay, il s'agit d'une « *règle spécifique à une activité donnée ; l'élève ne sait pas alors exactement ce que le maître attend de lui* » [12] qui soulève la question de la temporalité et de la nécessité de justifier si un triangle est constructible avant de le tracer. Cette règle du contrat didactique dépend donc de l'enseignant, de la consigne et du contexte de l'exercice.

Cette deuxième attente implicite du contrat didactique, notée **R2,** correspond au questionnement que doivent se faire les élèves quant au moment (à court terme dans ce chapitre, tout comme dans le long terme dans les autres chapitres nécessitant la construction de triangles) où ils doivent justifier si un triangle est constructible.

Synthétisons cela en R2 : **« Tous les triangles ne sont pas forcément constructibles, quand cela est demandé, il faut vérifier et justifier avant de construire un triangle. »**

De la sorte, pour la suite de ce mémoire, les recherches et les observations seront focalisées sur ces deux règles du contrat didactique, mais aussi sur une troisième règle qui sera explicitée dans la partie 2.3 de ce mémoire :

- R1 : « Pour justifier, vérifier si un triangle est constructible, il faut raisonner avec l'inégalité triangulaire au lieu d'utiliser ses instruments et le constat graphique. »
- R2 : « Tous les triangles ne sont pas forcément constructibles, quand cela est demandé, il faut vérifier et justifier avant de construire un triangle. »

2. L’importance des consignes dans l’apprentissage

Nous venons de voir qu’il existe plusieurs types d’erreurs qui puisent leurs origines à travers les trois acteurs d’une situation d’apprentissage (maître, élève et savoir) et leurs relations. Parmi ces erreurs, celle intervenant dans la relation maître-élève correspond à une incompréhension entre le maître et l’élève dans les attentes de l’un envers l’autre, ces attentes plus ou moins implicites sont qui sont identifiées comme étant un contrat didactique par G.Brousseau (1986). Il semble donc important d’étudier comment ces règles et attentes se manifestent-elles dans le cadre d’un cours de mathématiques.

2.1. Des caractérisations de consignes

Tout d’abord, définissons ce qu’est une consigne, d’après Jean-Michel Zakhartchouk dans *Comprendre les énoncés et les consignes* (1999), une consigne est une « *injonction donnée à des élèves pour effectuer telle ou telle tâche* », voir [9].

Ainsi, une consigne peut aussi bien désigner un comportement qu’un travail cognitif de la part de l’élève, ce que J-M. Zakhartchouk appelle consigne du « *domaine du cognitif* », [10].

Une consigne est donc une instruction ou une injonction donnée aux élèves pour effectuer une tâche, ou une activité, composée de données, la partie informative (par exemple les informations générales, le contexte, les données numériques), et de la consigne proprement dite, c’est-à-dire la tâche que l’élève a à effectuer, voir [11].

De cette manière, selon les données et la tâche à effectuer, il est possible de dégager plusieurs types de consignes qui demandent différentes tâches cognitives de la part des élèves.

Dans *Apprendre, oui mais comment ?*, Philippe Meirieu (1993), propose une organisation des consignes selon leur fonction [9] :

- **Consignes-buts** : identifient le travail final à réaliser, la tâche à compléter.
- **Consignes-procédures** : guident l’apprenant quant au cheminement possible ou obligatoire pour parvenir au résultat.
- **Consignes de guidage** : mettent en évidence certains aspects de la tâche, la balisent, attirent l’attention sur un point précis, mettent en garde contre des erreurs possibles.
- **Consignes-critères** : permettent à l’apprenant de déterminer si la tâche (ou le

produit) qu'il doit réaliser est conforme aux attentes de l'enseignant, correspond aux critères de réussite du travail.

Outre les différentes instructions d'une consigne, J-M. Zakhartchouk distingue plusieurs types de consignes :

Tableau 2 : Les différentes formes de consignes selon J-M. Zakhartchouk [9]

Consignes orales/écrites	Consignes orales : → type de consignes le plus rencontré dans l'enseignement → explication de la réalisation d'une tâche, gestion d'un comportement, etc. → ne perdurent pas dans le temps, l'apprenant ne peut plus s'y référer une fois la consigne énoncée → risque d'une mauvaise appropriation de la part des apprenants
	Consignes écrites : → phrases qui peuvent être plus ou moins longues → perdurent dans le temps, l'apprenant peut les relire quand il le souhaite → favorisent l'autonomie des apprenants → risque les consignes soient trop longues, l'apprenant peut être perdu face à toutes les informations
Consignes ouvertes/fermées	Consignes ouvertes : → l'apprenant est peu guidé dans la résolution du problème → consignes volontairement plus implicites → favorisent et développent l'autonomie, l'esprit critique, la construction du savoir et la démarche de réflexion de l'apprenant
	Consignes fermées : → l'apprenant est très guidé → offrent un choix limité de réponses → permettent de guider les élèves en difficulté et d'alléger la surcharge cognitive
Consignes simples/complexes	Consignes simples : → une seule tâche (pas forcément simple) est à réaliser
	Consignes complexes : → plusieurs tâches (pas forcément complexes) à réaliser → difficulté supérieure pour l'apprenant → temps à compréhension de la consigne plus conséquent

Ces différents types de consignes s'articulent autour d'une multitude d'intentions (contrôle de fin, conseil, injonction impérative, examen qui s'adresse à un élève qui n'est pas censé savoir la réponse), dans différentes situations (en cours l'enseignant peu aider à reformuler mais lors d'examens pas d'aide de l'enseignant possible) et avec une pléthore de termes, verbes que les élèves doivent connaître et comprendre, voir [10].

Ce sont tous ces paramètres qui sont sources de problèmes. Selon l'intention que veut donner l'enseignant à ses questions, alors les élèves n'auront pas le même comportement face aux consignes, par exemple dans une activité introductrice, les élèves savent que leur réponse n'est pas exactement celle que leur enseignant attendait mais que, justement, il veut leur faire découvrir une notion nouvelle à travers leurs réponses.

Ainsi, l'enseignant doit faire en sorte que le type de consigne corresponde à ce qu'il attend de ses élèves. D'autre part, avec toutes ces consignes possibles, bon nombre d'erreurs proviennent du fait que les élèves n'arrivent pas à comprendre la consigne. C'est pourquoi, il est de coutume que l'enseignant relise la consigne, la reformule afin de s'assurer la bonne compréhension de la consigne de la part de ses élèves, or il y a certaines situations pendant lesquelles cette aide n'est pas accessible (à la maison ou lors d'un examen par exemple), voir [10].

Ces erreurs de compréhensions des consignes, proviennent le plus souvent d'une mauvaise détermination du type de consigne, donc de ce qui leur est demandé de faire, ou de certains mots que les élèves ne comprennent pas (nouveau mot ou n'arrivent pas à l'utiliser dans le contexte de telle ou telle discipline, surtout en mathématiques). En effet, en mathématiques, on peut distinguer un vocabulaire spécifique qui est relatif aux mathématiques comme les termes « perpendiculaire », « calculer » mais il y a aussi un lexique qui se spécialise dès lors qu'il est employé en mathématiques, par exemple des mots ou des expressions comme « on considère », « soit », « coordonnées », « aire », « réduire », « limites » ont des sens bien connus du fait qu'ils ont été le plus souvent appris et utilisés dans d'autres contextes.

2.2. Les enjeux des consignes

Les consignes ont une place centrale dans l'enseignement, en effet comme le dit G.Brousseau dans *Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques [7]* :

> *« dans la conception la plus générale de l'enseignement, le savoir est une association entre les bonnes questions et les bonnes réponses. L'enseignant pose un problème que l'élève doit résoudre : si l'élève répond, il montre par-là, qu'il sait, sinon, se manifeste un besoin de savoir qui appelle une information, un enseignement ».*

Effectivement, les objectifs (savoirs et savoirs-faire) décrits dans les programmes officiels de mathématiques pour chaque niveau doivent être évalués, vérifiés par l'enseignant. Cette vérification des attendus diffère, dans le temps et dans la manière, pour chaque enseignant car le contenu et les types de cours, d'exercices et d'évaluations sont propres à chacun. Ainsi, les consignes (d'un exercice choisi dans un manuel par l'enseignant ou de sa propre création) reflètent les attendus spécifiques que demande l'enseignant à ses élèves dans un contexte particulier.

De cette manière, il est primordial à l'enseignant de construire ses consignes avec attention puisque de la qualité de la consigne dépend, en partie, la qualité du travail effectué par les élèves. Ils doivent aussi faire en sorte que les apprenants puissent comprendre ces consignes afin qu'ils puissent se mettre au travail et qu'ils acquièrent de l'autonomie, [10].

Dans toutes les situations de travail, la lecture et compréhension des consignes sont les deux premières étapes que vont exécuter les élèves lorsqu'ils doivent effectuer une tâche [9]. La consigne est donc, au même titre que l'erreur, un outil essentiel à l'enseignement : la consigne est le moyen pour l'enseignant de mettre au travail les élèves de façon qu'ils comprennent leur tâche pour pouvoir mettre à profit leurs anciennes et nouvellement acquises connaissances.

Pour J-M. Zakhartchouk [10], les consignes permettent donc à :

- l'enseignant de **vérifier les connaissances** de ses élèves, consignes de contrôle (questions orales ou écrites lors d'un contrôle)
- **établir une situation d'apprentissage**, aider les élèves à acquérir de nouvelles connaissances, consignes formatives (questions guidées suivant un fil conducteur

pour que l'élève aboutisse à une conclusion et à un nouveau savoir)

- l'enseignant d'**adapter ses prochains objectifs** selon l'état des connaissances antérieures de ses élèves, consignes à fonction diagnostique

En plus d'être un outil nécessaire à l'enseignement, la consigne est aussi au service de la didactique. Une consigne peut être interprétée différemment par plusieurs individus (élèves mais aussi les parents, les autres professeurs, les accompagnants des élèves en situation de handicap) : la lecture d'une consigne active des mécanismes de compréhension et d'interprétation qui permettent au lecteur de construire sa propre représentation de la tâche ou de l'objectif à atteindre [12]. En conséquence, la consigne permet à l'enseignant de mieux connaître chacun de ses élèves en fonction de l'avancé de ses élèves par rapport à la consigne : l'obstacle rencontré dès la lecture de l'énoncé à cause d'un mot de vocabulaire, d'une incapacité à décoder la tâche à effectuer, d'une donnée de la consigne, une conception biaisée par le contrat didactique ?

2.3. Les implicites dans les consignes

Comme il a déjà été précisé, un contrat didactique n'est pas un ensemble de règles immuables et toujours clairement définies qu'il suffirait de poser une fois pour toutes au début de l'année scolaire. Si l'enseignant ne le défini pas clairement avec ses élèves, alors se forme un contrat implicite fondé sur les acquis (connaissances, pratiques) antérieurs des élèves et sur l'observation de leur professeur.

En plus de la différence de manière d'enseigner des professeurs, et donc des contrats didactiques, le contrat didactique évolue en même temps que les compétences attendues des élèves, ces mêmes compétences qui se complexifient tout au long d'une année scolaire. Ainsi, les consignes données par l'enseignant reflètent ces changements de contrat et d'implicites, ce qui est fréquemment source d'erreurs chez les élèves, voir [10].

En mathématiques, ces implicites dans les consignes sont souvent dues au fait qu'ils font partie des attendues des enseignants, par exemple, ne pas préciser quelle opération effectuer dans un problème [7]. Ces attentes se reflètent ainsi dans les termes employés mais aussi dans la forme de la consigne. En effet, dans un énoncé mathématique, on retrouve les deux formes de consignes ouvertes ou fermées :

- **fermée** : la consigne est sous forme d'un ordre, comme « Calcule le périmètre. », ici la tâche est en partie explicite ;
- **ouverte** : la consigne est sous la forme d'une question, comme « Quel est le périmètre ? », alors dans ce cas la part d'implicite y est très importante et le contrat didactique joue un rôle crucial dans la réflexion de l'élève pour choisir quels outils mathématiques il va choisir pour répondre à la question.

Étudions maintenant les implicites dans les consignes écrites qu'ont eu les élèves lors des exercices sur l'inégalité triangulaire. Les élèves ont fait face à quatre consignes différentes, classées dans l'ordre d'apparition :

(1) Construire, si possible, le triangle FHB.

(2) Dans chaque cas, indiquer si le triangle est constructible. Justifier.

(3) Dans chaque cas/les deux cas, tracer, si possible, les triangles ABC. Justifier.

(4) Montrer que ce triangle existe.

Ces quatre consignes se situent à des moments, contextes et exercices différents qui sont développés, respectivement, dans les annexes 1 à 4.

Avant de détailler les implicites de ces trois consignes, rappelons tout d'abord les deux premières règles du contrat didactique qui nous intéressent ici et que l'on a établi dans la partie 1.3.3 :

- R1 : « Pour justifier, vérifier si un triangle est constructible, il faut raisonner avec l'inégalité triangulaire au lieu d'utiliser ses instruments et le constat graphique. »
- R2 : « Tous les triangles ne sont pas forcément constructibles, quand cela est demandé, il faut vérifier et justifier avant de construire un triangle. »

La première consigne *(1)* se place dans le cadre de l'activité introductrice de ce chapitre et elle permet la dévolution de deux problèmes (passer de la géométrie instrumentée à déductive, mais aussi le fait que tous les triangles ne sont pas constructibles) puisqu'à ce stade de la leçon, le verbe « construire » implique ici que les élèves prennent leurs instruments de géométrie et essayent de tracer le triangle en question. Le terme « si possible » implique quant à lui que les élèves n'arriveront pas forcément à tracer ce triangle. Ainsi, ce qui était attendu d'eux était qu'ils tentent de tracer le triangle avec leurs instruments et donc d'utiliser le constat graphique pour déterminer s'il est possible de construire le triangle.

La seconde question *(2)* quant-à elle comporte moins d'implicites. En effet, il s'agit d'une question fermée (il est demandé aux élèves de vérifier si les triangles sont constructibles) et en plus de cette question, les élèves doivent répondre en complétant un texte à trous correspondant au squelette de la rédaction type (Annexe 2) et de la justification attendue pour justifier si un triangle est constructible ou non. Cette consigne de cet exercice, avec le texte à trous, permet d'implicitement guider les élèves dans le contrat didactique quant à la construction d'un triangle puisqu'elle lie le mot « justifier » à la rédaction proposée avec la réciproque de l'inégalité triangulaire, cette consigne permet donc de créer R1.

La troisième consigne *(3)* est la consigne la plus complexe puisqu'elle comporte de nombreux implicites. La première difficulté provient de sa ressemblance avec la première question *(1)* alors que les attentes ne sont pas les mêmes. Effectivement, depuis le début de leur scolarité, puis encore dans l'activité introductrice, les verbes « construire » ou « tracer » demandaient aux élèves de se servir de leurs instruments de géométrie et de tracer le triangle en question sur leur feuille. Or, ici, le fait que les élèves aient déjà eu la leçon et des exercices sur l'inégalité triangulaire implique avec « si possible » que le verbe « tracer » leur demande de vérifier si ce triangle est constructible avant d'essayer de le tracer.

Cette attente correspondant à R2, est explicitée par la présence de « justifier » dans la consigne, malgré tout, il réside une difficulté quant à la manière de justifier. En effet, les élèves doivent tout d'abord comprendre ce qui doit être justifié puis ils doivent déterminer qu'il leur est implicitement demandé d'utiliser la réciproque de l'inégalité triangulaire (R1). Toutefois, au regard des savoirs et savoir-faire liés au verbe « tracer » depuis le début de la scolarité des élèves, il n'est pas évident pour eux, dans le contexte de cet exercice, de penser à effectuer des calculs alors que l'objectif de la question est de « tracer » une figure plane. Cette difficulté se retrouve aussi dans la consigne *(4)* où il est demandé aux élèves de justifier qu'un triangle est constructible avant de le tracer (Annexe 4).

Ce qui nous amène à nous questionner sur les attentes implicites des consignes liées à la construction des triangles. En effet, dans la consigne *(3)* se cache une règle implicite qui stipule qu'il ne faut seulement tracer les triangles qui sont constructibles (« tracer, si possible »). C'est-à-dire que, s'il s'est avéré qu'à la vérification l'élève a trouvé que le triangle n'était pas constructible, alors il n'était pas demandé, ni nécessaire de le tracer puisque cela est irréalisable.

Il est ainsi possible de relever une nouvelle attente implicite du contrat didactique, notée **R3**, en lien direct avec les attentes implicites des consignes, créée par la consigne *(3)* et qui est synthétisée par R3 : **« Si après vérification, le triangle ne s'avère pas constructible, alors il n'est pas nécessaire d'essayer de le construire. »**

Ainsi, suite à l'étude des consignes qui ont été proposées aux élèves dans le cadre du chapitre sur l'inégalité triangulaire, nous avons relevé les trois principales attentes implicites du contrat didactique, pour ce chapitre, qui sont sources d'erreurs.

- R1 : « Pour justifier, vérifier si un triangle est constructible, il faut raisonner avec l'inégalité triangulaire au lieu d'utiliser ses instruments et le constat graphique. »
- R2 : « Tous les triangles ne sont pas forcément constructibles, quand cela est demandé, il faut vérifier et justifier avant de construire un triangle. »
- R3 : « Si après vérification, le triangle ne s'avère pas constructible, alors il n'est pas nécessaire d'essayer de le construire. »

3. Comment réagir face à ces types d’erreurs ?

Les règles implicites du contrat didactique exprimées via les consignes maintenant identifiées, il est déterminant de savoir comment se servir de ces consignes afin de pouvoir analyser les effets du contrat didactique. Pour cela, Roland Charnay propose dans *De l’analyse d’erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes...* (1990-1991) un organigramme (Annexe 5) pour mettre en place « *un dispositif de remédiation* » [12], afin de travailler l’erreur dans une classe en mathématiques.

3.1. Dans un premier temps : repérer ces erreurs

3.1.1. Un certain cadre pour repérer ces erreurs

Avant de pouvoir travailler les erreurs, il faut d’abord pouvoir les repérer pour pouvoir déterminer la ou les source(s) de l’obstacle rencontrée(s) par l’élève.

Il en est donc à la responsabilité de l’enseignant d’instaurer un cadre qui permet aux élèves de pouvoir faire des erreurs sans avoir peur de se tromper et pour qui l’erreur n’est pas une faute dégradante mais un élément indispensable pour progresser [13]. Dans une salle de classe, et même en dehors, le regard des autres (camarades de classe, amis et parents) a toujours eu un rôle très important pour les apprenants. Par conséquent, il faut construire un cadre de confiance entre élèves et entre les élèves et le professeur, un bon climat de classe, pour être dans le « *bon état d’esprit* » [5], c’est-à-dire un cadre qui autorise et intègre même l’erreur dans l’apprentissage.

Pourvoir mettre en place un tel cadre implique aussi que l’enseignant connaisse bien les savoirs et savoirs-faire enseignés afin de proposer des activités qui permettent de faire survenir différentes erreurs de la part des élèves et de pouvoir les différencier. L’enseignant doit aussi bien connaître les types de consignes, et les types de raisonnement demandés aux élèves qui en découlent, pour pouvoir adapter ses questions à ce qu’il veut vérifier.

Concernant le contrat didactique, l’enseignant doit trouver et mettre en place des activités pour lesquelles les élèves vont investir les règles implicites qu’ils pensent justes mais dont l’enseignant a besoin de confronter afin de les faire progresser dans leur apprentissage, voir [12]. Pour cela, les consignes ouvertes permettent de faire travailler les élèves sur des implicites car elles favorisent des ruptures intentionnelles de la part de l'enseignant, voir [14].

Par la suite, une fois les erreurs survenues, l'enseignant doit pouvoir à tout moment de l'apprentissage relever ces erreurs. Il doit ainsi mettre en œuvre des situations d'apprentissage particulières (activité en groupe, travail en îlots, organisation de la salle pour regarder le travail des élèves, correction collective, etc.), utiliser des moyens tels qu'il puisse avoir un regard sur le travail de ses élèves. Pour cela, outre la correction d'un exercice au tableau, la réponse orale d'un élève et l'observation directe du cahier de l'élève, un des meilleurs outils de l'enseignant pour observer les erreurs des élèves reste l'évaluation [14] (il est question ici d'évaluations sous la forme d'une interrogation ou d'un contrôle par exemple, et non plus d'évaluations par observations). En effet, en jouant sur les formes d'évaluations, telles que les évaluations diagnostiques (repèrent les difficultés, les prérequis) et formatives (régulent les apprentissages à mi-parcours pour que les élèves et professeurs aient un recul sur ce qui a été appris, compris), l'enseignant a un regard direct sur le travail de ses élèves, voir [2].

De plus, l'avantage d'évaluer les élèves autrement qu'avec une évaluation sommative (contrôle de fin de chapitre), est que les erreurs n'ont pas valeur de sanction, ni d'échec [14].

En ce qui concerne le contrat didactique, il semble très pertinent d'utiliser les évaluations formatives afin d'exploiter aux mieux les règles implicites qu'ont les élèves. En effet, prévoir une évaluation en amont du contrôle de fin de chapitre permettra, grâce à la correction, aux élèves d'éclaircir certaines règles du contrat didactique, comme par exemple, la méthode pour rédiger et présenter la réponse à une question. En outre, une évaluation formative peut prendre plusieurs formes tel que l'auto-évaluation et la co-évaluation, cf [14].

3.1.2. Le fonctionnement par ceintures de compétences et auto-évaluation

C'est dans cette réflexion de vouloir évaluer autrement, que s'est placé le protocole d'observation pour ce mémoire de recherche. Afin de rendre plus limpides les propos de ce mémoire, le paragraphe qui suit explicite le fonctionnement du système de ceintures de compétences tel utilisé dans la classe de cinquième qui a été observée.

En effet, afin de pouvoir mettre en place un cadre tel décrit ci-dessus en 3.1.1, la séquence correspondant au chapitre sur l'inégalité triangulaire (chapitre 4 dans la progression portant sur l'inégalité triangulaire, mais aussi sur les hauteurs et l'aire d'un triangle) a fonctionné par ceintures de compétences et par auto-correction. Cette séquence, qui a duré aux environ de six heures, se divise en trois temps et commence par une activité introductrice suivie de la leçon, qui est complétée entièrement par les élèves hors des heures de cours pour ensuite être revue entièrement en classe entière avec l'enseignant, puis, dans un troisième temps, les élèves commencent à travailler sur les exercices.

Lors des phases d'exercices, les élèves travaillent en autonomie sur une feuille d'exercice correspondant à une ceinture, au total il y a quatre feuilles d'exercices (ceinture blanche, jaune, verte et noire).

Les élèves commencent tous par la ceinture blanche, sachant que le niveau minimum attendu pour l'interrogation est d'avoir fini et corrigé la ceinture jaune, et une fois tous les exercices de la feuille traités, chaque élève appelle l'enseignant afin que celui-ci lui prête une feuille de correction de la ceinture en question. Ainsi, l'élève s'auto-corrige en comparant son travail à la correction proposée, par la suite, dès lors que l'élève a fini de se corriger, il appelle de nouveau l'enseignant afin que celui-ci valide sa correction, et donc la ceinture, pour que l'élève puisse passer à la feuille d'exercices suivante. S'agissant du quatrième chapitre de l'année, il est important de souligner que les élèves connaissent et sont habitués à travailler de cette manière. Notons de plus que chacune des séances avec cette classe de cinquièmes commence par une activité mentale, non ramassée et non notée, composée de cinq questions servant d'évaluation diagnostique, de travail sur les pré-requis ou encore de questions flashs sur le chapitre en cours.

Pour finir, la séquence se conclut par deux évaluations sommatives, la première correspond à une interrogation d'une vingtaine de minutes sur le chapitre et la seconde, quinze jours après cette première interrogation, correspond à un devoir surveillé d'une heure sur les cinq premiers chapitres de l'année des cinquièmes. Notons que parmi ces cinq premiers chapitres, il y avait deux chapitres de géométrie (chapitre 2 sur la symétrie centrale et chapitre 4 sur l'inégalité triangulaire), ainsi, suite au chapitre 4 étudié ici, le travail sur la transition entre géométrie instrumentée à déductive n'a pas été poursuivi.

Par conséquent, pour ce mémoire, les erreurs des élèves ont été repérées et relevées lors de trois temporalités différentes :

- <u>première phase:</u> lors de la phase de travail des élèves, plus précisément lorsqu'ils appellent l'enseignant pour poser des questions ou pour qu'il vérifie leur correction et lorsque l'enseignant passe dans les rangs ; en considérant le fait que le niveau minimum attendu correspond à la ceinture jaune, seules les observations sur les deux premières feuilles d'exercices seront analysées (consigne *(2)* et *(3)*, Annexe 2 et Annexe 3) ;
- <u>deuxième phase :</u> lors de la première évaluation sommative à la fin du chapitre et, plus particulièrement pour les effets du contrat didactique qui nous intéressent dans ce mémoire, l'exploitation des réponses des élèves à l'exercice 2 de cette interrogation sur l'inégalité triangulaire (consigne *(3)*, Annexe 3) ;
- <u>troisième phase :</u> lors du devoir surveillé d'une heure, une quinzaine de jours après l'interrogation, sur tous les chapitres qui ont été vus depuis le début d'année avec, pour les mêmes raisons que pour l'interrogation, seulement l'analyse de l'exercice 3 (consigne *(4)*, Annexe 4).

Notons que cette modalité de travail par ceintures de compétences favorise l'accès du professeur aux erreurs des élèves puisque ceux-ci travaillent en autonomie sur des feuilles d'exercices de complexité croissante et que pour pouvoir passer à la feuille d'exercices suivante, l'enseignant doit venir valider la correction de l'élève, ainsi, l'enseignant a un regard direct sur le travail de tous les élèves.

Cette évaluation formative du travail des élèves par le professeur se fait surtout au cours de la séance puisque, les élèves travaillant en autonomie, le professeur est toujours parmi les élèves, à circuler dans les rangs. De surcroît, cette autonomie « *crée un climat de classe favorable au travail* » puisqu'elle permet « *l'entraide entre élèves* » en laissant la possibilité aux élèves d'aller aider leurs camarades qui sont dans le besoin, voir [19].

Ainsi, en prenant l'habitude de s'auto-évaluer (évaluation formative, sans note), l'évaluation devient donc un « *outil* » de progrès pour les élèves, comme une étape de validation des apprentissages et des acquis. Plutôt qu'une sanction, il s'agit « *d'évaluer sans dévaluer* » [19]. De la sorte, l'évaluation devient un temps d'apprentissage construit autour du travail sur ses erreurs et, celles-ci n'étant pas sanctionnées dans ce contexte, « *le statut de l'erreur en est ainsi modifié* », [19].

3.1.3. L’auto-évaluation et le contrat didactique

D’autres avantages de cette modalité de travail concernent l’auto-correction des élèves pour chaque ceinture. C'est souvent dans les moments d'évaluation, plus particulièrement lors d’une auto-évaluation, et lors de leur correction que les élèves se construisent une meilleure représentation de ce que l’enseignant attend. En effet, l’auto-évaluation permet aux élèves de « *s’approprier des conduites réflexives* », « *métacognitives* », « *procédurales* » et « *évaluatives* » [2], étant donné que pour que ce type d’évaluation fonctionne, il est nécessaire que l’enseignant communique à ses élèves sa grille d’évaluation, de compétences et ses attentes afin que les élèves aient un repère précis de la manière dont ils doivent s’évaluer et se corriger.

Outre cela, cette auto-évaluation permet également de clarifier le contrat didactique étant donné qu’en corrigeant soit même ses exercices, selon une correction type de l’enseignant, l’élève axe « *sa réflexion sur les critères de réussite des tâches qu’il doit effectuer et sur sa faculté à se les approprier* », de cette manière les ceintures de compétences constituent « *un outil de communication entre l’enseignant et l’élève* » qui permet d’éclaircir les attentes de l’enseignant [19]. Par conséquent, ici, l’évaluation « *lève l’implicite de la consigne et des intentions d’apprentissage (les compétences travaillées) et de ce qui est attendu en termes de niveau de maîtrise* » [14]. Il en résulte que les erreurs servent au processus de négociation du contrat didactique, que celui-ci devient plus explicite pour les élèves qui comprennent mieux les objectifs à atteindre derrière les tâches à réaliser et les moyens pour atteindre ces objectifs.

Par exemple, pour en revenir à l’expérimentation et donc au contexte du chapitre sur l’inégalité triangulaire, ce mode de fonctionnement permet de grandement créer et expliciter les trois règles du contrat didactique R1, R2 et R3 précisées en 1.3.3 et 2.3 dont voici un rappel :

- R1 : « Pour justifier, vérifier si un triangle est constructible, il faut raisonner avec l’inégalité triangulaire au lieu d’utiliser ses instruments et le constat graphique. »
- R2 : « Tous les triangles ne sont pas forcément constructibles, quand cela est demandé, il faut vérifier et justifier avant de construire un triangle. »
- R3 : « Si après vérification, le triangle ne s’avère pas constructible, alors il n’est pas nécessaire d’essayer de le construire. »

Effectivement, R1 est tout d’abord explicitée par l’exercice 2 de la première ceinture (ceinture blanche, Annexe 2) avec la rédaction à trous de la justification par l’inégalité triangulaire à compléter par les élèves. Puis, R1 et R2 sont explicitées par la correction de la deuxième ceinture (correction ceinture jaune, Annexe 6) où figure une vérification par l’inégalité triangulaire avant de tracer les triangles constructibles et non une vérification par constat graphique. Ainsi, la correction de la ceinture jaune permet de créer R2 puisque dans la correction, avant d’essayer de tracer les triangles, l’enseignant a vérifié s’il était possible de le faire. De cette manière, les élèves qui n’avaient pas compris ce qui était attendu d’eux pour la consigne *(3)*, pourront en avoir une idée très précise pour les prochains exercices.

Concernant R3, cette attente implicite est directement créée par l’auto-correction étant donné que pour les questions demandant de « *tracer, si possible* » des triangles avec *« justifier »*, les cas où le triangle ne s’avère pas constructible aucune figure ou représentations de ce triangle ne sont fournies dans le corrigé. Les élèves doivent donc en déduire que, lorsque le triangle n’est pas constructible, l’enseignant ne l’ayant pas tracé, il n’est pas nécessaire d’essayer de le faire.

De cette manière, il est maintenant possible de préciser dans quelles phases l’analyse de ces trois attentes du contrat didactique a pu être conduite.

La première phase du protocole de recherche, la phase des exercices, permet de travailler toutes les attentes implicites du contrat didactique explicitées en 1.3.3 et 2.3. Notons tout de même que la seconde feuille d’exercices (ceinture jaune, Annexe 3) permet de particulièrement évaluer R1 puisque les élèves viennent de corriger la feuille d’exercices précédente (ceinture blanche, Annexe 2) et donc il est attendu d’eux d’établir R1 et de l’appliquer sur les exercices de la ceinture jaune.

Quant à la deuxième phase, compte tenu de l’espace laissé pour la justification dans l’exercice 2 (Annexe 3), la règle R2 ne peut pas être correctement évaluée ici. Cependant, au vu de la consigne et puisque les élèves doivent vérifier si deux triangles sont constructibles et que seul un triangle le sera, cet exercice permet d’avoir un retour précis sur R3. Cette attente de ne pas tracer les triangles non constructibles ne correspond pas à une faute de la part des élèves (ce n’est pas sanctionné), cette règle du contrat didactique est surtout enrichissante en tant qu’indicateur de la compréhension des implicites des consignes et de l’auto-correction.

Concernant la troisième phase, comme l’action demandée aux élèves est de montrer qu’un triangle est constructible puis de le construire, la règle R3 ne peut pas être évaluée contrairement à R1 et R2.

Notons que le fonctionnement par ceintures de compétences et par auto-évaluation offre d'autres avantages, comme certains inconvénients, mais que ceux-ci ne concernent pas la réflexion autour de la problématique de ce mémoire.

3.2. Dans un second temps : exploiter et remédier à ces erreurs

Une fois la matière de travail en main, il est important de pouvoir et savoir les exploiter et y remédier de manière qu'elles puissent être au service des élèves.

Cependant, il est impossible de pouvoir remédier à toutes les erreurs faites, c'est pourquoi l'enseignant doit au préalable choisir si les erreurs qu'il a repérées ont besoin d'être travaillées maintenant, pas du tout ou éventuellement plus tard.

D'après R. Charnay, cette décision est dictée selon plusieurs critères [12]:

- leur **fréquence** : « elles sont "*reproductibles*" chez l'élève, elles ont une certaine persistance et ne peuvent donc pas être expliquées par l'étourderie » ;

- leur **répartition** : « *elles ne sont pas isolées, elles peuvent être mises en relation avec d'autres avec lesquelles elles forment une sorte de réseau ou de système d'erreurs* » :

- leur **légitimité** : « *En effet, déceler une erreur suppose l'existence d'une réponse "norme". Le produit norme est-il bien explicite ? En mathématiques, on peut répondre généralement par l'affirmative* ».

Le rôle de l'enseignant est donc d'instaurer un dialogue avec l'élève afin d'avoir un retour régulier quant aux difficultés et obstacles rencontrés par l'élève au cours de son apprentissage pour pouvoir y remédier au mieux.

Pour cela, il est important de rappeler mon statut dans la classe. Étant Stagiaire en Pratique Accompagnée (SPA), il y avait une autre professeur dans la classe (tutrice de stage) et, le fonctionnement par ceintures de compétences favorisant les interactions entre élèves et professeur, je n'ai pas pu répondre aux questions de tous les élèves, ni valider toutes les corrections des élèves lors de la première phase.

De cette manière, le choix des erreurs, relevées lors de l'expérimentation, qui vont être exploitées s'est basé sur ces trois critères de R. Charnay.

Concernant, la première phase, seule l'analyse d'un dialogue avec un îlot de quatre élèves sera effectuée. En effet, la première feuille d'exercices (ceinture blanche, Annexe 2) ne posa aucun problème majeur aux élèves. Ainsi, je n'ai pas relevé de questions nécessitant une analyse concernant l'exercice sur l'inégalité triangulaire. Ce fut lors de la deuxième feuille d'exercices (Annexe 2) que les élèves ont commencé à avoir des questions, la consigne de l'exercice étant plus ouverte, moins guidée. Notamment, un dialogue que j'ai eu avec un îlot de quatre élèves fut particulièrement intéressant compte tenu de sa pertinence, de sa représentativité des différentes observations menées lors de cette phase et au vu de la fréquence de ces mêmes questionnements soulevés chez les autres élèves.

Les observables de la deuxième phase, l'interrogation, se réduiront quant à eux à la copie de 19 élèves parmi les 22 élèves de la classe étudiée. Puis, 16 copies seront analysées pour la troisième phase, c'est-à-dire le devoir surveillé d'une heure.

3.3. Résultats des observations

3.3.1. Données de la première phase

Commençons par l'exploitation de la première phase, c'est-à-dire la phase des exercices et en particulier, le dialogue avec quatre élèves de la classe de cinquième.

Quatre élèves qui travaillaient en îlot m'ont appelé pour poser cette question sur l'exercice de la ceinture jaune (Annexe 3) : *« Je n'ai pas compris ce qu'il fallait faire. ».*

Après une relecture et une reformulation de la consigne de ma part, je leur ai demandé ce qu'ils n'avaient pas compris précisément dans cette consigne et ce qu'ils prévoyaient de faire à ce moment pour y répondre. Une élève m'a confié qu'elle avait bien relevé le « si possible » dans l'énoncé et donc qu'il fallait qu'elle vérifie si le triangle était constructible avant de le tracer. Cette élève avait donc bien compris l'implicite de cette question, c'est-à-dire R2.

Ensuite, j'ai demandé aux quatre élèves comment ils allaient effectuer cette vérification, avec cette question je teste donc R1, et deux élèves ont répondu presque en même temps à ma question. La première réponse fut *« on essaye de tracer »* et la seconde *« on regarde la plus grande longueur et on compare ».* Ainsi, le premier élève se place toujours dans une géométrie instrumentée et, malgré l'auto-correction des précédents exercices, n’a pas saisi l’attente implicite du contrat didactique R1. Quant au second élève, celui-ci a bien discerné R1 et se place donc temporairement dans une géométrie déductive.

Au terme des observations menées lors de la phase d’exercices et des discussions avec ma tutrice, de manière générale, il a semblé que pratiquement tous les élèves ont compris les implications derrière la consigne *(3),* c’est-à-dire le fait que « si possible » impliquait aux élèves que tous les triangles de l’énoncé n’étaient pas forcément constructibles et donc qu’il fallait vérifier cela avant de prendre ses instruments et de tracer.

La majeure partie des obstacles fut la manière de justifier. En effet, parmi les vingt-deux élèves de la classe, sept élèves ont voulu, ont commencé à justifier en traçant les triangles pour en déduire la faisabilité de la construction. Cela provient du fait que certains élèves n’ont pas réussi à faire le lien, certainement trop implicite, entre la consigne de la ceinture blanche et celle de la ceinture jaune. En effet, dans la ceinture blanche, la question (consigne *(2),* Annexe 2) était fermée et demandait explicitement aux élèves de justifier si les triangles sont constructibles ou non et cela en utilisant l’inégalité triangulaire grâce au format texte à trous. Alors que dans la consigne *(3),* ces deux attentes étaient sous-entendues dans le terme « justifier ».

Parmi les autres élèves de la classe, les quinze qui n’ont pas essayé de tracer les triangles, un tiers de ces élèves a complètement saisi R1 et R2 puisque, sans demander de l’aide, ils ont justifié par l’inégalité triangulaire avant de prendre leurs instruments de géométrie, et deux tiers des élèves sont restés perplexes. Ces dix élèves savaient qu’il fallait faire quelque chose avant d’essayer de tracer les triangles (ils ont donc bien identifié l’implicite R2) mais avaient du mal à se former une idée de la justification (R1 était donc en cours de formation chez ces élèves) ou du moins pour certains, une idée de la rédaction de cette justification.

3.3.2. Données de la deuxième phase

Cette transition entre géométrie instrumentée et géométrie déductive pour vérifier si un triangle est constructible se retrouve aussi dans les observations faites lors de la deuxième phase, l’interrogation d’une vingtaine de minutes. En effet, parmi les 19 copies étudiées, quinze élèves qui ont bien assimilé R1, c’est-à-dire qu’ils ont justifié avec l’inégalité triangulaire, et quatre élèves ont utilisé le constat graphique enrichi de déductions comme justification (exemple en Annexe 7). De fait, ces quatre élèves ont commencé par essayer de tracer les deux triangles pour ensuite répondre à la justification en se basant sur le constat graphique de l'intersection ou non des arcs de cercle. Ainsi, ces quatre élèves n'ont pas bien identifié ou assimilé l'attente implicite R1 qui est d'utiliser l'inégalité triangulaire comme justification pour vérifier si un triangle est constructible. Notons qu'il est donc impossible d'évaluer ces quatre élèves sur R2 et R3 puisqu'ils ont tenté de tracer les deux triangles comme justification.

Comme précisé dans la partie 3.1.3, cette deuxième phase permet particulièrement d'étudier la compréhension des élèves de la règle implicite R3 du contrat didactique puisque, parmi les deux questions de l'exercice de cette phase, un seul triangle était constructible et donc à construire après vérification. Parmi les quinze élèves qui ont bien assimilé R1, treize d'entre eux ont eu tout juste, les deux autres élèves ont fait des erreurs non dues au contrat didactique.

Il est donc possible d'analyser R3 au miroir des treize élèves qui ont bien justifié. De fait, au sein de ces treize élèves, six ont tenté de tracer les deux triangles (exemple en Annexe 8), même celui qu'ils ont justifié comme étant non constructible. Ainsi, il est possible d'en conclure que pour ces six élèves, le contrat didactique n'a pas été assez explicité par rapport à R3.

Il est important de souligner la qualité de la justification de tous les élèves qui ont validé R1 lors de la deuxième et de la troisième phase. En effet, ces élèves ont pensé à tous les éléments (addition des deux plus petits côtés, comparaison avec la longueur du plus grand et la phrase de conclusion) et certains ont même rédigé de la même manière que dans le corrigé des ceintures lors de la première phase.

À propos de la remédiation à ces erreurs, une fois les copies corrigées rendues aux élèves, il y eut un rapide point collectif avec la correction des erreurs fréquentes. Concernant cet exercice, il n'y eut pas de correction particulière, mais plutôt une clarification des attentes du professeur, autrement dit, R1, R2 et R3 ont été précisées aux élèves sous forme d'indications : avant de tracer un triangle il faut vérifier si cela est possible grâce à l'inégalité triangulaire et que si le triangle ne s'avère pas constructible, alors il n'est pas nécessaire d'essayer de le tracer. Les élèves ont bien sûr eu accès au corrigé de l'interrogation.

3.3.3. Données de la troisième phase

Concernant R2, ce fut lors de la troisième phase que cette attente implicite du contrat didactique a pu être analysée. En effet, dans cette troisième phase, les élèves devaient tout d'abord tracer une figure à main levée d'un triangle puis montrer qu'il était constructible pour ensuite le tracer en vraie grandeur (Annexe 4).

Par conséquent, au vu de l'ordre des consignes et des questions fermées de cet exercice, il n'y aurai pas dû avoir d'erreurs liées au contrat didactique. Or, sept élèves, habitués à leurs habitudes scolaires de sixièmes, ont commencé par faire un dessin à main levée du triangle pour ensuite le tracer en vraie grandeur sans réellement lire les consignes et donc sans se poser la question de la faisabilité de la construction de ce triangle. Ainsi, malgré un certain temps à travailler et modifier cette coutume scolaire (rappelons que cette troisième phase a eu lieu quinze jours après l'interrogation de fin de chapitre), certains élèves n'ont pas assimilé quelques aspects du nouveau contrat didactique, dont R2 qui demandait implicitement aux élèves de vérifier si un triangle était constructible avant de le tracer.

Pour approfondir cela, lorsque ces élèves se sont rendu compte de la deuxième question (consigne *(4), « Montrer que ce triangle existe. »*, Annexe 4), trois de ces sept élèves ont tenté de justifier cela après la construction du triangle. Une élève a réussi à correctement justifier avec l'inégalité triangulaire et les trois autres élèves ont levé la main pour demander de l'aide : *« je ne comprends pas la question 2 »*. Malgré un indice de ma part pour qu'ils se souviennent de qu'ils avaient fait dans le chapitre 4, aucun des trois n'a réussi à aboutir à une justification correcte (deux avaient une vague idée de l'inégalité triangulaire quand le troisième ne se souvenait pas du tout de celle-ci).

Au total sept élèves sur les seize ont bien assimilé R1 et R2 puisqu'ils ont bien fait attention à lire toutes les consignes et donc à ne pas tracer tout de suite le triangle en vraie grandeur et car ils ont bien justifié par l'inégalité triangulaire le fait que le triangle était constructible.

Pour finir, deux élèves vérifient R2 mais pas R1. En effet, un élève a bien pensé à justifier que le triangle était constructible avant de le tracer, néanmoins, il n'a pas utilisé l'inégalité triangulaire (copie en Annexe 10). Il est aussi resté sur une ancienne coutume scolaire qui implique aux élèves de conclure s'il est possible de construire un triangle en vérifiant s'il y a assez de données dans l'énoncé pour pouvoir le tracer. L'autre élève essaie lui aussi de justifier avant de tracer le triangle en vraie grandeur, toutefois, sa justification semble s'apparenter à un raisonnement par l'inégalité triangulaire mais n'est pas assez compréhensible pour pouvoir l'affirmer.

Concernant la remédiation proposée pour ce devoir surveillé, la correction du devoir fut partagée aux élèves et ceux-ci devaient corriger leurs erreurs d'une autre couleur sur leur copie, pour ensuite la rendre à l'enseignant. Bien sûr, les élèves pouvaient très bien questionner l'enseignant s'ils avaient une quelconque interrogation au sujet de la correction.

3.3.4. Analyse et bilan des observations

Il n'y eut pas de surprises lors de la première phase concernant les dialogues, ni les erreurs relevées lors de l'auto-correction des élèves. Au contraire, ces dialogues et questionnements étaient prévus et les bienvenus puisque cela montrait que les élèves travaillaient et se remettaient en question. Leurs erreurs et leurs questionnements furent le témoin de l'évolution du contrat didactique chez les élèves, les nouveaux savoirs et savoir-faire se sont confrontés aux anciens, comme l'illustre le dialogue analysé ci-dessus. De fait, les erreurs repérées et ces échanges lors de cette première phase attestent le rôle et les effets du contrat didactique dans l'apprentissage des élèves. En effet, ils témoignent de la réflexion que les élèves ont eue quant à l'utilisation de l'inégalité triangulaire, quant à la nouvelle manière de vérifier si un triangle est constructible suite à l'activité introductrice et donc quant à la manière de répondre aux consignes *(1)* et *(3)* qui sont textuellement les mêmes et qui, pourtant, nécessitent l'utilisation de différents outils et raisonnements. Ainsi, étudier le contrat didactique en amont de cette séquence, a tout d'abord permis de créer l'activité introductrice et la dévolution des deux problèmes principaux de ce chapitre, puis de prévoir les obstacles que les élèves allaient rencontrer et les manières de les guider pour se servir de ces questionnements.

Dans le tableau ci-dessous, sont regroupés tous les élèves étudiés avec le résumé des trois attentes implicites validées ou non par chaque élève.

Concernant la légende, si les notations des règles implicites (R1, R2 et R3) sont écrites en :

- rouge, alors cela signifie que l'élève n'a pas déterminé, appliqué la règle du contrat didactique ;
- gris, cela signifie que la règle n'a pas pu être analysée pour cet élève ;
- vert, alors l'élève a compris et a appliqué la règle du contrat didactique en question.

Tableau 3 : Résultat des dix-neufs élèves de la classe de cinquième étudiée.

Élèves	Interrogation (phase deux, Annexe 3)	Devoir surveillé (phase trois, Annexe 4)
Élève 1	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 2	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 3	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 4	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 5	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 6	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 7	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 8	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 9	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 10	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 11	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 12	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 13	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 14	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 15	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 16	R1 - R2 - R3	R1 - R2 - R3
Élève 17	R1 - R2 - R3	Pas de données
Élève 18	R1 - R2 - R3	Pas de données
Élève 19	R1 - R2 - R3	Pas de données

Il est possible de remarquer qu'à l'issue des discussions et des erreurs faites par les élèves lors de la phase des exercices, seulement quatre élèves sont restés rétifs au nouveau contrat didactique lors de la deuxième phase en justifiant par une géométrie instrumentée au lieu d'une géométrie déductive, c'est-à-dire en ne décodant pas R1.

Il serait aussi judicieux de comparer la copie des seize élèves étudiés lors du devoir surveillé (phase trois) à leur copie lors de l'interrogation (phase deux). On peut remarquer que parmi les quatre élèves qui n'avaient pas vérifié R1 lors de l'interrogation, un seul élève s'est amélioré en justifiant que le triangle existait bien grâce à l'inégalité triangulaire lors du devoir surveillé. Les trois autres élèves ne se sont pas améliorés et n'ont donc pas validé ni R1 ni R2 lors du devoir surveillé, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas pensé à justifier l'existence du triangle avant de le tracer. De surcroît, ils n'ont pas pensé à justifier par l'inégalité triangulaire une fois qu'ils se sont rendu compte qu'il fallait vérifier avant de tracer. Ainsi, malgré une explicitation du contrat didactique lors de la correction de l'interrogation, ces élèves n'ont pas actualisé leur représentation du contrat didactique. Ainsi, ces trois élèves sont complètement réfractaires au jeu du contrat didactique puisqu'ils n'y a eu aucune évolution dans leur réflexion et cela malgré un travail sur leurs erreurs.

Il est aussi possible de remarquer que, parmi les douze élèves qui semblaient avoir bien assimilé R1 lors de l'interrogation, seulement sept d'entre eux ont su reconduire cela en justifiant par l'inégalité triangulaire, dont un élève après avoir tracé le triangle.

Nous pouvons donc remarquer que cet exercice fut moins bien réussi que celui de l'interrogation (deuxième phase). Cela peut être dû à la consigne de l'exercice du devoir surveillé qui demandait de montrer que le triangle « existe » au lieu du « constructible » habituel. Cela peut également être dû au fait que ce devoir a eu lieu quinze jours après la fin du chapitre 4 et qu'il portait sur plusieurs chapitres. Ainsi, les élèves pour qui les nouvelles règles du contrat didactique n'étaient pas complètement acquises ou qui n'ont pas suffisamment révisé ce qui avait été vu lors du chapitre 4, ont eu du mal à remobiliser les savoirs et savoir-faire, mais aussi à agir sous l'influence du contrat didactique.

Ceci témoigne de la complexité pour les élèves d'assimiler les nouvelles règles du contrat didactique, surtout lorsque celles-ci sont implicites. Cette complexité prend notamment source dans la temporalité, puisque lors de ce chapitre sur l'inégalité triangulaire, les élèves n'en étaient qu'au début de leur année de cinquième et donc qu'au début de la transition entre géométrie instrumentée et déductive. De surcroît, cette transition ne se fait pas seulement sur un chapitre, il est donc normal que la capacité de certains élèves d'être dans une géométrie déductive n'est pas immuable. Ainsi, les douze élèves ayant justifié correctement lors de la phase deux ont temporairement validé R1 et, comme précisé en 3.1.2, le chapitre suivant n'étant pas de la géométrie, il est compréhensible que des élèves reviennent à leur ancienne coutume scolaire plus ancrée une quinzaine de jours après.

Une solution pour surmonter les erreurs dues à la non compréhension de la transition entre ces deux géométries, aurait été de préciser dans la consigne *(4)* de montrer que le triangle était bien constructible « à l'aide de l'inégalité triangulaire ». De cette manière, il aurait été possible d'évaluer tous les élèves sur les compétences liées à l'inégalité triangulaire, cependant, cela rentre en contradiction avec l'objectif de ce mémoire et donc de l'expérimentation. En effet, préciser l'outil à utiliser pour montrer qu'un triangle est constructible ne permet pas d'évaluer la règle didactique R1.

De la même manière que R1, la temporalité est un obstacle à considérer pour la bonne compréhension de R2. En effet, comme le devoir surveillé ne se situait plus dans la séquence du chapitre sur l'inégalité triangulaire, il est possible que certains élèves aient appliqué une des règles du contrat didactique élaborée par eux-mêmes, qui a notamment créé R1, consistant à utiliser ce qui a été vu dans la leçon lors des exercices de la séquence. Cette règle est claire et véridique, cependant elle pose un problème quant à la transversalité des notions vues dans chaque chapitre. Autrement dit, il se peut que les six élèves qui n'ont pas validé R2 lors de la troisième phase, n'aient pas pensé à vérifier avant de tracer le triangle dans la mesure où la séquence sur l'inégalité triangulaire était finie et donc ils n'avaient plus besoin de vérifier avant de tracer un triangle. Pour ces élèves, il faut donc appliquer R2 seulement lors de la séquence sur le chapitre 4, pour rappel, R2 : tous les triangles ne sont pas forcément constructibles, quand cela est demandé, il faut vérifier et justifier avant de construire un triangle. Ainsi, une cause possible des erreurs pour R2 est une mécompréhension de cette règle implicite du contrat didactique telle que le professeur l'imaginait.

Pour ce qui est de R3, malgré une méticuleuse préparation et étude des erreurs potentielles dues au contrat didactique au préalable de la séquence, ce n'était pas particulièrement une règle du contrat didactique prévue d'étudier au commencement de ce mémoire. En effet, compte tenu de la perte de temps à essayer de tracer un triangle vérifié comme non constructible, du manque de savoir-faire de la majeure partie des élèves pour tracer un triangle et de la clarification de cette attente faite par l'auto-correction, il n'était pas attendu d'avoir autant d'élèves qui essaieraient de tracer les triangle non constructibles. Suite à cela, il a été nécessaire d'examiner l'entièreté de la séquence du chapitre 4 pour déterminer des éléments qui auraient pu influencer la bonne transmission du contrat didactique.

Deux éléments se sont avérés pertinents : une question de l'activité introductrice et un exemple de la leçon. En effet, lors de l'activité introductrice (Annexe 1), pour créer la dévolution des problèmes (certains triangles ne sont pas constructibles et le constat graphique n'est pas absolu), il était demandé aux élèves d'essayer de tracer trois triangles. Pour le triangle non constructible, les élèves ont dû essayer de le tracer et ont donc gardé une trace de ce triangle. Par conséquent, certains élèves n'ont pas dû faire la distinction entre les attentes du professeur lors d'une activité introductrice et après celle-ci, c'est-à-dire que ces élèves n'ont pas été sensible à la rupture du contrat didactique qui s'est produite lors de l'activité introductrice.

L'autre élément source potentielle d'interférences concerne un exemple de la leçon qui suit la propriété pour montrer qu'un triangle est constructible par l'inégalité triangulaire. Dans cet exemple comportant deux cas, le premier correspond au cas où les trois longueurs données ne forment pas un triangle constructible. Pour illustrer cela et pour montrer aux élèves pourquoi cela n'est pas possible (les arcs de cercle ne se croisent pas), une figure du triangle non constructible est fournie dans l'exemple, voir Annexe 9. Cet exemple constitue notamment une représentation, un témoin de l'évolution du contrat didactique, cependant, la présence de cette illustration (géométrie instrumentée) aux côtés de la justification (géométrie déductive) a pu tenir un rôle dans le contrat didactique en instillant le doute chez les élèves.

Une autre piste à prendre en compte, indépendante du contrat didactique, provient du statut de la construction des triangles. En effet, certains élèves ont peut-être décidé de tracer les deux triangles, indépendamment de la conclusion trouvée, pour vérifier leur justification ou bien pour conjecturer. De fait, il est possible qu'ils aient commencé par essayer de tracer les deux triangles pour émettre une hypothèse, avoir une idée de la conclusion qu'ils doivent trouver s'ils ont oublié ou s'ils n'ont pas bien compris le sens de la condition pour qu'un triangle soit constructible (somme inférieure ou supérieure au plus grand côté).

Cependant, d'après les observations menées lorsque les élèves faisaient cette interrogation, cette dernière piste ne sera pas retenue. Par conséquent, une mauvaise assimilation, interprétation du contrat didactique est la seule source d'erreur retenue ici pour les élèves n'ayant pas appliqué R3.

Ainsi, en tenant compte des éléments qui ont pu perturber la représentation du contrat didactique chez les élèves et des résultats trouvés lors de l'expérimentation, la consigne *(3)* semble être trop implicite. De plus, il se peut qu'au-delà des consignes écrites, mon comportement et mes remarques en tant qu'enseignante ont pu perturber la bonne identification de cette règle. De fait, puisque je ne m'attendais pas à ce des élèves essaient de tracer les triangles vérifiés comme non constructibles, il ne s'agit pas d'un phénomène auquel j'ai particulièrement fait attention lors de la première phase (phase des exercices). Par conséquent, le seul retour que les élèves ont eu par rapport à cette règle du contrat didactique fut l'auto-correction avec la correction de la ceinture jaune. Il est quand même important de souligner que malgré cela, le dispositif d'auto-évaluation a permis de transmettre cette règle implicite du contrat didactique pour six élèves parmi les treize élèves qui ont vérifié, sans faire d'erreurs, que les triangles étaient constructibles. Les cinq autres élèves sont restés quant-à eux rétifs au jeu du contrat didactique concernant R2.

Conclusion

La réflexion qui se traduit par le biais du travail présenté dans ce mémoire attire l’attention sur l’intérêt d'étudier le contrat didactique pour favoriser l’apprentissage des élèves. Une problématique retient les esprits sur le statut de l’erreur, plus particulièrement celles dues au contrat didactique, au sein de l’apprentissage des élèves. Comment la perception des attentes réciproques du contrat didactique par les élèves, en situation de classe, est un facteur qui intervient et doit être pris en compte dans l'analyse de la compréhension et de l’application des consignes en mathématiques par les élèves ?

Bon nombre d’arguments plausibles ont été relevés dans ce mémoire et le constat se révèle sans appel : une réflexion autour du contrat didactique est à effectuer afin de pouvoir prévoir et mieux analyser les erreurs de ses élèves.

En effet, nous avons vu que dans une situation d’apprentissage, les erreurs détiennent une place et un rôle primordiaux puisqu’elles, entre-autres, sont un témoin du travail de l’élève et qu’elles permettent à l’enseignant d’adapter au mieux sa stratégie et ses objectifs face à l’élève. Cependant, il existe une multitude d’erreurs, dont certaines qui ne sont pas en lien direct avec les savoirs antérieurs des élèves, mais plutôt avec la manière d’enseigner du professeur. Ces erreurs proviennent des règles et attendus implicites entre le professeur et l’élève, ce que G. Brousseau a nommé contrat didactique. Ce contrat didactique étant en continuelle évolution et donc source d’éternelles renégociations, il est difficile pour les élèves de décoder et d’assimiler toutes les attentes du professeur, surtout lorsque celles-ci sont implicitement transmises à travers des consignes. De cette manière, il s’avère opportun de mener un travail sur le contrat didactique en amont de chaque séquence, afin de pouvoir prévoir les potentielles erreurs dues à celui-ci et de s’en servir comme outil dans l’apprentissage des élèves.

Il a fallu ainsi réfléchir à un certain cadre pour permettre d’inclure intelligemment l’erreur dans l’apprentissage des élèves. D’un point de vue professionnel, cette recherche a renforcé notre réflexion sur l’évaluation scolaire, notamment en ce qui concerne les typologies de l’évaluation, mais également sur la posture qu’un enseignant doit adopter pour ne pas faire de l’évaluation une cause d’angoisse ou d’échec, mais plutôt une ressource dans la construction des savoirs et un outil qui valorise les progrès. Notre réflexion a abouti sur le mode de fonctionnement par ceintures de compétences et sur l’auto-évaluation, qui furent un moyen efficace de travailler l'erreur autrement en l'intégrant entièrement au processus d'apprentissage, tout en étant un bon moyen de communication entre professeur et élèves. De fait, ce dispositif fournit aux élèves un moyen de comparer leur production à celle de leur professeur et d'avoir une idée très précise de ce qui est attendu d'eux.

Cependant, malgré une consciencieuse préparation d'une séquence au prisme de l'impact du contrat didactique sur l'acquisition des nouveaux savoirs et savoir-faire, certains résultats témoignent de la complexité et du temps que les élèves prennent pour décoder et assimiler les ruptures du contrat didactique. Il y aura toujours des attentes encore trop implicites, des élèves réfractaires au jeu du contrat didactique ou encore des éléments imprévus ou bénins qui influenceront celui-ci. De plus, un tel travail du contrat didactique en amont demande un certain temps d'analyse en amont et de maîtrise face aux élèves.

De cette manière, il serait envisageable de poursuivre cette réflexion à travers l'étude d'autres formes d'évaluation de sorte à astucieusement clarifier le contrat didactique, telle que le système d'Évaluation Par Contrat de Confiance (EPCC) présenté par André Antibi.

Références bibliographiques

Ouvrages généraux

[1] Yves Reuter, *Panser l'erreur à l'école,* (2013). Villeneuve d'Ascq : Presses universitaires du Septentrion, (Les Savoirs mieux), ISBN : 978-2-7574-0593-2

[2] Zakhartchouk, J-M., Castincaud, F, *L'évaluation plus juste et plus efficace : comment faire ?,* (2014). Amiens : Canopé édition et Cahiers pédagogiques, (Repères pour agir), ISBN : 978-2-886615-413-4

[3] Jean-Pierre Astolfi, *L'erreur, un outil pour enseigner*, (1997). Paris : ESF Éditeur, (Pratiques et enjeux pédagogiques), ISBN: 978-2-7101-2865-6

[4] Jean-Luc Dorier, *Aperçu de l'histoire de la didactique des mathématiques francophone,* (2014). Perspectivas da Educação Matemática,, vol. 7, n° 15, p. 365–379, *Aperçu de l'histoire de la didactique des mathématiques francophone | Archive ouverte UNIGE*

[5] Danièle Descomps, *La Dynamique de l'erreur,* (1999). Paris : Hachette Livre (Pédagogie pour demain), ISBN : 2-01-170587-8

[6] Guy Brousseau, *Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire,* (1980). Revue de Laryngologie Otologie Rhinologie (Revue de Laryngologie) 3-4, pp.107-131, Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire (archives-ouvertes.fr)

[7] Guy Brousseau, *Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques,* (1986). Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 7, n° 2, p. 33-115, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques - Revue RDM - Recherches en didactique des mathématiques (revue-rdm.com)

[8] IREM de Grenoble Équipe ELEM. Grt., *Quel est l'âge du capitaine ?*, (1979). Grand N, n° 19, p. 63-70, 19n4_1563355397849-pdf (univ-grenoble-alpes.fr)

[9] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, *Travailler la compréhension de consignes*, (2016). download (education.fr)

[10], Jean-Michel Zakhartchouk, *Les consignes au cœur de la classe : geste pédagogique et geste didactique*, (2000). Repères, recherches en didactique du français langue maternelle, (Les outils d'enseignement du français), n°22, pp. 61-81, *Les consignes au cœur de la classe : geste pédagogique et geste didactique (persee.fr)

[11], Jean-Michel Zakhartchouk, *Consignes: aider les élèves à décode*r, (1996). Pratiques : linguistique, littérature, didactique, (Des méthodes en français), n°90, pp. 9-25; *Consignes: aider les élèves à décoder (persee.fr)

[12] Roland Charnay, *De l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes...*, (1990-1991). Grand N, n°48 pp. 37 à 64, 48n5_1562937289243-pdf (univ-grenoble-alpes.fr)

[13] Graner, M., Giordan, A. (2020). *Apprendre par l'erreur.* Lyon : Chronique sociale, (École : changer de cap), ISBN : 978-2-36717-711-3

[14] Cécile Borel, *Évaluer en faisant de l'erreur un outil d'apprentissage Histoire-géographie*. Académie Aix-Marseille, place_erreur_dans_evaluation_c-borel.pdf

[15] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, *Programme d'enseignement de l'école maternelle*, (2021). download (education.fr)

[16] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, *Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2)*, (2020). ensel714_annexe1_1312885.pdf

[17] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, *Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer*, (2016).download (education.fr)

[18] Charnay, R. (2013, 3 avril). De quoi parle-t-on de l'école de au collège ? Espace sensible et géométrie. [Présentation d'une conférence]. Géométrie au cycle 3, Dijon. Géométrie (ac-dijon.fr)

[19] Bertein D., (2019). *Mise en place d'une évaluation par ceinture de compétences en classe de STI2D, afin de mesurer l'engagement au travail des élèves.* [Mémoire, Université de Nantes]. Mise en place d'une évaluation par ceinture de compétences en classe de STI2D, afin de mesurer l'engagement au travail des élèves (cnrs.fr)

[20] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, *Mathématiques, attendus de fin d'année de 5e*,(2022). download (education.fr)

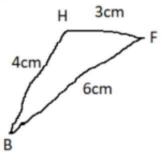
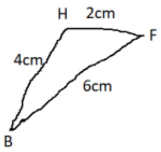
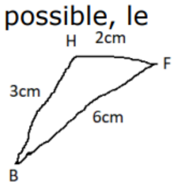
[21] Gilbert ARSAC , *Vérité des axiomes et des théorèmes en géométrie – vérification et démonstration, (1993-1994). Petit x, n° 37 pp. 5 à 33,* 37x1_1569841865603-pdf (univ-grenoble-alpes.fr)

[22] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, *Programme d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3)*, (2020), J'enseigne au cycle 3 | éduscol | Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse - Direction générale de l'enseignement scolaire (education.fr)

Table des annexes

Annexe 1. Détail de la première consigne.

La première consigne provient de l’activité introductrice du chapitre sur l’inégalité triangulaire qui a été proposée à une classe de cinquièmes. Au stade de cette question, les élèves n’ont toujours pas été confrontés à des triangles non-constructibles ou encore au cas du triangle aplati. De plus, outre une question préliminaire sur le plus court chemin entre deux points, les notions de calculs et de comparaisons (donc d’inégalité triangulaire) n’ont pas encore été abordées. Ci-dessous se trouve un extrait de l’activité introductrice en question.

1er cas : L’aviateur veut faire le parcours suivant : Construire, si possible, le triangle FHB. 	*2nd cas :* L’aviateur veut faire le parcours suivant : Construire, si possible, le triangle FHB. 	*3ème cas :* L’aviateur veut faire le parcours suivant : Construire, si possible, le triangle FHB. 

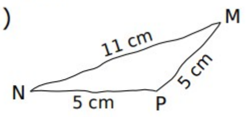
Annexe 2. Détail de la deuxième consigne.

Concernant la deuxième consigne, les élèves viennent de voir le cours sur l’inégalité triangulaire, il s’agit donc du premier exercice (en dehors de l’exemple détaillé dans la leçon) que les élèves font autour du problème de triangles constructibles ou non.

Exercice 2

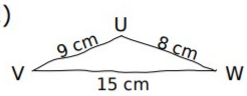
Dans chaque cas, indique si le triangle est constructible.
Justifie.

1)



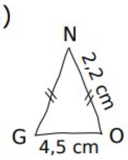
Dans le triangle MNP, la longueur la plus grande est ...... cm.
On a ...... + ... = ... cm.
Ainsi ...... cm ... . cm + ... cm.
Donc le triangle MNP .... constructible.

2)



Dans le triangle UVW, la longueur la plus grande est ...... cm.
On a ...... + ... = ... cm.
Ainsi ...... cm ... . cm + ... cm.
Donc le triangle UVW .... constructible.

3)



Dans le triangle GNO, la longueur la plus grande est ...... cm.
On a ...... + ... = ... cm.
Ainsi ...... cm ... . cm + ... cm.
Donc le triangle GNO .... constructible.

Annexe 3. Détail de la troisième consigne.

Pour cette troisième consigne, il s'agit de la plus fréquente. En effet, c'est la consigne que les élèves ont le plus rencontré, puisqu'il s'agit d'une consigne d'un exercice d'application type de l'inégalité triangulaire (exercice 1) mais aussi de la première évaluation sommative (l'interrogation d'une vingtaine de minutes) sur ce chapitre.

a) Exercice sur l'inégalité triangulaire de la ceinture jaune (deuxième feuille d'exercice)

Exercice 1

Dans chaque cas, trace, si possible, les triangles ABC. Justifie.

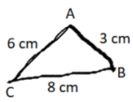
a) AB = 9 cm	BC = 5 cm	AC = 1 cm
b) AB = 7 cm	BC = 4 cm	AC = 5 cm
c) AB = 6 cm	BC = 10 cm	AC = 4 cm

b) Exercice sur l'inégalité triangulaire de l'interrogation. Deux versions de l'interrogation sont prévues afin d'éviter toute tentative de triche.

Exercice 2 :

Dans les deux cas, tracer, si possible, les triangles ABC. <u>Justifier</u>.

a.



Justification :

……………………………………………………………………

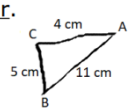
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Construction :

b.



Justification :

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

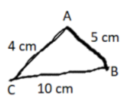
……………………………………………………………………

Construction :

Exercice 2 : **/5,5**

Dans les deux cas, tracer, si possible, les triangles ABC. <u>Justifier</u>.

a.



Justification :

……………………………………………………………………

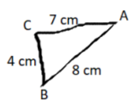
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Construction :

b.



Justification :

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Construction :

Annexe 4. Détail de la quatrième consigne.

La quatrième consigne (question 2 de l'exercice 3 ci-dessous) est survenue lors de la deuxième évaluation sommative (le devoir surveillé d'une heure sur plusieurs chapitres) que les élèves ont eu sur l'inégalité triangulaire, qui n'a été évaluée que lors de cet exercice 3.

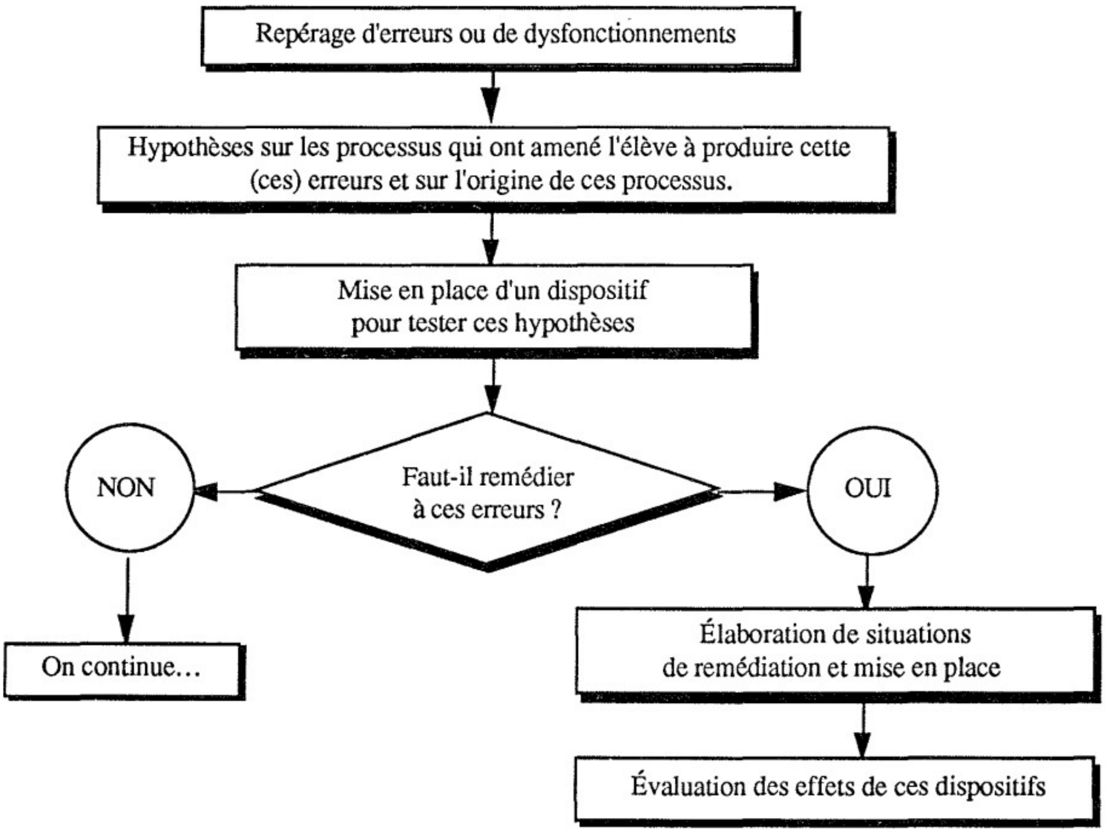
Exercice 3 :

On considère un triangle GHI isocèle en I tel que GH = 2,6 cm et HI = 5,4 cm

1) Tracer une figure à main levée de ce triangle et la coder.
2) Montrer que ce triangle existe.
3) Tracer ce triangle en vraie grandeur.

Annexe 5. Organigramme du dispositif de remédiation d'après Roland Charnay [12]

Voici l'organigramme de remédiation des erreurs proposé par Roland Charnay dans *De l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes.*



Annexe 6. Correction de l’exercice 1 de la ceinture jaune.

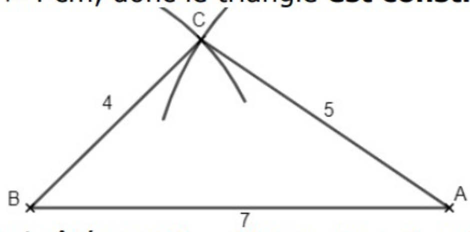
Sur cette correction de l’exercice 1 de la ceinture jaune (deuxième feuille d’exercices), la construction du triangle non constructible n’est pas présente.

CEINTURE JAUNE

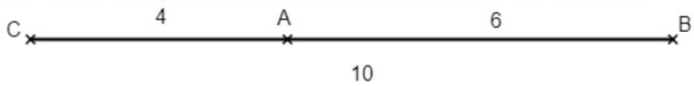
Exercice 1

a) Le plus grand côté est AB = 9 cm. On a 5 + 1 = 6 cm
9 cm > 5 cm + 1 cm, donc le triangle **n’est pas constructible**.

b) Le plus grand côté est AB = 7 cm. On a 5 + 4 = 9 cm
7 cm < 5 cm + 4 cm, donc le triangle **est constructible**.



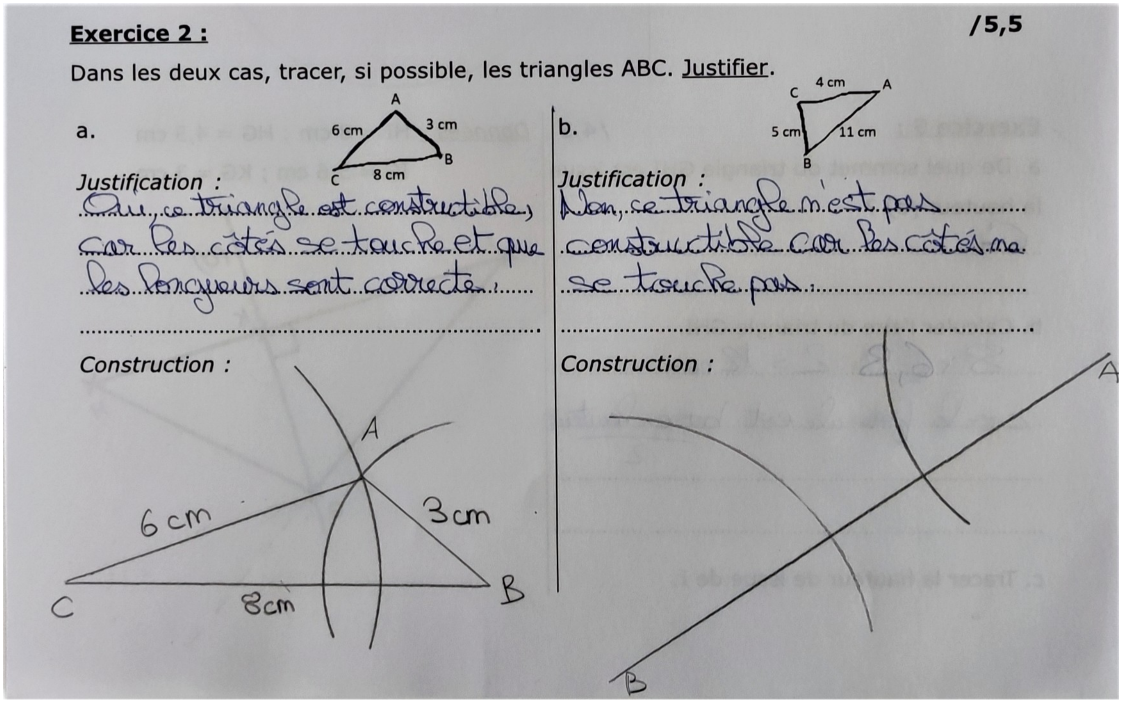
c) Le plus grand côté est BC = 10 cm. On a 6 + 4 = 10 cm
BC = AB + AC, donc le triangle **est constructible**, les points A, B et C sont alignés. A appartient au segment [BC].



Annexe 7. Deuxième phase : premier exemple de la copie d’un élève.

Voici un exemple ci-dessous de la copie de l’interrogation d’un élève qui n’a pas su discerner R1 et s’adapter au nouveau contrat didactique, c’est-à-dire passer d’une géométrie instrumentée à une géométrie déductive.

En effet, cet élève a commencé par essayer de tracer les deux triangles pour ensuite constater que cette construction est faisable pour le premier triangle car les arcs de cercle se « touchent », contrairement au deuxième cas.


Exercice 2 : /5,5

Dans les deux cas, tracer, si possible, les triangles ABC. Justifier.

a.

Justification : Oui, ce triangle est constructible, car les côtés se touche et que les longueurs sont correcte.

Construction :

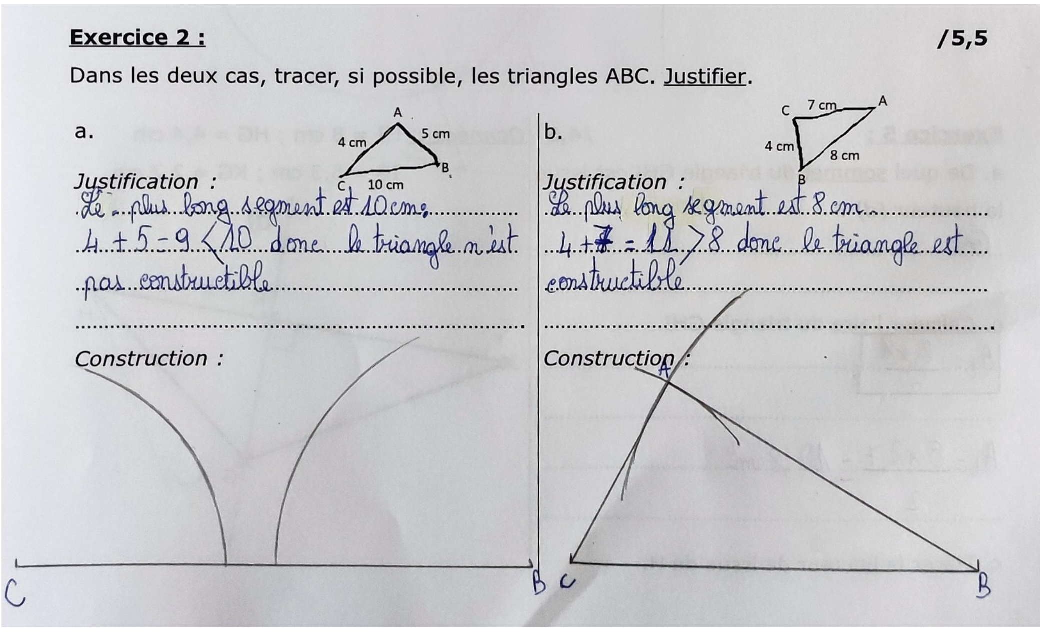
b.

Justification : Non, ce triangle n'est pas constructible car les côtés ne se touche pas.

Construction :

Annexe 8. Deuxième phase : deuxième exemple de la copie d'un élève.

Voici un exemple ci-dessous de la copie de l'interrogation d'un élève qui n'a pas su discerner R3. Cet élève a commencé par vérifier si les triangles étaient constructibles grâce à l'inégalité triangulaire, cependant il a essayé de tracer le triangle non constructible.


Exercice 2 : /5,5

Dans les deux cas, tracer, si possible, les triangles ABC. Justifier.

a.

Justification :

Le plus long segment est 10cm.
4 + 5 = 9 < 10 donc le triangle n'est pas constructible

Construction :

b.

Justification :

Le plus long segment est 8 cm.
4 + ~~7~~ = 11 > 8 donc le triangle est constructible

Construction :

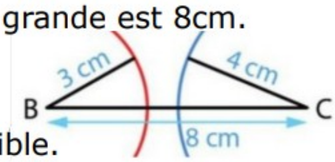
Annexe 9. Deuxième phase : exemple de la leçon.

Exemple présent dans la leçon après la propriété qui affirme qu'un triangle est constructible si la longueur de son plus grand côté est inférieure ou égale à la somme de la longueur des deux autres côtés. Comme il s'agit de la première formalisation de cette propriété, il leur a été fourni un exemple qui permet d'illustrer pourquoi un triangle n'est pas constructible lorsque cette somme n'est pas supérieure à la longueur du plus grand côté. Cet exemple sert de transition entre géométrie instrumentée et géométrie déductive.

Exemples :

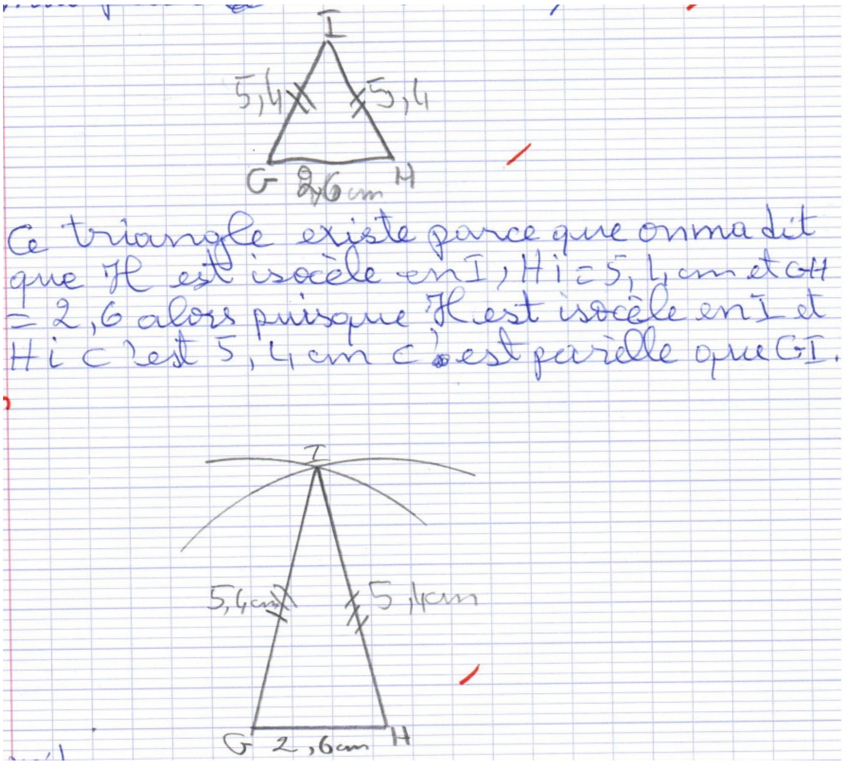
- Peut-on construire un triangle ABC sachant que AB=3cm, BC=8cm et AC=4cm ?

Dans le triangle ABC, la longueur la plus grande est 8cm.
On a 3 + 4 = 7 cm.
Ainsi, 8cm > 3 cm + 4 cm.
Donc le triangle ABC n'est pas constructible.



Annexe 10. Troisième phase : troisième exemple de la copie d’un élève.

Voici un extrait ci-dessous de la copie du devoir surveillé d’un élève. Cet élève a bien pensé à vérifier si un triangle était constructible avant d’essayer de le tracer, il a donc validé R2. Cependant, il n’a pas validé R1 car il a justifié qu’il était possible de construire le triangle puisque l’on connaît la longueur des trois côtés, le triangle étant isocèle et deux longueurs étant présentes dans l’énoncé.



Comment traiter les erreurs dues au contrat didactique en mathématiques pour enrichir l'apprentissage ?

Dans ce travail de mémoire, il est question des enjeux d'un travail sur le contrat didactique et les consignes pour pouvoir mieux analyser les erreurs des élèves afin d'améliorer leur apprentissage.

Une étude autour de l'évolution du contrat didactique en géométrie du cycle 1 au cycle 4 y est plus particulièrement abordée. Dans ce contexte de transition entre géométrie instrumentée et géométrie déductive en classe de cinquième, l'analyse est concentrée sur le décodage et l'assimilation de trois règles implicites du contrat didactique sur la notion d'inégalité triangulaire.

Après avoir identifié le rôle primordial des consignes pour ces trois règles du contrat didactique, l'attention est portée sur le dispositif de ceintures de compétences et sur l'auto-évaluation qui permettent de, tout d'abord, modifier positivement le statut de l'erreur, mais aussi d'engager pleinement les élèves sur un travail autour du contrat didactique.

En relevant et en comprenant les différentes compositions des élèves d'une classe de cinquième lors de trois différentes phases d'expérimentation sur ces trois règles implicites, l'analyse de leurs erreurs vise à découvrir les intérêts d'une étude en amont du contrat didactique pour le professeur et de l'efficacité d'un tel dispositif pour l'explicitation des attentes du professeur envers les élèves.

Mots-clés : erreurs, contrat didactique, consigne, auto-évaluation, ceinture de compétences, géométrie instrumentée, géométrie déductive, inégalité triangulaire.

How to deal with errors due to the didactic contract in mathematics to enhance learning ?

The issue of this research is to question the issues of working on the didactic contract and on the instructions to be able to better analyze the errors of pupils in order to improve their learning.

Especially, a study on the evolution of the didactic contract in geometry from the first cycle to the fourth cycle is discussed. In this context of transition between instrumented geometry and deductive geometry in the fifth grade, the analysis focuses on decoding three implicit rules of the didactic contract on the notion of triangle inequality.

After having identified the essential role of the instructions for these three rules of the didactic contract, attention is paid to the belt pedagogy and self-assessment. First of all, these tools positively modify the status of the error, but they also allow pupils to fully engage themselves in working on the didactic contract.

By identifying and understanding the different pupils'compositions of a class during three different phases of testing regarding these three implicit rules, the analysis of their errors aims at discovering the interests of an upstream study of the didactic contract for the teacher and the effectiveness of such tools for making the teacher's expectations explicit towards the pupils.

Keywords : errors, didactic contract, instructions, self-assessment, belt pedagogy, instrumented geometry, deductive geometry, triangular inequality.