Mémoire d'initiation à la recherche

Université de Limoges

INSPE Académie de Limoges
Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

Second degré

2021/2022

Quelle place pour l'Histoire dans l'enseignement des Mathématiques en classe de sixième ?

Thierry Faure – professeur stagiaire de mathématiques

Mémoire encadré par

Marc MOYON

Directeur Inspé de l'académie de Limoges

Maître de conférences HDR histoire des mathématiques (72° section)

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué, directement ou indirectement à la réalisation de ce mémoire.

Je souhaite tout particulièrement remercier Monsieur Marc Moyon, directeur de l'INSPE, Maître de conférences et directeur de ce mémoire, dont la disponibilité, les lectures et les précieux conseils ont rendu cette étude possible.

Je remercie également Monsieur Jacques-Arthur Weil, directeur adjoint de l'INSPE et responsable de formation et Monsieur Olivier Ruatta, responsable de formation, pour leurs enseignements et leurs encouragements.

Je remercie Madame Cyrielle Jenner-Coussy, professeure de mathématiques au collège Léon Blum et tutrice terrain de mon année de titularisation, pour sa confiance, ses relectures et ses conseils avisés tout au long de l'année.

Je remercie Madame Christelle Chauprade, professeure de mathématiques et référente INSPE de mon année de titularisation pour sa bienveillance et ses précieux éclairages.

Je remercie Madame Émilie Mestraud et Madame Edith Blanck-Pauliat, professeures de mathématiques intervenant à l'INSPE pour leurs nombreux conseils et leur expérience.

Enfin, je remercie l'équipe pédagogique du collège Léon Blum mais aussi le personnel et la direction, pour leur accueil et leur énergie.

Table des matières

Table des illustrations

Table des tableaux

Introduction

Ce travail prolonge une recherche, notamment bibliographique, engagée en 2020/21, qui porte sur la place que peut revêtir l'histoire dans l'enseignement des mathématiques en général.

Le sujet est vaste, tant par la variété des publications qui en traitent que par l'éventail des niveaux d'enseignement mathématique. Aussi, la présente étude, tâchant de rester à la fois concrète et délimitée, ne se penche que sur un seul type d'enseignement, celui des mathématiques au collège. Toutefois, l'enseignement au collège étant encore un sujet trop étendu pour être entièrement traité, ce document ne porte *in fine* que sur l'enseignement des mathématiques dans une classe de sixième.

Il existe plusieurs raisons à ce choix : tout d'abord, une classe de sixième et son manuel scolaire ont servi de supports à cette étude et à la mise en œuvre de certaines pratiques utilisant l'histoire des mathématiques. La confrontation entre lectures de recherche, analyse d'un manuel scolaire et réalité de la pratique en classe aura permis de faire surgir quelques éléments, sinon de réponses, en tout cas de réflexion.

Ce travail profite aussi des enseignements du projet *Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*, qui s'est concrétisé par la publication d'un ouvrage collectif (Moyon & Tournès, 2018).

La sixième est une classe particulière car sur une année charnière : cette classe est à la fois la dernière du cycle débuté à l'école primaire (le cycle 3) et aussi la première année du collège et donc le passage incontournable vers le cycle 4.

Non seulement la classe de sixième clôt un cycle de programme, mais cette division pourvoit 4h de mathématiques hebdomadaires aux élèves de la classe concernée (hors heures consacrées à l'AP), une dotation horaire plus généreuse que celle du cycle 4 et qui donc invite à une plus grande variété d'activités.

Enfin, toute pratique en classe de sixième peut trouver des échos à la fois dans (au moins) les deux années précédentes, du cycle 3, mais aussi dans les trois années suivantes, du cycle 4.

Ce travail de recherche ne fait pas l'économie d'une réflexion théorique mais il s'attache avant tout à une étude concrète, sur une même classe en responsabilité pendant un an, appuyée par une expérience du terrain.

Le processus de cette étude se divise en trois parties :

- Une analyse rétrospective de la place de l'histoire des mathématiques dans le programme et une revue succincte, au travers de quelques articles de recherche et d'une importante monographie, des vertus attendues d'une perspective historique en mathématiques.

- Une analyse de la place de l'histoire des mathématiques dans l'ouvrage scolaire utilisé par la classe selon une typologie établie par le chercheur Sebastian Schorcht et une comparaison avec le contenu de l'édition la plus récente de ce même manuel.
- Une analyse de la place de l'histoire des mathématiques dans la pratique en classe tout au long de l'année, à la fois d'un point de vue didactique et d'un point de vue pédagogique.

Pour cela, la typologie définie et employée par Schorcht (Clark et al., 2018) s'est révélée un outil précieux pour analyser toute tâche en rapport avec l'histoire des mathématiques, à commencer par l'ouvrage scolaire utilisé par la classe concernée.

Avant d'aller plus avant, voici deux extraits choisis (avec une traduction personnelle) du point de vue de Schorcht tels que développés dans son article « *History of Mathematics in German Mathematics Textbooks* » (Clark et al., 2018), extraits qui ont guidé ce travail et qui sont suivis d'une présentation de sa typologie.

- « En histoire des mathématiques, définir des tâches, à la fois riches de sens et de qualité, au sein de l'enseignement des mathématiques exige simultanément des compétences mathématiques et des compétences historiques ».

(« Defining qualitative and meaningful tasks about the history of mathematics in mathematics education requires both historical and mathematical skills ».) (Clark et al., 2018, p. 144)

- « Définir des tâches nouvelles et adaptées, fournir des exemples, tout cela représente un réel défi pour l'enseignant en quête de méthodes sur la manière d'utiliser l'histoire des mathématiques en cours de mathématiques, méthodes qui font encore largement défaut. En conséquence, cela engendre une dépendance aux tâches déjà toutes faites ».

(« *Defining new and suitable tasks and providing examples presents a difficult challenge for the teacher who needs advice about how to use the history of mathematics in mathematics education, advice that has largely been lacking. As a consequence, there is a reliance and dependence on suitable tasks that already exist. »*) (*Ibid*., p. 144)

Citant en particulier les travaux de Toeplitz (1927), Jankvist (2009), Heymann (1996), Radbruch (1997) et Wille (2001), Schorcht définit quatre dimensions pour classer et définir les tâches relatives à l'histoire des mathématiques (Clark et al., 2018) :

- Une dimension génétique avec deux critères : *lien avec le présent – reste dans le passé*.

- Une dimension historique avec deux critères : les mathématiques vues comme un *produit* ou vues comme une *évolution* (et donc l'histoire considérée comme un *outil* ou comme un *but*).

- Une dimension identitaire avec deux critères : *personnalisé* (le recours à des noms célèbres) ou *personnifié* (accent mis sur le travail de praticiens anonymes).

- Une dimension d'« orientation » : en réalité cet aspect recouvre six critères distincts : *information (mathématique / historique) – action (mathématique / historique) – orientation (mathématique / historique)*. Schorcht insiste sur la notion de « savoir d'orientation » qui peut être définie par rapport à celle de *savoir disponible*, le *« je sais que je ne sais pas »*. Dans ce cas, le « savoir d'orientation » est le « *je ne sais pas que je sais »*. Ce type de savoir, qu'il juge essentiel, s'articule autour de deux processus : *découverte – expérience*.

A partir de ces 12 critères, Schorcht (Clark et al., 2018) conclut qu'il est possible de les regrouper de manière à obtenir **cinq grandes catégories** qui permettent de classer les tâches en relation avec l'histoire des mathématiques dans les ouvrages scolaires allemands.
Ces cinq catégories lui permettent d'établir une typologie qu'il a ensuite utilisée pour analyser des manuels de mathématiques en langue allemande.

Voici la table de typologie synthétique telle que présentée dans son article (Clark et al., 2018) :

Table 8.3 Combination of attributes per type found in the tasks that were examined

Types of tasks	Combination of attributes within all tasks of one type
Informative present type	Linkage to the present
	Historical information
Acting present type	Linkage to the present
	Mathematical acting
Informative past type	Remain in the past
	Historical information
Acting past type	Remain in the past
	Historical information
	Mathematical acting
Personalization type	Remain in the past
	Personalization
	Historical information

Figure 1: Découpage typologique conçu par Schorcht (Clark et al., 2018, p. 156)

- ***INFORMATIVE PRESENT*** **(IPR)** (*link the present + historical information*)

Ce type de tâche procure des éléments historiques à l'élève tout en faisant le lien entre ces savoirs et les mathématiques telles qu'elles sont pratiquées aujourd'hui.

(selon les mots de Schorcht - « *Tasks about the history of mathematics that belong to the informative present type are those tasks that inform the student about mathematics and build a linkage to present-day mathematics, allowing the student to connect today's mathematics with its past »).* (Clark et al., 2018, p. 156)

- ***ACTING PRESENT*** **(APR)** (*link the present + mathematical acting*)

Ce type de tâche demande un travail autonome de nature mathématique de la part de l'élève tout en établissant un lien entre les mathématiques du présent et celles du passé.

(selon les mots de Schorcht - *« Tasks belonging to the acting present type contain linkages to present and require independent mathematical acting by the student »*). (*Ibid*., p. 156)

- ***INFORMATIVE PAST*** **(IPA)** *(remain in the past + historical information*)

Ce type de tâche donne des éléments historiques à l'élève sans faire de lien avec les mathématiques telles que pratiquées aujourd'hui. Le savoir qu'elles véhiculent reste confiné dans le passé.

(selon les mots de Schorcht - « *Tasks of the informative past type inform the student about the history of mathematics without a linkage to present-day mathematics. All tasks of this type remain in the past but require historical information »*). (*Ibid*., p. 157)

- ***ACTING PAST*** **(APA)** (*remain in the past + historical information + mathematical acting*)

Ce type de tâche demande un travail autonome utilisant les mathématiques telles qu'elles furent pratiquées à une certaine période mais sans établir de lien avec les mathématiques telles qu'elles sont pratiquées aujourd'hui.

(selon les mots de Schorcht - *Tasks of the acting past type direct students to independent mathematical acting—but without a linkage to present-day mathematics. All tasks of this type remain in the past, offer historical information and require mathematical acting by the student*). (*Ibid*., p. 157)

- ***PERSONALIZATION TYPE*** **(PT)** (*remain in the past + personalization + historical information*)

Ce type de tâche a uniquement recours à la « personnalisation », c'est à dire une référence directe aux célébrités du monde mathématique, pour apporter des éléments de savoirs historiques.

(selon les mots de Schorcht - *« Tasks of the personalization type only use personalization to inform about the history of mathematics. All tasks of this type remain in the past, prefer personalizations and possess historical information. For the most part, persons are the focus of interest »*). (*Ibid*., p. 157)

Cette typologie, très complète et développée par Schorcht, a été reprise et utilisée pour analyser toutes les tâches présentées dans cette étude. Des acronymes personnels (IPR – APR – IPA – APA – PT) ont été ajoutés afin de faciliter son usage.

Une catégorie supplémentaire est venue enrichir cette typologie existante, celle de « *mention type* ». Cette catégorie de typologie a été introduite par Moyon (HPM Satellite ICMI14 meeting Macau (China) – 19/07/21).

- ***MENTION TYPE*** **(MT)** (*personalization + mathematical information + mathematical acting*)

Cette catégorie permet de relever des références à l'histoire des mathématiques, souvent sous forme de titre (ex. « Suite de Fibonacci », « Théorème de Pythagore »), qui font directement référence à un mathématicien célèbre sans exploiter, ni expliciter les aspects historiques et mathématiques sous-jacents.

La présente étude emploie les cinq catégories définies par Schorcht (2018) pour l'analyse de manuels allemands, *informative present* - *acting present* - *informative past* - *acting past* - *personalization type* ainsi que la catégorie *mention type* définie par Moyon (2021), pour un

total de six catégories.
Dans un souci de clarté et pour éviter une traduction non conforme, ces dénominations sont utilisées en anglais tout au long de cette étude.

La typologie développée par Schorcht a par contre été utilisée d'un manière différente de celle de l'auteur dans cette étude.
Chez Schorcht, il est fréquent qu'une tâche soit identifiée par de multiples catégories simultanément : par exemple *informative present* et *acting present*. Schorcht a cherché à identifier pour chaque tâche toutes les catégories qui lui correspondaient et a ensuite appuyé son analyse statistique sur la caractérisation multiple qui en a résulté.

L'objectif principal des analyses typologiques menées dans cette étude est différent : il s'agit d'utiliser le même outil pour rapidement évaluer la pertinence et l'utilisation d'une tâche (et dans un deuxième temps, construire des tâches adaptées). Comme les tâches présentes dans le manuel français sont courtes et que le but est de les rendre intelligibles et exploitables, la question qui se pose à chaque fois est d'identifier le cœur de chaque tâche et donc la principale *famille* à laquelle elle peut être rattachée : s'il s'agit, avant tout, d'une tâche pour enseigner des savoirs historiques ou mathématiques, la tâche est classée *informative* (*present* ou *past*). S'il s'agit d'une tâche pour mettre en activité mathématique les élèves, elle est classée *acting* (*present* ou *past*) etc.
Ainsi, toutes les tâches évaluées dans la présente étude ont été rattachées à une seule catégorie, celle qui identifie le mieux le type de la tâche.
Un tâche longue ou complexe peut toujours être découpée en plusieurs sous tâches avec chacune une qualification distincte.

Pour finir, voici une présentation succincte de la classe ayant servi de support à cette étude.
Il s'agit d'une classe de sixième du collège Léon Blum à Limoges, avec un effectif total de 29 élèves (dont 10 filles et 19 garçons).
Cette classe ayant participé aux tests de positionnement nationaux en mathématiques en début d'année, il est possible de se faire une idée de son profil : l'analyse des résultats indique qu'il s'agit d'une classe dont les performances sont globalement assez proches de la moyenne nationale.
La moyenne en mathématiques de la classe au premier semestre est autour de 14, les notes s'étalant d'environ 8 à plus de 19.
Au sein de la classe, un élève est en inclusion ULIS, deux autres élèves bénéficient d'un PPRE (dont un élève partiellement allophone) et plusieurs autres éprouvent des difficultés

marquées avec certaines notions du programme (repérage sur une demi-droite graduée, priorités opératoires, propriétés géométriques des droites parallèles et perpendiculaires, résolution de problèmes…). Globalement, la classe est vive, engagée et avance bien.

Le manuel de mathématiques utilisé par cette classe est l'édition 2016 du Myriade 6^{e} de chez Bordas.

1. Pourquoi introduire l'Histoire en classe de Mathématiques ? Quelle place dans les programmes ?

1.1. Pourquoi introduire l'Histoire en classe de Mathématiques ?

Comme le note Schorcht dans l'introduction de son article, les bénéfices d'une approche historique dans l'enseignement des mathématiques font l'objet d'études depuis au moins le XIXe siècle (Clark et al., 2018, p. 143). Des chercheurs issus de domaines aussi variés que la pédagogie, la philosophie ou les mathématiques s'y sont intéressés (Guillemette, 2012). Toutefois, il faudra attendre les années 1970 et les premiers congrès ICME (International Congress on Mathematical Education) pour que naisse un mouvement d'ampleur qui se retrouvera sous la bannière de l'acronyme HPM (History and Pedagogy of Mathematics). Pareil engouement ne pourrait s'expliquer sans l'importance qu'ont pris les mathématiques, à la fois à l'école et dans de nombreux cursus, place chaque jour renforcée par un usage de plus en plus répandu non seulement en sciences mais en réalité dans tous les domaines.

Cette position centrale, voire privilégiée, des mathématiques au sein des autres savoirs est un phénomène relativement récent au regard de sa longue histoire, une position renforcée par l'accélération du développement des connaissances et des technologies au XXe siècle. Cela a pour conséquence que toute modification de son enseignement suscite des débats aussi passionnés que les enjeux semblent cruciaux. Ainsi, l'appel, signé en 2022, par les PDG de trente grandes entreprises françaises (Thales, Vinci, TotalEnergies, LVMH,…) pour « *sauver les mathématiques* - *refaire de la France une nation de scientifiques* » en est un exemple flagrant (Challenges n°736).

C'est en réaction à la réforme des « mathématiques modernes » des années 60 que la perspective HPM va réellement naître et commencer à se développer, comme selon l'adage « on ne se pose qu'en s'opposant ». En France, cela se fera en particulier au travers de la création de groupes de recherche dans les IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) et de la commission inter-IREM « Épistémologie et histoire des mathématiques ».

La place que peut revêtir l'histoire dans les mathématiques peut être divisée en deux grandes catégories (Jankvist, 2009) : l'histoire en tant qu'*outil* au services de l'enseignement des mathématiques ou l'histoire en tant qu'*objectif* à part entière.

En ce qui concerne les avantages à intégrer une perspective historique dans l'enseignement, il n'est pas ici question de tous les citer, ni de discuter en profondeur de leurs mérites mais on peut tout de même faire un bref état des lieux, en commençant par une liste de fonctions établie par Barbin (Barbin, 1997).

L'analyse de Barbin souligne trois fonctions distinctes à une approche historique en mathématiques : une fonction vicariante (qui amène à envisager les mathématiques hors du cadre strictement scolaire), une fonction dépaysante (qui met en perspective l'évolution, parfois très lente, des savoirs mathématiques) et une fonction culturelle (qui intègre l'histoire des mathématiques dans l'histoire du monde) (Barbin, 1997, 2006).

En complément de ces fonctions, plusieurs auteurs dressent ou évoquent la liste des bénéfices communément attendus d'une utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Ainsi Fried rappelle plusieurs des raisons communément avancées qui justifient l'intérêt du monde de l'éducation pour une intégration de l'histoire : humaniser les mathématiques, faciliter leur approche, éclairer certains concepts et problèmes (Fried, 2001).

Une autre idée est de mettre en situation les élèves face aux objets mathématiques tels qu'ils étaient envisagés à une certaine époque et donc de faire la part belle à la recherche et au droit à l'erreur (Perrault, 2012).

Toutefois, les bénéfices attendus d'une telle approche se heurtent à la fois en pratique et en théorie à plusieurs facteurs défavorables, limitants ou contraignants. Siu établit la liste des seize objections les plus fréquemment mises en avant par la communauté (Siu, 2006). Parmi elles, on trouve des reproches comme « cela n'améliore pas les notes des élèves » ou encore de plus radicales comme « il ne s'agit pas d'enseignement de mathématiques ».

Siu met en avant qu'ignorer ces facteurs dessert en réalité la position de l'approche HPM et que les confronter ne peut qu'aider à progresser vers une conscience claire et un fondement solide pour une intégration de l'histoire dans la classe de mathématiques.

Un questionnaire de 1997 (Lit & Siu & Wong, 2001) révèle l'important écart entre l'intérêt porté à l'approche HPM par les enseignants et son introduction dans la classe. Un autre questionnaire, mené en France par Moyon (HPM Satellite ICMI14 meeting Macau (China) – 19/07/21) donne des résultats similaires sur ces mêmes questions : une large majorité d'enseignants accordent de la valeur à une approche historique dans le cours mais seule une minorité utilise effectivement une telle approche.

Enfin, la question de l'évaluation de l'impact d'une telle approche semble prendre une importance de plus en plus cruciale au sein de la communauté HPM, mais elle reste très complexe à évaluer de façon objective (Siu, 2006).

1.2. Quelle place dans les programmes du cycle 3 et du cycle 4 ?

La place accordée à l'histoire des mathématiques dans les programmes de mathématiques du *lycée* est, depuis la réforme de 2019, tout à fait conséquente et même explicitement encouragée.

Un euphémisme serait de dire que ce n’est pas encore le cas pour le corps des programmes de mathématiques du cycle 3 et du cycle 4.

L’histoire des mathématiques n’a toujours pas été intégrée aux programmes du cycle 3 les plus récents (tels que publiés au BO n°31 du 30 juillet 2020). En conséquence, cela n’incite aucunement les enseignants à intégrer son usage pour répondre aux attendus des compétences des différents domaines du socle commun.

Une analyse rapide du programme tel que présenté au BO n°31 du 30 juillet 2020 donne comme seule mention possiblement « pertinente » le cas du croisement des enseignements.

Croisements entre enseignements
Les élèves apprennent progressivement à résoudre des problèmes portant sur des contextes et des données issus des autres disciplines. En effet, les supports de prises d’informations variés (textes, tableaux, graphiques, plans) permettent de travailler avec des données réelles issues de différentes disciplines (histoire et géographie, sciences et technologie, éducation physique et sportive, arts plastiques). (BO n°31 du 30 juillet 2020, p. 191)

Même dans ce cas, aucune mention spécifique à l’histoire des mathématiques n’est faite.
L’histoire des sciences est mentionnée mais dans le but de susciter la distinction entre croyance et savoir scientifique, ce qui ne semble pas être le seul apport d’une approche historique des mathématiques.
« La construction de savoirs et de compétences, par la mise en œuvre de démarches scientifiques et technologiques variées et la découverte de l’histoire des sciences et des technologies, introduit la distinction entre ce qui relève de la science et de la technologie et ce qui relève d’une opinion ou d’une croyance ». (BO n°31 du 30 juillet 2020, p. 170)

Dans les programmes du cycle 4 (également du BOEN n° 31 du 30 juillet 2020), seule l’histoire (générale) des sciences est évoquée sans pouvoir supposer que l’histoire des mathématiques ait précisément été considérée, comme le montre l’extrait ci-dessous :
« Domaine 4. Les systèmes naturels et les systèmes techniques
*Le domaine 4 est un lieu privilégié mais non exclusif pour travailler l'**histoire des sciences** en liaison avec l'histoire des sociétés humaines. Il permet d'initier aux premiers éléments de modélisation scientifique et de comprendre la puissance des mathématiques, l'importance de*

prendre conscience des ordres de grandeur de l'infiniment grand de l'univers à l'infiniment petit (de la cellule à l'atome) ». (BO n°31 du 30 juillet 2020, p. 199)

On peut tout de même lire une expression plus directe de l'apport de l'histoire en mathématiques dans un extrait du Bulletin Officiel Spécial daté du 26/11/15 (Cycle 3, Mathématiques, p. 198) : « *La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves.* »

Pour le reste, l'histoire des mathématiques reste absente : l'approche disciplinaire est essentiellement fonctionnelle et les ouvertures vers d'autres matières privilégient une utilisation des mathématiques comme outil, sans avoir besoin de prendre en compte ses évolutions.

Cette absence de l'histoire des mathématiques des programmes du cycle 3 et 4 se ressent au niveau des manuels scolaires, car bien que ceux-ci aient toute liberté éditoriale quant à leur contenu, ils s'attachent, pour des raisons évidentes, à suivre et refléter les programmes officiels.

Toutefois un document officiel de la série *Les guides fondamentaux pour enseigner* (série publiée par le Ministère de l'Éducation Nationale, commencée en 2018 et toujours en cours), intitulé *La résolution de problèmes mathématiques au collège,* introduit chaque chapitre par une approche historique établie sur les connaissances actuelles de la recherche en histoire des mathématiques. Cette introduction donne aux enseignants des repères pour saisir l'évolution des notions enseignées dans le temps et des pistes pour leur utilisation en classe. Il s'agit d'un pas important dans la direction d'une intégration officialisée de l'histoire des mathématiques au cycle 4 et un texte qui laisse espérer sa prise en compte lors des futures évolutions du programme.

Malgré cette avancée, la relative pauvreté des documents officiels et des manuels afférents conduit tout enseignant décidé à intégrer de l'histoire des mathématiques dans ses cours à :

- Multiplier les sources, parfois sans guide ou repère précis (ce qui peut devenir *in fine* contre-productif).
- Produire ses propres activités (ce qui est motivant et formateur mais très chronophage et s'accompagne d'un risque d'erreurs, tant historiques que mathématiques).

2. Quelle place dans le manuel utilisé par les élèves ?

2.1. Présentation du manuel utilisé par la classe

Tous les élèves de 6e de l'établissement utilisent le manuel *Myriade 6e édition 2016* de chez *Bordas*.

Cet ouvrage, riche de 256 pages, se présente divisé en 12 chapitres, chacun construit selon le schéma suivant :

- **Avant de commencer** : cette partie propose des QCM sur des notions pré-requises pour le chapitre.
- **Cherchons ensemble** : cette partie est constituée d'activités d'introduction aux notions clefs du chapitre.
- **Cours** : cette partie contient le cours et les exemples.
- **Les objectifs du cours** : cette partie donne un exemple de méthode détaillée avec une vidéo. Ensuite viennent les exercices d'application directe et des problèmes simples classés par objectif.
- **Je travaille seul** : cette partie d'une page contient des exercices corrigés.
- **Je résous des problèmes** : cette partie propose des exercices plus complexes liés aux objectifs du cours ou à des approfondissements.
- **Avec un logiciel** : cette partie propose des fiches d'activité Geogebra, tableur et Scratch en lien avec le chapitre.

Les trois grands domaines du cycle 3 sont globalement répartis ainsi :
Nombres et calculs – 6 chapitres.
Grandeurs et mesures – 3 chapitres.
Espace et géométrie – 3 chapitres.

On trouvera en annexe un classement typologique détaillé, accompagné de commentaires qualitatifs, relevant l'ensemble des tâches en rapport avec l'histoire des mathématiques présentes dans le manuel et ce, chapitre par chapitre.

Chaque tâche est présentée telle que mise en page dans le manuel, puis son classement typologique est proposé et brièvement commenté.

Suivent, lorsque cela semble pertinent, des commentaires critiques et des pistes pour améliorer l'activité présentée, à la fois dans le cadre de l'histoire des mathématiques mais aussi dans la pratique mathématique elle-même.

2.2. Analyse du manuel

Au total, dix-sept tâches en lien avec l'histoire des mathématiques ont été identifiées. Toutes sont exhibées et analysées en annexe.

Certaines tâches ont été écartées après avoir été initialement sélectionnées : ainsi trois exercices de calculs d'aire, un d'un théâtre grec, un de l'Alhambra et un autre de la maison carrée à Nîmes n'ont finalement pas été retenus car pas suffisamment ancrés dans l'histoire des mathématiques. Les frontières de l'introduction ou non d'une activité en lien avec les ethnomathématiques (en tant que mathématiques utilisées au sein de corps de métiers comme en architecture) sont parfois ténues et discutables.

Pour d'autres tâches, l'élimination fut plus naturelle : par exemple un jeu de chiffrement qui n'utilise pas le code César ou une construction de colimaçon qui ne génère pas une spirale (dite) de Fibonacci. Ces exercices, inspirés par des éléments historiques mais totalement fictifs, sont apparus plus comme une occasion manquée : à leur lecture, on ne peut que se demander pourquoi ne pas avoir utilisé l'histoire des mathématiques à la place.

Au final, dix-sept tâches, réparties sur 256 pages, cela reste assez peu : plusieurs chapitres entiers ne comportent ainsi aucune tâche en rapport avec l'histoire des mathématiques :

Les chapitres 2 (addition – soustraction – multiplication), 7 (règle – équerre – compas) et 12 (parallélépipède rectangle – volume) ne comportent aucune activité, partie de cours ou exercice en lien, proche ou lointain avec l'histoire des mathématiques.

Cette pauvreté peut être mise en relation avec l'absence de référence explicite à l'histoire des mathématiques dans les programmes du cycle 3 et du cycle 4.

Globalement, on constate que la place de l'histoire des mathématiques dans le manuel reste anecdotique, à la marge.

Voici un tableau regroupant des éléments statistiques réalisés au terme de l'analyse des tâches en lien avec l'histoire des mathématiques.

NOMBRE TOTAL de tâches en lien avec l'histoire : 17

IPR : Informative present **APR** : Acting present
IPA : Informative past **APA** : Acting past
PT : Personalization type **MT** : Mention type

Tableau 1: Répartition des tâches par catégorie

Type de tâches	IPR	APR	IPA	APA	PT	MT
Nombre d'occurrences	-	8	1	5	-	3

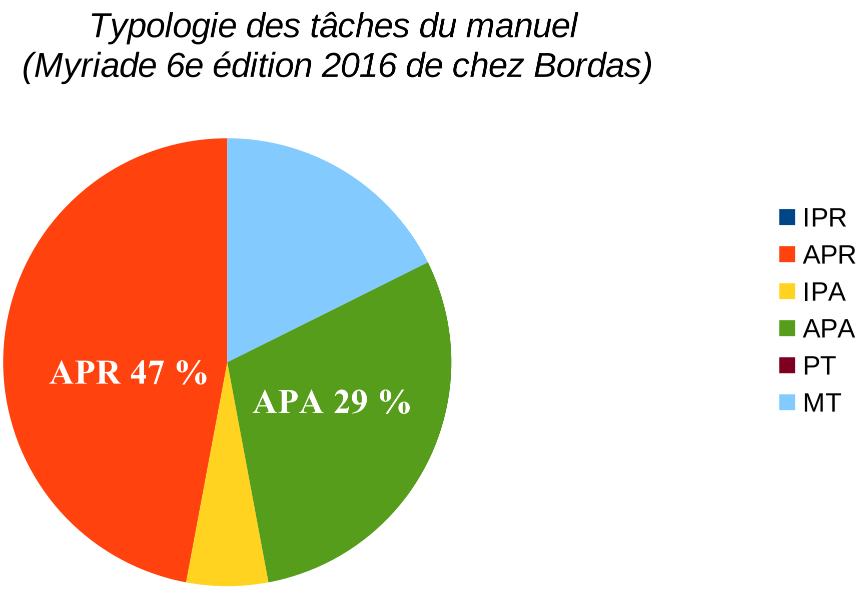


Figure 2: Diagramme circulaire de répartition des tâches par catégorie

Pour commencer, il semble intéressant de constater que deux types de tâches, pourtant présentes dans les manuels allemands, n'apparaissent pas dans le manuel étudié : cela provient en partie en réalité d'un biais dans l'usage de la typologie. Alors que Schorcht utilise parfois plusieurs catégories pour décrire une même activité, la présente étude n'emploie que la catégorie dominante pour classifier chaque tâche.

La première catégorie absente est ***informative present*** (IPR). Ce type de tâche est généralement composé de savoirs montrant l'évolution des mathématiques au cours du temps. La plupart de ces tâches venant en complément du programme, et le programme n'y faisant aucune référence, leur absence n'est pas une surprise.

Par ailleurs, ce type de tâche ne prend tout son sens que si le reste du cours réutilise ces savoirs avec des exercices tirés ou au moins inspirés par des problèmes du passé et donc des tâches de type *acting present*.

Dans le cas où une tâche répondait à la fois aux critères de la catégorie *informative present* et *acting present*, la tâche a systématiquement été classée comme *acting present*, ce qui explique également l'absence de représentativité de cette catégorie. En effet, toutes les tâches analysées de type *acting present* contenaient des éléments d'information ou de contexte historique mais l'élément essentiel était que les élèves devaient produire un travail et non simplement assimiler des connaissances.

Une autre catégorie, en lien avec celle-ci, est également quasi absente du manuel : il s'agit des tâches de type ***informative past***. D'une certaine manière, on peut dire d'une tâche de ce type qu'elle est une tâche de type *informative present* qui a échoué. Au lieu de faire le lien avec les mathématiques modernes, la tâche reste confinée à une époque, déconnectée de son évolution.

La seule tâche de ce type identifiée dans le manuel est le « fiasco » de la vignette d'introduction liée à la symétrie axiale (chapitre 9, p. 164). Le manuel propose une image non identifiée de ruines. Il évoque la restauration des découvertes archéologiques et introduit une activité associée. Dans cette activité, une autre vignette extraite de l'image précédente est proposée et on parle de fouilles près d'Avignon, sans préciser le site. Or, l'image non identifiée appartient en réalité au site de Volubilis, au Maroc. Les élèves doivent *in fine* reconstituer un plat romain non identifié et non daté. La céramique exhibée interroge : est-elle vraiment romaine ? Les motifs ne semblent pas correspondre aux exemples classiques que l'on peut trouver lors d'une rapide recherche sur internet. En conclusion, non seulement ce type de tâche reste cantonnée au passé en l'absence de lien réel avec le présent mais la nature même de ce passé semble être une fiction inventée de toute pièce pour justifier une activité. Travestir l'histoire uniquement dans l'intention de mettre les élèves au travail est non seulement contre-productif (les plus intéressés ne seront pas dupes) mais apporte aussi le risque de décrédibiliser d'autres travaux avec une approche historique.

Si cette activité devait être menée, il serait plus juste et plus judicieux de nommer et dater toutes les illustrations choisies, nommer et localiser les sites archéologiques, puis montrer un ou deux exemples de véritables céramiques romaines avant de présenter une céramique inspirée par ces motifs et de proposer de la reconstituer.

La seconde catégorie totalement absente est ***personalization type*** (PT). Ce type de tâche apparaît souvent sous la forme de vignettes ou d'extraits exposant la biographie, réelle ou romancée, de personnalités célèbres. Leur intérêt mathématique étant limité, elles servent surtout d'illustration et donnent, au prix d'une vérité parfois travestie, une image à figure humaine à laquelle les élèves peuvent se raccrocher et donc un peu de « chaleur » au cours. Conséquence du manque de sources fiables sur de nombreux mathématiciens célèbres, on peut néanmoins reprocher parfois aux manuels utilisant de tels expédients de manquer de rigueur historique et c'est peut-être pourquoi ce type de tâche est totalement absent. De plus, ce type de tâche a tendance à faire de l'histoire un but et non un outil et pose immédiatement la question de sa légitimité.

La catégorie ***mention type*** (MT) apparaît à trois reprises, ce qui lui donne 18 % de représentativité. Les tâches entrant dans cette catégorie manquent toutes de profondeur d'exploitation et occultent, volontairement ou non, le contenu historique sous-jacent. Lorsqu'il s'agit d'un point de cours, on peut simplement regretter une occasion manquée (comme dans le cas de la présentation du graphique *cartésien* ou de la division *euclidienne*). Lorsque ce type de citation concerne le libellé d'un exercice, l'usage en est plus problématique. Le manuel propose un puzzle de Dudeney mais sans expliquer la véritable nature de ces puzzles. Ce type de puzzle dépasse certes le niveau mathématique exigé d'élèves de sixième mais dans ce cas il aurait simplement été suffisant de citer le nom de l'auteur et son livre. Parler de *dissection de Dudeney,* comme le fait le manuel, c'est en dire trop ou pas assez. Soit le terme technique peut être explicité (quitte à le vulgariser raisonnablement pour cela), soit il n'est pas utile de le mentionner. Dans ce cas précis, la grande technicité de ce type de puzzle peut être contournée par l'animation de ses pièces articulées : les élèves comprennent ainsi, quelque soit leur niveau en mathématiques, que le puzzle peut aussi être assemblé sans détacher les pièces.

La majorité des tâches à caractère historique présentées dans le manuel sont celles exigeant un travail mathématique en autonomie de la part des élèves en lien avec des éléments historiques explicites, donc des tâches de type ***acting present*** ou ***acting past***.
La différence entre ces deux sortes de tâche tient finalement à une question : la tâche permet-elle de comprendre les mathématiques comme un savoir en évolution ?
Cette question peut elle-même se décliner sous différentes formes : une découverte ancienne est-elle encore utilisée aujourd'hui ? Est-elle formulée différemment ? Un savoir moderne permet-il de répondre à un problème ancien ? Etc.
Partant de cette constatation, on peut argumenter que la majorité des tâches classées comme a*cting past* sont simplement des tâches de type a*cting present* mal formulées ou incomplètes. En l'absence de contexte ou de volonté historique marquée, tout activité en lien avec l'histoire qui n'établit pas de lien avec les mathématiques au présent est un rendez-vous manqué.
Un exemple dans le manuel est l'activité sur tableur intitulée « Une table romaine » (p. 26). Cette activité consiste à utiliser un tableur pour fabriquer une table de conversion des nombres entiers en chiffres romains. Elle ne donne aucun contexte, aucune explication sur la numération romaine. Elle s'attache à un aspect purement technique : utiliser telle formule dans telle cellule et la recopier sur toute une ligne. Le premier nombre à convertir donné en exemple est 254… Un nombre pareil ne permet pas aux élèves de vérifier que la formule du tableur donne bien ce qui est attendu. Le but de cette activité devrait être de faire le lien entre deux systèmes de numération mais en pratique rien de tel. Cette activité permet

simplement de lire des chiffres romains : elle n'explique par leur construction et ne montre pas les avantages de la numération décimale pour le calcul. Les questions posées par l'exercice n'ont pas d'autre intérêt que la manipulation de cellules : il n'y a au final, aucun apport mathématique et aucun apport historique.

Sur l'ensemble du manuel, on décompte huit tâches de type a*cting present* mais plusieurs souffrent de défauts flagrants. Bien que ces défauts ne constituent pas toujours une raison suffisante pour ne pas les utiliser, il apparaît souvent regrettable que ces activités n'aient pas été étoffées et mieux intégrées.
Il peut s'agir de « simples » omissions comme le fait que les chiffres romains ne soient pas correctement explicités dans l'exercice de numération (p. 22) : l'élève n'a aucun moyen de savoir que 9 doit s'écrire IX et non pas VIIII.
Le théorème de Morley (p. 161) n'est explicité par aucune figure, ce qui le rend incompréhensible. Il peut être argumenté que c'est aux élèves de construire la figure dans l'exercice mais les indications données seraient beaucoup plus claires avec un exemple de figure préalable.
Un autre exercice (p. 197), invite à découvrir le théorème de van Aubel (par ailleurs incorrectement écrit von Aubel). Toutefois, cet exercice ne guide pas la partie nécessaire à la découverte et à l'exploitation de ce théorème, en laissant le soin à l'élève, ce qui est illusoire. Afin de pouvoir utiliser pleinement et à bon escient la plupart des activités présentées, l'enseignant a systématiquement besoin de recherches personnelles sans qu'aucune piste ne soit donnée par le manuel.
Le titre d'un autre exercice (p. 217) propose de calculer l'aire des éléments d'une rosace, or la quasi totalité des calculs portent sur des longueurs de cercles et non sur des aires de disques. Les symétries de la figure sont totalement passées sous silence et l'image est beaucoup trop petite pour être exploitable. L'élève se retrouve à faire une série de calculs sans queue ni tête et sans conclusion satisfaisante. Le choix d'avoir utilisé une œuvre historique n'est ni défendu, ni mis en avant. Le support est ainsi totalement banalisé et au final, vidé de son sens historique et mathématiques.
Le livre du professeur, un document PDF qui accompagne le manuel, est à cet égard totalement inutile, n'offrant jamais le moindre conseil de mise en œuvre en classe, la moindre explication historique ou suggestion de différenciation.

En conclusion, les tâches à caractère historique présentes dans le manuel sont éparses et souvent sous exploitées. Elles sont réparties irrégulièrement sur les chapitres et au sein de chaque chapitre, sans logique propre et sans volonté tangible d'homogénéisation ou de

systématisation. Elles ne sont en lien ni entre elles, ni avec les éléments de la leçon dont elles dépendent. Elles n'utilisent presque jamais de matériau source, uniquement des reformulations ou des simplifications. Aucun repère, aucune frise ne permet de correctement les situer dans le temps.
Elles semblent avoir été placées arbitrairement et noyées au milieu des autres tâches sans qu'elles soient immédiatement identifiables. Cela semble indiquer que les concepteurs de ces tâches et du manuel ne leur ont pas attribué d'attention particulière. Sans volonté affirmée, sans organisation au moins partiellement modulaire, l'apport de l'histoire en mathématiques ne peut que rester superflu, anecdotique (voire inutile).

2.3. Évolution entre deux éditions du même manuel

Le manuel utilisé par la classe a connu des éditions supplémentaires, la dernière en date étant celle de 2021, citée conforme aux programmes de 2018 et aux repères de progression de 2019.
La nouvelle édition ne comporte pas de partie avec une révision des pré-requis en tête de chapitre. Le cours a été totalement intégré aux objectifs. Deux parties « *je développe mes compétences* » et « *j'utilise mes compétences* » ont été rajoutées, ainsi qu'une section consacrée aux tâches complexes.
Le nouveau manuel demeure, pour le châssis, très similaire avec le même découpage en douze chapitres identiques.
Outre les remarques faites plus haut, les principales différences tiennent en une refonte visuelle (bienvenue) et en la quantité d'exercices proposés : cette édition comporte beaucoup plus d'exercices que la précédente et le manuel fait 308 pages.
Le collège Léon Blum n'a pas adopté ce manuel pour des raisons budgétaires.

En s'intéressant aux tâches en relation avec l'histoire des mathématiques, on remarque deux tendances :

- Certaines tâches ont disparu, de nouvelles sont apparues : au final, cette nouvelle édition du manuel comporte le même nombre de tâches en lien avec l'histoire (soit 17). En réalité, comme la quantité d'exercices a beaucoup augmenté, la proportion de tâches en lien avec l'histoire est finalement inférieure à celle de la précédente édition.

- Les tâches identiques entre les deux éditions ont pour beaucoup été revues, à la fois dans leur présentation et dans leur contenu mais celles-ci n'ont pas évolué au sens de la typologie retenue.

Les tâches qui ont totalement disparu sont :

- Chapitre 8 : le puzzle de Dudeney et le théorème de Morley.
- Chapitre 9 : la photo du site archéologique et l'activité sur les tessons « romains ».
- Chapitre 10 : l'activité sur le théorème de van Aubel, celle du flocon de Koch et l'activité TICE sur le théorème de Napoléon.
- Chapitre 11 : l'exercice sur l'aire de la rose de la cathédrale de Lausanne.

Outre l'activité très problématique du chapitre 9, on remarque que ce sont pour beaucoup des exercices d'approfondissement illustrant un théorème associé à un mathématicien qui ont disparu. Les théorèmes utilisés n'étaient d'aucune utilité pour des élèves de sixième mais on peut toute de même regretter la perte en termes de personnalisation que cela représente : la plupart des mathématiciens cités ne sont pas connus du « grand public » et leur évocation participait à montrer que les mathématiques sont le fruit du travail d'un grand nombre de personnes et pas seulement des mathématiciens de l'Antiquité. De plus, il était intéressant de faire émerger un théorème inattendu d'un travail de construction.

A l'exception de l'activité TICE sur la table romaine du chapitre 1, toutes les activités ayant survécu à la nouvelle édition ont été, au moins en partie, remaniées.

Voici quelques changements notables :

- L'activité sur les hiéroglyphes égyptien du chapitre 1 (p. 48) s'est enrichie d'un texte utilisant tous les nombres à convertir en hiéroglyphes (dernière question de l'exercice), ceci afin de donner plus de sens à la question. Auparavant, des nombres apparemment choisis « au hasard » étaient simplement listés. Les nombre n'ont pas changé, mais ils sont insérés dans un texte d'ambiance fictif. On peut aussi regretter que ce ne soit pas un texte historique, même si cela aurait exigé de changer les nombres demandés (ce qui ne devrait pas être un problème).
- L'activité sur les fractions de l'œil de Oudjat (chapitre 4, p. 114) a cette fois été correctement contextualisée au niveau historique/mythologique. Par contre, la possible erreur historique du lien entre cet œil et les fractions n'est pas évoquée. Scratch s'est invité dans l'exercice sans que rien ne semble le justifier (un programme d'une seule longue ligne qui sert simplement à ajouter les fractions). Cet exercice est désormais un étrange mélange de calcul fractionnaire, de TICE et d'une possible erreur historique (selon l'hypothèse de Jim Ritter, historien des sciences et

des mathématiques) (*Eye of Horus*, Wikipédia). L'exercice est supposé faire découvrir aux élèves qu'il manque $1/64$ mais il n'offre aucune explication à cela ni à l'élève, ni à l'enseignant, ce qui est embarrassant.

- L'exercice sur les formats A du chapitre 5 (p. 135) est maintenant illustré convenablement. L'auteur de ces formats n'est plus cité comme ingénieur mais il n'est pas pour autant cité comme mathématicien (alors qu'il est présenté comme tel sur le Wikipédia allemand). On peut toujours regretter que l'exercice ne fasse pas découvrir aux élèves qu'on passe d'un format à un autre par pliage.

De nouvelles activités en lien avec l'histoire des mathématiques ont été rajoutées :

- Le chapitre 1 (nombres entiers et décimaux) comporte une activité sur l'histoire de l'informatique (p. 45) qui peut être classée dans la catégorie a*cting present*. Très complète, elle permet de se rendre compte de la progression « exponentielle » des capacités de stockage en informatique à travers le temps tout en faisant manipuler calculs et conversions aux élèves.
- Le chapitre 2 (addition – soustraction – multiplication) comporte une activité sur la multiplication par jalousies (p. 72, sans en citer les origines, elle se contente d'expliquer que cette technique est encore utilisée dans certains pays comme la Turquie). Cette activité pourrait quand même être classée dans la catégorie a*cting present* malgré sa faible contextualisation historique.
- Le chapitre 3 (divisions) comporte un jeu de Nim (p. 93) mais n'en donne pas le contexte historique. Il s'agit donc d'une activité de type *acting past*.
- Le chapitre 7 (règle – équerre – compas) propose d'agrandir un triangle de Penrose (p. 178) en précisant simplement que cet objet est impossible à fabriquer en réalité. Ne donnant aucun contexte outre le nom de Penrose, on peut aussi classer cette activité sous la bannière *mention type*.
- Le chapitre 10 (figures usuelles) comporte trois nouvelles activités en lien avec l'histoire :

  Une demande de tracer un motif tiré d'une « étoile de Pompéi » (p. 239). La figure est intéressante et l'exercice fournit un schéma pour bien commencer. Par contre aucune indication n'est donnée sur le nom de la figure, son époque, sa fonction. *Acting past*

  Une exploite le Tangram (p. 239). Elle apporte par contre un contexte historique fantaisiste (incidemment cité par Wikipédia comme problématique) (*Tangram*, Wikipédia), ce qui est regrettable même si l'origine précise du jeu reste mal connue. Malgré cette approche, on pourrait être tenté de classer cette activité dans la catégorie *acting present* mais encore une fois cela souligne l'importance (et la difficulté) d'authentifier ses sources.

Une troisième activité propose de recopier une figure du feuillet 1040 du *Codex Atlanticus* de Léonard de Vinci (p. 241). Elle est une version très abrégée de l'activité développée par Moyon dans la cadre des recherches IREM et du livre *Passerelles – Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*. *Acting present*.

- Le chapitre 11 (périmètre et aire) initie et invite les élèves à faire des recherches sur l'évolution des systèmes de mesures (p. 262). Le texte est très informatif et se prolonge en propositions de recherche et d'exposés de la part des élèves. Il s'agit d'une activité de type *informative present*.

Les nouvelles activités sont dans l'ensemble prometteuses mais elles souffrent pour la plupart du syndrome « la quantité prime sur la qualité » : une activité en lien avec l'histoire est génériquement plus longue à mettre en place et à développer. Elle demande une contextualisation et doit fournir des clefs de compréhension et d'approfondissement à l'enseignant. Toute tentative pour l'écourter ou la raccourcir diminue d'autant son impact et sa profondeur.

Bien qu'un peu plus présente et sensiblement mieux présentée, l'histoire des mathématiques souffre de ne pas être plus intégrée au cours et aux exercices. Elle reste de l'ordre du bonus, du placement opportun, sans avoir une catégorie propre ou des liens tissés avec le cours.

L'ouvrage ne propose pas même le début d'une approche modulaire au sens de Jankvist, c'est à dire *a minima* une approche s'appuyant sur l'histoire des mathématiques de façon construite autour d'un élément au programme et occupant au moins deux ou trois séances d'affilée (Jankvist, 2009, p. 246).

La forme reste une collection d'exercices isolés sans lien visuel ou logique entre eux ou avec le cours, ce que Jankvist définirait sous le terme *illumination* (*Ibid.,* p. 245). Comme pour l'édition de 2016, aucune référence historique n'est également incluse dans le corps du cours, aucune frise, aucun glossaire.

2.4. Comparaison avec le découpage réalisé par Schorcht

Schorcht (Clark et al., 2018) a analysé 151 tâches en relation avec l'histoire des mathématiques apparaissant dans 41 manuels allemands de mathématiques répartis en

douze collections, allant du premier grade au septième grade, c'est à dire du CP au début du cycle 4.
En réalité, ces tâches ne sont pas réparties équitablement entre les niveaux d'enseignement. Les quatre premiers niveaux, qui correspondant à l'école primaire en France, recensent un total de 30 tâches à caractère historique alors que les trois suivants en recensent 121.
Si on ne considère que les grades 5 et 6 qui correspondent aux deux premières années du collège allemand, Schorcht a relevé 99 tâches à caractère historique réparties dans 13 manuels, ce qui représente en moyenne 8 tâches par manuel.
Schorcht précise qu'aucun manuel allemand ne propose de contenu spécifique sur l'histoire des mathématiques.

Il semble important de rappeler que Schorcht n'utilise pas sa typologie de manière exclusive comme cela a été fait dans cette étude. Chez Schorcht, il est fréquent qu'une tâche entre dans plusieurs catégories simultanément. Cela rend toute comparaison des données brutes avec le manuel français étudié impossible. De toute manière, la faible valeur statistique représentée par l'étude d'un seul manuel français ne permet que des remarques et des comparaisons très générales.

Une première observation est que, comparativement aux manuels allemands, le manuel français analysé dans la présente étude semble mieux fourni, avec un total de 17 tâches. Toutefois, en retirant les trois tâches de catégorie *mention type* (une catégorie que Schorcht n'utilise pas), on se retrouve avec 14 tâches, ce qui reste tout de même supérieur, quantitativement à la moyenne du nombre de tâches présentes dans les manuels allemands de niveau comparable.

En revenant aux données globales, Schorcht a analysé 77 tâches sur 151 comme étant de catégorie *acting present* et 103 tâches sur 151 comme appartenant à la catégorie *informative present*. Pour mémoire, le manuel français sujet de cette étude comporte 8 tâches de type *acting present* sur un total de 14 (en excluant toujours les tâches de catégorie *mention type*) et aucune tâche de type *informative present*.
Schorcht compte 38 tâches sur 151 dans la catégorie *informative past* et 28 dans la catégorie *acting past*. Le manuel français comporte 5 tâches dans la catégorie *acting past* et aucune de catégorie *informative past*.
Enfin, les manuels allemands comportent 28 tâches de type *personalization type*, essentiellement des tâches à caractère biographique. Le manuel français de cette étude n'en comporte aucune.

En regroupant les chiffres, il est délicat de porter une conclusion tranchée : Schorcht classifie de nombreuses tâches dans au moins deux catégories (ainsi il compte 101 tâches de catégorie *informative present* et 77 de catégorie *acting present* sur un total de 151 tâches) ce qui exclue toute comparaison des données brutes avec les données du manuel français.
De plus, un seul manuel, même très répandu comme c'est le cas du Myriade de chez Bordas, ne représente pas un échantillon statistique suffisamment représentatif.

On trouve cependant certaines similitudes entre les résultats de l'analyse de Schorcht et ceux du manuel français :

- Une majorité de tâches établissent un lien entre passé et présent.
- Une majorité de tâches exigent un travail de nature mathématique en autonomie.
- La répartition des tâches en lien avec l'histoire au sein des manuels n'est ni systématique, ni régulière.

On trouve aussi quelques différences :

- Le manuel français ne donne aucune tâche à caractère biographique.
- Les tâches du manuel français sont plus nombreuses mais semblent globalement moins fournies et développées que celles des manuels allemands : cette affirmation est à considérer avec prudence car elle ne s'appuie que sur la comparaison avec les exemples de tâches fournis par Schorcht mais il est possible que ces exemples ne soient pas suffisamment représentatifs.

Au final, il n'apparaît pas non plus que l'introduction de tâches en lien avec l'histoire des mathématiques soit plus favorisée en Allemagne qu'il ne l'est en France. Les manuels des deux pays ne fournissent pas beaucoup de matériaux à l'enseignant pour développer son cours en ce sens.
Des trois types d'approches, parcellaire, modulaire ou intégrée, définies par Jankvist (Jankvist, 2009), les manuels des deux pays oscillent entre une approche parcellaire et une approche ponctuellement modulaire.

3. Quelle place pour l'histoire des mathématiques dans l'enseignement quotidien de la classe ?

En dépit des bénéfices attendus d'une intégration de la dimension historique dans l'enseignement des mathématiques, certains auteurs, comme Fried, perçoivent un obstacle profond à l'accomplissement de cette volonté : une telle approche oblige à déformer ou rendre triviale l'histoire et conduit naturellement à une conception « whig » de l'histoire : c'est à dire téléologique, dans laquelle le présent est la mesure du passé (Fried, 2001) ; (Clark et al., 2018).
Par conséquent, Fried préconise deux remèdes radicaux : séparer totalement l'histoire des mathématiques en ajoutant un nouveau curriculum à celui pré-existant ou l'intégrer totalement par l'étude de documents anciens, dans le texte (Fried, 2001).
Cette conclusion repose toutefois en partie sur son assertion que les mathématiques sont enseignées non pour être étudiées mais pour être utilisées et que l'usage de l'histoire pour enseigner les mathématiques modernes amène forcément à un travestissement de l'histoire ou une lecture archéologique (Fried, 2001).

Un tel carcan pédagogique est nettement moins sensible avec une classe du cycle 3, cycle dans lequel les mathématiques sont expressément amenées à former l'esprit autant que les « humanités ». La fonction utilitariste des mathématiques (réussir le concours ou l'examen, en avoir l'usage dans son métier) ne fait pas oublier sa fonction plus fondamentale qui est celle de former les esprits.
C'est donc relativement libéré de ces objections qu'il a été possible d'envisager, au quotidien et avec les savoirs modestes d'un professeur stagiaire, un certain degré d'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement d'une classe de sixième, dernière année du cycle 3.

L'enseignement mathématique prodigué au collège Léon Blum suit une progression commune de type « spiralée » dans laquelle les chapitres d'arithmétiques sont alternés avec ceux de géométrie. Une progression spiralée semble plus stimulante pour une majorité d'élèves qu'une progression classique par chapitres entiers et la progression commune permet d'ajuster sa vitesse de progression à celle de l'équipe pédagogique.

Une part importante de la préparation des séquences a été consacrée à l'activité d'introduction de chaque chapitre, une tâche systématiquement intitulée « Introduction : une perspective historique ».

Sélectionner pour chaque chapitre un point d'entrée historique pertinent, accessible et exploitable a demandé un temps de recherche important mais cet investissement s'est révélé fructueux, à plusieurs niveaux. De plus, le manque flagrant de pistes ou de matériaux dans les manuels scolaires a pu être compensé par les vastes ressources qu'offre internet, ressources cependant disponibles à condition de savoir quoi chercher.
Heureusement, l'histoire des mathématiques a depuis quelques années le vent en poupe, fruit d'une volonté marquée à différents niveaux et portée par les références explicites à l'histoire dans les programme des lycées. Cela a favorisé l'émergence de ressources en ligne francophones apportant des éléments historiques variés, auxquelles il faut ajouter quantité de ressources dans d'autres langues, en particulier en anglais.

Les activités d'introduction historique développées ou adaptées pour la classe ont varié au cours de l'année, explorant diverses techniques et différents supports.
Elles ont aussi un peu gagné en profondeur, ne se contentant plus d'amener le cours mais constituant pour les dernières en date un début de noyau autour duquel le cours a pu être construit.
De « simple » activité d'introduction, s'est peu à peu opéré un glissement vers une activité de cœur contenant en son sein les notions principales que le cours ne vient que formaliser.
De telles activités sont plus longues à définir et mettre en place mais elles ont l'avantage de faciliter le déroulé du cours et des exercices afférents.
Un des objectifs d'une telle activité est de plonger l'élève au cœur du cours de façon à ce qu'il puisse au final se l'approprier plus facilement et de manière plus durable.
Les premières séquences d'introduction historique ont commencé sur quinze à vingt minutes en début de séance puis se sont globalement allongées, s'étalant parfois sur une séance entière, voire une séance et demie, passant ainsi d'une approche parcellaire à une approche partiellement modulaire (Jankvist, 2009).

Le programme de l'année enseigné à l'aide du manuel a été divisé en seize chapitres spiralés (de taille inégale) qui constituent la feuille de route de la progression commune décidée au sein de l'établissement.

1. Numération
2. Droites
3. Ordonner des nombres décimaux
4. Distances
5. Additions, soustractions, multiplications
6. Angles

7. Divisions
8. Triangles particuliers
9. Représentation de données
10. Quadrilatères
11. Écritures fractionnaires
12. Mesures et périmètres
13. Symétrie axiale
14. Aires
15. Proportionnalité
16. Solides

Les premières activités d'introduction historique se sont présentées sous la forme de devinettes : un thème d'approche pertinent a d'abord été décidé pour chaque chapitre (numération, droites etc.). Puis ce thème a été mis en relation avec un document visuel historique qui a été présenté à la classe. Plusieurs questions ont ensuite été posées à la classe et chaque élève a cherché en autonomie des réponses qu'il a notées dans son cahier d'exercices. Puis un échantillon représentatif des réponses des élèves a été inscrit au tableau pour les commenter avec la classe afin de les valider ou les écarter.
En conclusion, un trace écrite digeste pour un élève de sixième, sous la forme d'un texte bref reprenant et commentant l'image étudiée, a été distribuée pour être collée dans le cahier d'exercices.
Cette trace écrite contient la réponse historique aux questions posées ainsi que d'autres éléments de contexte. Comme une mémorisation de type « leçon apprise » n'est pas l'objectif de ces activités, ces textes de nature historique sont restés dans le cahier d'exercices pour éviter que les élèves apprennent par cœur leur contenu : il fut explicité aux élèves qu'ils ne seraient pas interrogés sur ces textes, leur contenu venant en complément du programme.

Ce type de tâche a été utilisé dans :
Le chapitre I - *numération* avec la découverte de l'abaque de Salamine.
Le chapitre II - *droites* avec une présentation d'un célèbre extrait des *Éléments* d'Euclide.
Le chapitre III - *ordonner les nombres décimaux* avec une présentation de Simon Stevin et de son « écriture décimale ».
Le chapitre V - *additions, …* avec une photo et des vidéos de la Pascaline.
Le chapitre VI - *angles* avec comme support une vidéo présentant l'origine des angles et de leurs mesures.

Ces premières tâches peuvent être classées dans la catégorie : ***Informative Present*.**
Il s’agit bien de tâches où chaque élève fournit un travail d’abord en autonomie, puis collectif mais celui-ci peut difficilement être qualifié de mathématiques au sens propre. L’aspect mathématique émerge des réponses des élèves par l’action du professeur qui établit ainsi le lien avec le chapitre qui commence.
Par le biais de ces tâches, les élèves découvrent un ou plusieurs aspects historiques en lien avec le chapitre qu’ils vont étudier mais le contenu mathématique de ces aspects reste modeste, voire inexistant, d’un point de vue purement technique (mais ce n’est pas toujours le cas, la vidéo sur les angles utilisée pour le chapitre VI déploie une technicité qui va bien au-delà des attendus d’une classe de sixième, mais ces aspects techniques ne sont pas exploités).

Le premier avantage d’une telle entrée en matière fut de **ritualiser** une approche historique du cours. Commencer chaque nouveau chapitre par une activité en lien avec l’histoire a permis de rendre naturelle l’approche historique et d’en faire un attendu de la part des élèves.

Le moteur principal de ce type d’activité est une ouverture en terme de cultures mathématique et historique. On rejoint ainsi le principe de l’enseignement des humanités par une approche transversale qui met en lien divers champs du savoir. Ce type d’approche est à la source même du socle commun des connaissances et compétences.
La faible technicité de ce type de tâche invite aussi les élèves de tout niveau à participer et à échanger ; les « bonnes » réponses n’étant pas seulement l’apanage des « forts en maths ». Il s’agit donc aussi d’une invitation pour les élèves les plus en difficulté (ou même en décrochage) à participer à armes égales avec le reste de la classe.
Ces activités se sont révélées rapidement populaires et motivantes, en particulier vis à vis des élèves les plus en difficulté, qui peuvent essayer des réponses sans avoir peur de se tromper ou de paraître ridicule.
Elles ont aussi joué le rôle d’un outil de différenciation en permettant de raccrocher tout le monde en début de chapitre et de rassembler les élèves autour d’une tâche sans que la distinction de niveau ne représente un obstacle.

À presque mi-année, la progression de la classe ne s’est pas trouvée pénalisée par ces vingt minutes de pratique mathématique alternative au début de chaque chapitre en ce sens qu’aucun retard vis à vis des collègues suivant le même programme n’a pu être constaté.

Le changement de rythme apporté par ces activité a permis, presque systématiquement, de mieux concentrer les élèves sur les aspects mathématiques du cours afférent.
Toutefois, en dépit de ses vertus, il peut être reproché à ce type d'activité d'alourdir inutilement le programme et de ne pas faire progresser les élèves sur les techniques mathématiques à enseigner.

C'est en partie pour cette raison qu'une deuxième sorte d'activité a été utilisée ou développée en introduction de chapitre. Ce type d'activité reste ancré dans l'histoire mais suppose une travail de nature mathématique de la part des élèves, individuel et/ou collectif.
En utilisant la typologie adaptée de Schorcht, on peut classer ces tâches dans la catégorie : ***Acting present***.

Cet autre type de tâche a été utilisé dans :
Le chapitre IV – *Distances et longueurs* avec des mesures utilisant d'autres systèmes que le mètre (pieds, pouces, coudées,…) et une réflexion autour de la citation « l'homme est la mesure de toute chose » (Platon).
Le chapitre VII – *Divisions* avec la calcul du lundi de Pâques par la méthode de Gauss simplifiée.
Le chapitre VIII – *Triangles* avec la création d'un programme de construction pour réaliser une figure géométrique tirée du *Codex Atlanticus* de Léonard de Vinci.
Le chapitre IX – *Gestion de données* avec l'étude d'un tableau à double entrée de notes attribuées à de grands peintres issu d'un ouvrage d'enseignement de la peinture datant de 1708.
Le chapitre X – *Quadrilatères* avec une activité de découpes de bandes de papier tirée d'un manuel scolaire français de 1939.

Ces tâches ont presque toutes demandé une séance entière et certaines ont même débordé mais leur nature a permis de commencer à **découvrir** et en même temps **exploiter** les éléments clefs des chapitres auxquels elles furent rattachées.
Par exemple, la tâche introductive du chapitre VIII (une activité originellement développée par Moyon puis adaptée aux besoin de la classe) commence par un auto-portrait de Léonard de Vinci : certains élèves le reconnaissent, on obtient des élèves son portrait de savant universel : inventeur, homme de sciences et donc mathématicien, peintre etc. On le place historiquement puis on découvre le recueil de ses travaux dans un codex, on permet aux élèves de découvrir la somme de créations qu'il constitue. Puis on zoome sur une page et on s'arrête sur une figure. Là, un défi est lancé : il s'agit pour chaque élève de reproduire la

figue indiquée dans son cahier. Mais pour cela, il faut au préalable analyser et décomposer la figure : on réalise un tableau pour détailler toutes les figures géométriques que l'on voit. Puis chaque élève essaye de les assembler et très vite, on se rend compte que l'ordre est important. On en arrive à la notion de programme de construction et les élèves réalisent qu'une fois le bon programme trouvé, la construction de la figure n'est plus qu'une simple formalité. Après une temps de recherche en autonomie, certains élèves proposent leur programme et on établit un programme commun pour la classe puis chaque élève réalise la figure selon le programme.
En terme historique, l'activité permet de replacer une figure mondialement connue dans son rôle de mathématicien, rôle central et pourtant souvent passé sous silence quand le personnage est évoqué. Elle donne un visage familier à la géométrie et favorise ainsi la mémoire à long terme.
En termes mathématiques, l'activité permet de l'observation, de la catégorisation, de la recherche, du tracé, … Elle utilise déjà quelques unes des principales propriétés et définitions du cours sur les triangles particuliers qu'elle introduit. En fait, elle rend triviale une partie du cours en l'incarnant presque entièrement dans une tâche complexe. Le cours ne vient après que formaliser et approfondir ce qui a été vu, étudié, tracé lors de l'activité.

Un autre exemple de ces tâches de type ***acting present*** peut être donné avec l'activité introductive du chapitre IX , sur la gestion de données.
Le tableau utilisé par l'activité est extrait d'un livre d'apprentissage de la peinture datant de 1708. Ce choix renforce l'idée que les mathématiques sont présentes, sous une forme ou sous une autre, dans toutes les disciplines. Le tableau à double entrée que les élèves découvrent, malgré trois siècles d'écart, leur paraît naturellement familier : chaque grand peintre est noté selon quatre catégories (composition, dessin, coloris, expression) et les notes sont attribuées sur 20, ce qui parle immédiatement aux élèves. Au delà de la simple lecture du document et de son éventuelle exploitation pour trouver des maxima ou des minima, l'intérêt de ce tableau est aussi d'inviter à s'interroger sur la docimologie. Les élèves apprennent que l'ouvrage fit grand scandale lors de sa parution en 1708 et doivent deviner pourquoi. Cela conduit à plusieurs questions : peut-on noter de grands peintres comme des élèves ? Pourquoi la note maximale est-elle 18 ? Les quatre catégories du tableau ont-elles toutes le même poids et la moyenne de ces notes a-t-elle un sens ?
Ainsi on dépasse le « simple » cours de gestion de données en s'interrogeant sur le sens et la pertinence des données traitées. Bien sûr, ces questions ne furent qu'évoquées mais elles eurent pour mission d'inciter au développement de l'esprit critique des élèves. Ne pas simplement accepter toutes les données qui leur sont soumises est le réflexe que l'on peut

attendre de futurs citoyens éclairés.
On peut dire que ce type d’activité nourrit le cours (on apprend à lire et extraire des données), nourrit le socle commun des compétences (*Il lit, interprète, commente, produit des tableaux, des graphiques et des diagrammes organisant des données de natures diverses.*) mais nourrit également l’esprit du cours et du socle commun : sans utiliser de document contemporain, l’élève développe, à partir d’une source historique, certains mécanismes pour être moins sensible à la manipulation des données, un problème fréquent dans les médias (le socle indique : *Il en [les médias] comprend les enjeux et le fonctionnement général afin d'acquérir une distance critique et une autonomie suffisantes dans leur usage*).

En conclusion, la place accordée à l’histoire dans le cours n’a cessé de grandir au fur et à mesure de l’année et cette croissance fut amenée naturellement par l’intérêt porté par les élèves à ce type d’approche et le besoin d’intégrer de plus en plus cette approche au corpus du programme.
Des activités courtes et informatives ont permis dès le départ de ritualiser l’utilisation de l’histoire en cours de mathématiques.
Puis, les activités se sont progressivement étoffées au fil des chapitres et ont sollicité de plus en plus les compétences mathématiques des élèves, jusqu’à, pour certains chapitres, prendre une place plus centrale qu’une « simple » activité d’introduction.
Ce type d’approche, de plus en plus modulaire au sens de Jankvist (Jankvist, 2009), reste encore assez éloignée de l’intégration totale évoquée par Fried (Fried, 2001) mais un tel concept, à supposer qu’il soit souhaitable, ne paraît pas totalement hors de portée.

Bilan et conclusion

Plusieurs études, menées ou relayées par des auteurs comme Moyon ou Siu, ont mis en évidence l'écart dans de nombreux pays entre l'intérêt porté à l'introduction de l'histoire des mathématiques par les enseignants et son usage effectif en classe. En France, cet écart est encore renforcé par les différences d'orientation entre les programmes du lycée, faisant abondamment référence à l'histoire des mathématiques et ceux des cycles 3 et 4 qui la passent sous silence.

Avant de se lancer dans une approche historique des mathématiques avec une classe, une typologie des tâches, comme celle développée par Schorcht, permet de se poser les bonnes questions, de cibler les activités intéressantes et de maîtriser les éléments historiques liés aux tâches en les rendant visibles.

Une analyse d'un manuel classique de sixième au travers de cette typologie révèle, sans réelle surprise, une approche historique parcellaire et des activités non suffisamment renseignées ou développées. Il est donc nécessaire pour l'enseignant de se tourner vers d'autres sources d'activités utilisant l'histoire des mathématiques à destination des enseignants, tel que l'ouvrage *Passerelle : Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3* (Moyon & Tournès, 2018) mais celles-ci sont encore trop rares.

Les lacunes des manuels et le manque de sources construites obligent l'enseignant à développer, au moins en partie, ses propres activités en lien avec l'histoire.

Une approche historique, menée avec une classe de sixième, a souligné l'intérêt d'une approche même partiellement modulaire tout en laissant apparaître les bénéfices de la ritualisation de son introduction. En évoluant, plus l'approche s'est trouvée intégrée au cours, plus elle s'est révélée bénéfique, débordant de son rôle introductif initial.

Au final, même une utilisation non experte de l'histoire des mathématiques a dynamisé la classe en amenant des phases variées dans le déroulé du cours. Elle a permis de créer du lien entre différents champs du savoir, a donné du sens et a suscité l'intérêt de la presque totalité des élèves.

L'introduction systématique de l'histoire, même modeste, dans la classe de mathématiques aura enrichi les élèves mais aussi leur enseignant et mérite d'être reconduite.

Références bibliographiques

Ouvrages et sites généraux

Barbin, E. (1997). Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment? *Bulletin AMQ*, *37.1*, 20-25.

Barbin, E. (2006). Apports de l'histoire des mathématiques et de l'histoire des sciences dans l'enseignement. *Tréma*, *26*, 20-28.
https://doi.org/10.4000/trema.64

Boullis, M. (2016). *Maths, 6e : Cycle 3 programme 2016*. Bordas.

Boullis, M. (2021). *Maths, 6e : Conforme au programme 2018 et aux repères de progression 2019*. Bordas éditeur.

Challenges n°736 (ISSN 0751-4417, 31 mars 2022)

Clark, K. M., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., & Tzanakis, C. (Éds.). (2018). *Mathematics, Education and History : Towards a Harmonious Partnership* (1st ed. 2018). Springer International Publishing : Imprint: Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3

Fried, M. N. (2001). *Can mathematics education and history of mathematics coexist? Science & Education*, *10.4*, 391-408.

Guillemette, D. (2011). L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : Sur la méthodologie de recherche. *Petit x*, *86*(1), 5-26.

Guillemette, D. (2012). Enseignement des mathématiques et histoire des mathématiques : Quels apports pour l'apprentissage des élèves ?
http://emf.unige.ch/files/5114/5320/3411/EMF2012GT4GUILLEMETTE.pdf

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim/Bergstr. & Basel: Beltz.

Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *71*(3), 235-261.

Jankvist, U. T. (2009). *Using history as a “goal” in mathematics education* (*Doctoral dissertation)*. IMFUFA, Roskilde University, Denmark.

Karaduman, G. B. (2010). *A sample study for classroom teachers addressing the importance of utilizing history of math in math education*. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 2689-2693.
https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.397

La résolution de problèmes mathématiques au collège. (2021).

Lit, C. K., Siu, M. K., & Wong, N. Y. (2001). The use of history in the teaching of mathematics: Theory, practice, and evaluation of effectiveness. *Education Journal*, *29*(1).

Moyon, *HPM Satellite ICMI14 meeting Macau (China)* – (2021). https://www.youtube.com/watch?v=NTIi44eCMLM&list=PLVOJJzv2voONOcHZHy8MHSMreY5PbmU3B&index=7

Moyon, M., & Tournès, D. (2018). *Passerelles : Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*. ARPEME.

Perrault, M. (2012). Ancrer l'enseignement des mathématiques dans une perspective historique. *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21e siècle–Actes du colloque EMF2012*, SPE1, p. 1649-1661.

Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes de CP. (2021).

Radbruch, K. (1997). *Der philosophische Wille zur allgemeinen Mathematik*. Unpublished lecture manuscript. University Kaiserslautern.

Siu, M.-K. (2006). No, I don't use history of mathematics in my classroom. Why? In F. Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis (Eds.), Proceedings of HPM 2004 & ESU 4 (pp. 268-277). Iraklion: University of Crete, Greece

Toeplitz, O. (1927). *Das Problem der Universitätsvorlesung über Infinitisimalrechnung und ihrer Abgrenzung gegenüber der Infinitisimalrechnung an den höheren Schulen*. Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung, 36, 90–100.

Wikipédia – l'encyclopédie libre (2022), *Eye of Horus*
https://en.wikipedia.org/wiki/Eye_of_Horus

Wikipédia – l'encyclopédie libre (2022), *Tangram*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Tangram

Wille, R. (2001). Allgemeine Mathematik – Mathematik für die Allgemeinheit. In K. Lengnink, S. Prediger, & F. Siebel (Eds.), *Mathematik und Mensch: Sichtweisen der Allgemeinen Mathematik* (pp. 3–20). Mühltal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.

Ouvrages et sites utilisés en annexes

Boullis, M. (2016). *Maths, 6e : Cycle 3 programme 2016*. Bordas.

Brachet et Dumarqué (1939). *Arithmétique, algèbre, géométrie*. Librairie Delagrave.

Chaîne Youtube - Unisciel - Math.ing : les angles et leurs mesures.
https://www.youtube.com/watch?v=hahNyuD_WfY

Chaîne Youtube - Yves Serra
https://www.youtube.com/channel/UCsP1_NiRzzWEyHvCV4QEXUA

MathémaTICE n°51 – septembre 2016
http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique135

Maths et tiques – site de Yvan Monka
https://www.maths-et-tiques.fr/

Portail des IREM – chapitre 8 La géométrie des carnets de Léonard de Vinci
https://www.univ-irem.fr/spip.php?article1435

Roger de Piles (1708). *Cours de peinture par principes.*

Wikipédia – l'encyclopédie libre
https://fr.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:Accueil_principal

Table des annexes

Annexes 1. Analyse typologique du manuel BORDAS maths sixième édition 2016 (collection MYRIADE)

Tous les extraits sont issus du manuel Myriade mathématiques de 2016 (Boullis, 2016).

Annexe 1.1 Chapitre 1 - Nombres entiers et décimaux

♦ **Exercice n°55 : étudier une nouvelle numération (page 22)**

55 Étudier une nouvelle numération DOMAINE 1 DU SOCLE

Les Romains de l'Antiquité se servaient d'un système de numération employé en Europe jusqu'à la fin du Moyen Âge. Contrairement à notre système décimal (à 10 chiffres), leur numération comptait 7 lettres, regroupées dans ce tableau.

Symbole	I	V	X	L	C	D	M
Valeur	un	cinq	dix	cin-quante	cent	cinq cents	mille

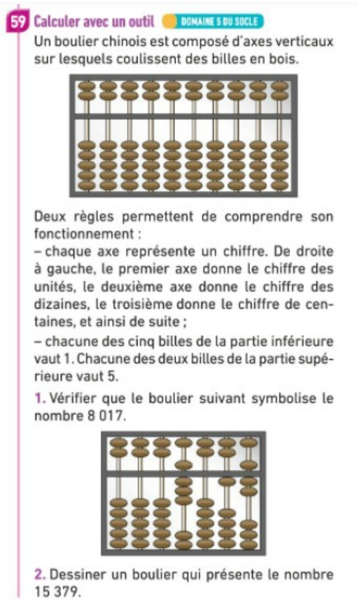
Les chiffres romains sont écrits de la plus grande valeur à la plus petite.

1. Lire les nombres XVII, MCXXV et MMMLXXXVI.
2. Écrire en chiffres romains : 324 ; 985 et 2 016.

► **Acting Present** - Lien entre le système décimal et la numération romaine avec une introduction historique et un passage de l'une à l'autre dans les deux sens MAIS toutes les règles ne sont pas données : il n'est pas expliqué comment écrire 4 ou 9 par exemple. En conséquence, sans recherche ou information complémentaire, l'exercice est impossible à réaliser correctement comme par exemple 32**4** ou **9**85.

► **Pistes d'amélioration** - Introduire correctement les règles manquantes avec des exemples simples (écrire 4, 9 etc.).

♦ **Exercice n°59 : calculer avec un outil (page 22)**


59 Calculer avec un outil DOMAINE 5 DU SOCLE

Un boulier chinois est composé d'axes verticaux sur lesquels coulissent des billes en bois.

Deux règles permettent de comprendre son fonctionnement :

– chaque axe représente un chiffre. De droite à gauche, le premier axe donne le chiffre des unités, le deuxième axe donne le chiffre des dizaines, le troisième donne le chiffre de centaines, et ainsi de suite ;

– chacune des cinq billes de la partie inférieure vaut 1. Chacune des deux billes de la partie supérieure vaut 5.

1. Vérifier que le boulier suivant symbolise le nombre 8 017.

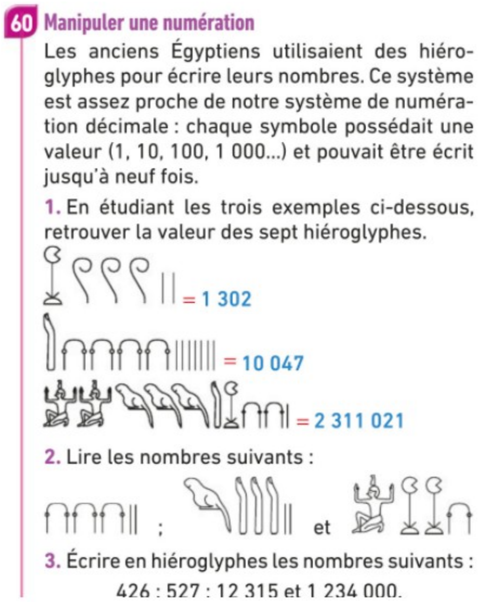
2. Dessiner un boulier qui présente le nombre 15 379.

► **Acting Past** - L'information historique a été occultée. Le boulier chinois est présenté hors de son contexte historique et d'un point de vue strictement fonctionnel. A l'image de M. Jourdain et de sa prose, l'élève est amené à faire de l'histoire des mathématiques sans le savoir.

► **Pistes d'amélioration** - Réintroduire le boulier dans son contexte historique (un abaque, apparu au XIIe siècle en Chine) - Utiliser un boulier interactif comme celui de Sésamath, voire un vrai boulier.

https://bibliotheque.sesamath.net/public/voir/5fa510a78680fc0aeec0b278

♦ Exercice 60 : manipuler une numération (page 23)


60 Manipuler une numération

Les anciens Égyptiens utilisaient des hiéroglyphes pour écrire leurs nombres. Ce système est assez proche de notre système de numération décimale : chaque symbole possédait une valeur (1, 10, 100, 1 000...) et pouvait être écrit jusqu'à neuf fois.

1. En étudiant les trois exemples ci-dessous, retrouver la valeur des sept hiéroglyphes.

2. Lire les nombres suivants :

3. Écrire en hiéroglyphes les nombres suivants : 426 ; 527 ; 12 315 et 1 234 000.

► **Acting Present** - Courte présentation du cadre historique, lien fait avec la numération décimale, passage dans les deux sens des systèmes de numération.

► **Pistes d'amélioration -** La partie « 3. dessiner des hiéroglyphes » prend beaucoup trop de temps, sans grand intérêt – prévoir des hiéroglyphes pré-découpés que les élèves peuvent agencer ou coller.

♦ Exercice n°63 : travail de groupe (page 23)

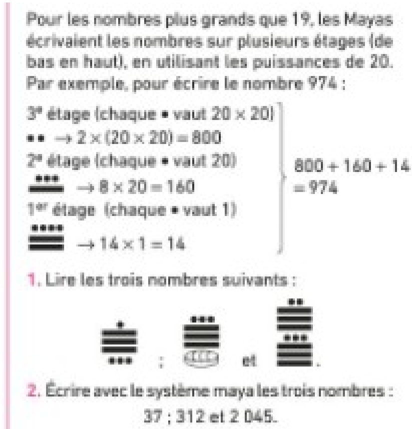

63 Travail en groupe

La civilisation Maya (Amérique centrale, de 300 av. J.-C. à 1 600 ap. J.-C.) avait adopté un système de numération utilisant uniquement 3 symboles :

• (un) ▬ (cinq) (zéro)

Ces symboles permettaient d'écrire tous les nombres de 0 à 19, comme le montre le tableau ci-dessous.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19


Pour les nombres plus grands que 19, les Mayas écrivaient les nombres sur plusieurs étages (de bas en haut), en utilisant les puissances de 20. Par exemple, pour écrire le nombre 974 :

3ᵉ étage (chaque • vaut 20 × 20)
•• → 2 × (20 × 20) = 800
2ᵉ étage (chaque • vaut 20)
→ 8 × 20 = 160
1ᵉʳ étage (chaque • vaut 1)
→ 14 × 1 = 14

800 + 160 + 14 = 974

1. Lire les trois nombres suivants :

2. Écrire avec le système maya les trois nombres : 37 ; 312 et 2 045.

► **Acting Present** - Courte présentation, lien avec la numération décimale, passage dans les deux sens.

► **Pistes d'amélioration** - Cet exercice n'est pas différent dans sa nature ou sa présentation du n°55 ou du n°60 et la partie travail de groupe ne semble ni justifiée, ni explicitée. A priori il s'agit en l'état d'un travail individuel dont le titre n'est pas adapté.

♦ Avec un logiciel activité n°1 - Une table romaine (page 26)

1 Une table romaine

20'

Découvrir le tableur (premières formules) en construisant une table de conversion des chiffres romains

Difficulté mathématique   Difficulté technique

**Dans une feuille de calcul d'un tableur, on souhaite construire une table de conversion des nombres entiers, compris entre 1 et 100, en chiffres romains, sans écrire tous ces nombres à la main.
Voici un extrait d'une table de ce type :**

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX	XXX
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
XXXI	XXXII	XXXIII	XXXIV	XXXV	XXXVI	XXXVII	XXXVIII	XXXIX	XL

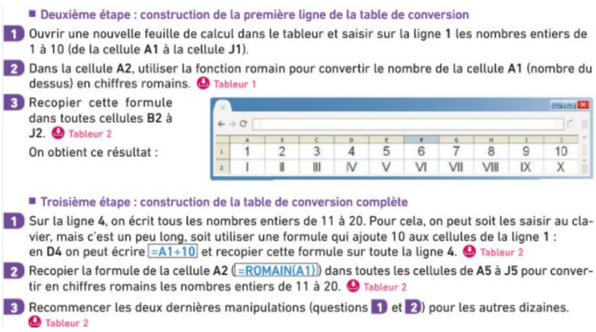
■ Première étape : découverte d'une formule du tableur

Dans un tableur, on peut utiliser des **fonctions**. Parmi elles, la fonction ROMAIN permet de convertir en chiffres romains un nombre entier écrit en chiffres arabes.

1 Ouvrir une feuille de calcul d'un tableur, puis écrire dans la cellule **A1** le nombre entier de son choix.

2 Dans la cellule **A2**, écrire la formule =ROMAIN(A1).

254
=ROMAIN(A1)



■ Deuxième étape : construction de la première ligne de la table de conversion

1 Ouvrir une nouvelle feuille de calcul dans le tableur et saisir sur la ligne **1** les nombres entiers de 1 à 10 (de la cellule **A1** à la cellule **J1**).

2 Dans la cellule **A2**, utiliser la fonction romain pour convertir le nombre de la cellule **A1** (nombre du dessus) en chiffres romains. Tableur 1

3 Recopier cette formule dans toutes cellules **B2** à **J2**. Tableur 2

On obtient ce résultat :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

■ Troisième étape : construction de la table de conversion complète

1 Sur la ligne **4**, on écrit tous les nombres entiers de 11 à 20. Pour cela, on peut soit les saisir au clavier, mais c'est un peu long, soit utiliser une formule qui ajoute 10 aux cellules de la ligne **1** : en **D4** on peut écrire =A1+10 et recopier cette formule sur toute la ligne **4**. Tableur 2

2 Recopier la formule de la cellule **A2** (=ROMAIN(A1)) dans toutes les cellules de **A5** à **J5** pour convertir en chiffres romains les nombres entiers de 11 à 20. Tableur 2

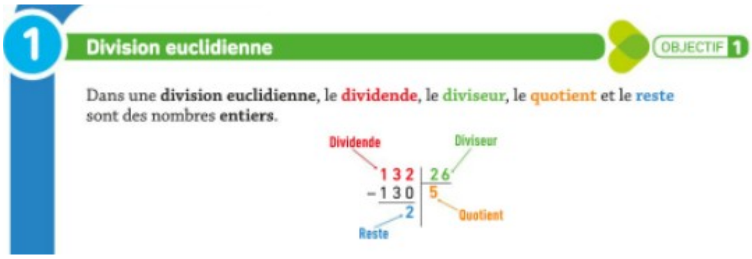
3 Recommencer les deux dernières manipulations (questions 1 et 2) pour les autres dizaines. Tableur 2

► **Acting Past** - Aucun contexte historique, aucune explication préalable des règles de numération romaine, conversion dans le seul sens décimal → romain, activité se présentant comme un simple prétexte à utiliser un tableur.

► **Pistes d'amélioration** - Cet exercice ne peut prendre tout son sens que si la numération romaine est d'abord présentée dans son contexte et son usage actuel. Ensuite les règles de cette numération devraient être explicitées avec quelques exemples. Alors seulement l'idée d'automatiser cette conversion commencera à prendre du sens. Enfin, une conversion dans l'autre sens devra aussi être réalisée avec la commande =CHIFFRE.ARABE(texte).

Annexe 1.2 Chapitre 3 - Divisions

♦ **Cours partie 1 – Division euclidienne (page 54)**



► **Mention Type** – La division euclidienne est aussi appelée division entière, ce qui n'est pas précisé. La référence à Euclide, qui est un hommage étant donné que ce type de division était réalisé bien avant son temps, n'est pas explicité.

► **Pistes d'amélioration** – Expliciter qui est Euclide et pourquoi on lui a attribué le nom de cet algorithme (en raison du principe des soustractions successives utilisé dans les Eléments) permettrait de donner du sens au terme.

Annexe 1.3 Chapitre 4 - Écritures fractionnaires

♦ Exercice n°90 : Résoudre un problème historique (page 83)

90 Résoudre un problème historique DOMAINE 5 DU SOCLE

Il existe un épisode sanglant de la mythologie égyptienne. Lors d'un combat, Seth, dieu de la violence et incarnation du mal, arrache un œil à Horus, dieu à tête de faucon et à corps d'homme.

Cet œil, appelé *Oudjat*, est partagé par Seth en six morceaux, puis dispersé à travers l'Égypte. Thot, le dieu magicien à tête d'ibis, reconstitue l'œil, symbole du Bien contre le Mal.

Chacune de ses parties symbolise une fraction de numérateur 1 et de dénominateurs 2, 4, 8, 16, 32 et 64, comme le montre l'illustration ci-dessus. Mais la somme de ces parts n'est pas égale à 1 (équivalent à l'œil entier).

Calculer la fraction de l'œil manquante.

► **Acting Past** – Cet exercice demande un travail mathématique autonome mais il ne fait pas le lien entre les fractions égyptiennes et les fractions telles qu'on les utilise aujourd'hui. Il ne permet pas de comprendre le contexte mathématique sous-jacent au fait que toutes les fractions égyptiennes avaient un numérateur de un et appartenaient à un système de numération différent du notre. Le titre est un leurre car on ne résout pas non plus ici un problème « historique ».

► **Piste d'améliorations** – La tentative de replacer le symbole du Oudjat dans son contexte mythologique est louable mais la réduction opérée est malheureusement si grossière qu'elle re-écrit l'histoire (Seth, incarnation du mal ?) et passe sous silence le contexte de cet épisode (une lutte familiale de pouvoir et de jalousie) ainsi que les nombreuses interprétations possibles sur lesquelles les égyptologues ne sont pas encore d'accord. Plus ennuyeux est le fait que l'association des fragments de l'œil aux fractions égyptiennes est de plus en plus mis en cause et probablement une erreur historique (source Wikipédia – Eye of Horus). Même dans le cas où cette association serait fondée, les élèves doivent calculer la fraction manquante sans savoir ce que représenterait cette fraction. Le calcul s'opère également uniquement avec les notations modernes des fractions et non à la manière égyptienne. En l'état, cet exercice est une contestable mise en scène historique et non un véritable « problème historique ».

Annexe 1.4 Chapitre 5 - Proportionnalité

♦ **Exercice n°68 : Repérer une situation de proportionnalité pour anticiper un résultat (page 102)**

68 Repérer une situation de proportionnalité pour anticiper un résultat DOMAINE 3 DU SOCLE

En 1922, l'ingénieur allemand Walter Porstmann a mis au point une gamme de formats de feuilles de papier appelée « série des A » : on passe d'un format de feuille à celui qui suit, plus petit, en pliant la feuille en deux. Le format A4 (21 cm × 29,7 cm) est le plus utilisé. Le tableau de caractéristiques ci-dessous donne les dimensions de certaines feuilles de cette série.

Format	A2	A3	A4	A5	A6	A7
Longueur (en cm)	59,4	42,0	29,7	21,0	14,8	10,5
Largeur (en cm)	42,0	29,7	21,0	14,8	10,5	7,4
Surface de la feuille (en cm^2)	...	...	...	...	...	...

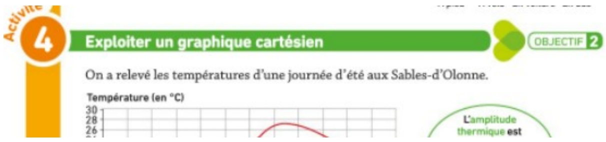
1. Les longueurs et les largeurs des feuilles sont-elles proportionnelles d'un format à l'autre ?
2. Calculer la surface d'une feuille de chaque format.
3. Calculer les dimensions et la surface des feuilles de formats A1 et A0.

► **Acting Present** – Cet exercice replace brièvement dans son contexte la création des formats A pour le papier. Il permet aux élèves de retrouver le rapport entre ces formats encore largement utilisés aujourd'hui.

► **Pistes d'amélioration** – Il est regrettable que Walter Porstmann ne soit pas cité comme mathématicien alors qu'il est l'auteur d'une thèse de doctorat en mathématiques sur « recherches sur la structure et combinaison des systèmes de mesure » (Wikipédia). Il est dommage que l'exercice annonce que l'on passe d'un format au suivant en pliant la feuille en deux : il aurait été plus intéressant de laisser les élèves le découvrir par eux-mêmes.

Annexe 1.5 Chapitre 6 - Organisation et représentation des données

♦ Activité n°4 : Exploiter une graphique cartésien (page 111)



► **Mention Type** – La dénomination graphique cartésien est devenue un nom commun en mathématiques mais elle a été choisie en l'honneur d'un mathématicien dont la contribution a permis ce type de représentation.

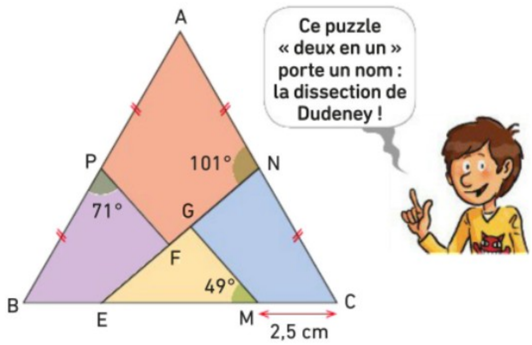
► **Pistes d'amélioration** – Indiquer, même brièvement, l'origine du mot permet de présenter un mathématicien surtout connu du grand public comme un philosophe. L'origine du nom n'est pas plus explicitée dans le point de leçon avec le même titre page 113 du manuel.

Annexe 1.6 Chapitre 8 - Rapporteur – Angles

♦ **Exercice n°61 : Le puzzle (page 161)**

61 Le puzzle

1. Représenter la figure telle que ABC est un triangle équilatéral de côté 10 cm.



2. Découper les 4 pièces composant la figure pour reconstituer un carré à coller sur la copie.

► **Mention Type** – Il est simplement indiqué que ce puzzle porte le nom de dissection de Dudeney sans aucune autre explication ou contexte.

► **Pistes d'améliorations** - Ce puzzle est extrait du livre « Mathematical puzzles » paru en 1907 et écrit par Henry Dudeney. En réalité il s'agit d'un puzzle articulé inspiré par un théorème prouvé en 1807 (Wallace – Bolyai – Gerwien) démontrant que deux polygones d'aire égale doivent pouvoir être découpés en sections identiques. La question de savoir si ces sections peuvent rester solidaires autour de points d'articulation est restée ouverte jusqu'en 2007 où il a été démontré que c'est toujours le cas et un algorithme pour les produire a été donné. Faire trouver aux élèves que l'on peut constituer un carré sans séparer les parties semble un approfondissement réalisable. Travailler sur d'autres puzzles de l'ouvrage de Dudeney est également un piste envisageable.

♦ Exercice n°62 : Le théorème de Morley (page 161)

62 Le théorème de Morley

1. Construire un triangle AIB tel que AB = 6 cm, $\widehat{BAI} = 40°$ et $\widehat{ABI} = 50°$.

2. Tracer les bissectrices des angles $\widehat{BAI}$ et de $\widehat{ABI}$. Elles se coupent en un point M.

Vocabulaire

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

3. Construire le point C tel que la demi-droite [AI) soit la bissectrice de l'angle $\widehat{MAC}$ et la demi-droite [BI) soit la bissectrice de l'angle $\widehat{MBC}$.

Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ sont ainsi partagés en trois angles de même mesure.

Partager de même l'angle $\widehat{ACB}$ en construisant deux demi-droites : l'une coupe [AI] en N et l'autre coupe [BI] en P.

En 1898, l'Anglais **Franck Morley** (1860-1937) a prouvé que, dans tout triangle, les demi-droites qui partagent ses angles en trois angles de même mesure se coupent pour former un triangle équilatéral.

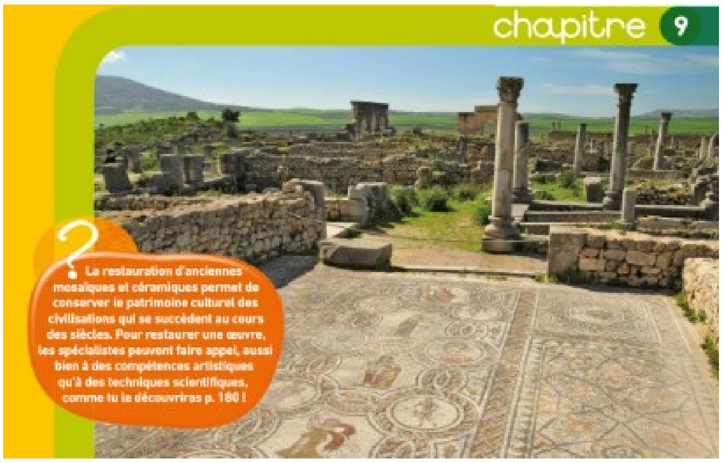
4. La propriété de Morley semble-t-elle être vérifiée dans le triangle ABC ? Justifier la réponse.

► **Acting present** – Le nom du théorème est étayé par une capsule indiquant l'auteur, la date et une formulation relativement compréhensible. Les élèves doivent construire une figure pas à pas et vérifier visuellement la propriété. Il s'agit de produire une construction vérifiant les hypothèses du théorème.

► **Pistes d'amélioration** – une figure illustrant le théorème de Morley aurait été la bienvenue car il s'agit de géométrie très complexe pour une classe de sixième. La question 4 est assez vague avec le terme « semble ». Si une vérification visuelle est nécessaire, l'élève devrait être au moins amené à mesurer avec un compas que le triangle est peut-être équilatéral. Il serait intéressant que l'élève fasse mieux la différence entre « j'observe » une propriété (je me demande si ce triangle est équilatéral) et je prouve une propriété (...donc ce triangle est équilatéral).

Annexe 1.7 Chapitre 9 - Symétrie axiale

♦ Illustration de début de chapitre (page 165)



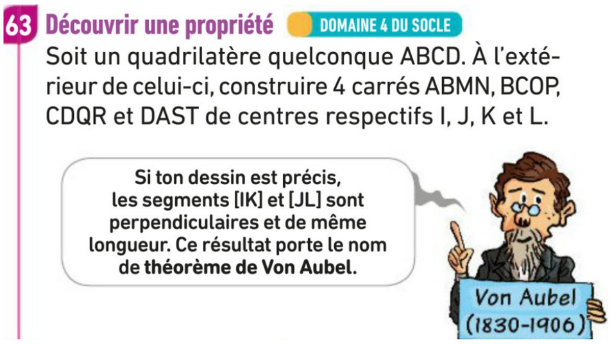
► **Informative past** – La photographie n'est ni datée, ni renseignée. Les motifs et les frises qu'elle représente ne sont pas explicités. L'activité à laquelle cette page renvoie parle d'Avignon et le motif utilisé ne semble pas faire partie de cette image. Le site archéologique le plus célèbre à 40 km d'Avignon est le Glanum mais il n'est pas certain que l'image page 165 soit même du site. Après recherche, la photo de la page 165 est celle du site de Volubilis au Maroc...

► **Pistes d'amélioration** – Introduire une activité à partir d'une image semble une bonne idée mais ici aucun lien et aucune précision ne sont donnés. Réaliser un montage entre plusieurs sites sans donner aucune précision ne semble pas une pratique défendable même si elle sert à introduire un exercice.

► **Acting Past** - Cette activité n'est en réalité pas une activité en lien avec l'histoire des mathématiques tant les imprécisions sont légion (la mosaïque en vignette est tirée du site de Volubilis au Maroc - près d'Avignon ? Quel site - Époque romaine ? La Rome antique va de -753 à +476…). La céramique « romaine » proposée n'est pas identifiée.

Annexe 1.8 Chapitre 10 - Figures usuelles

♦ Exercice n°63 : Découvrir une propriété (page 197)

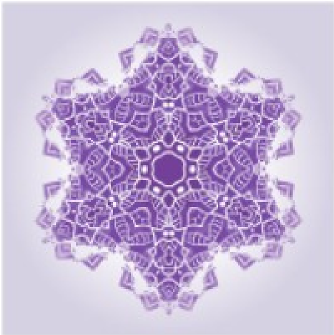

63 Découvrir une propriété DOMAINE 4 DU SOCLE

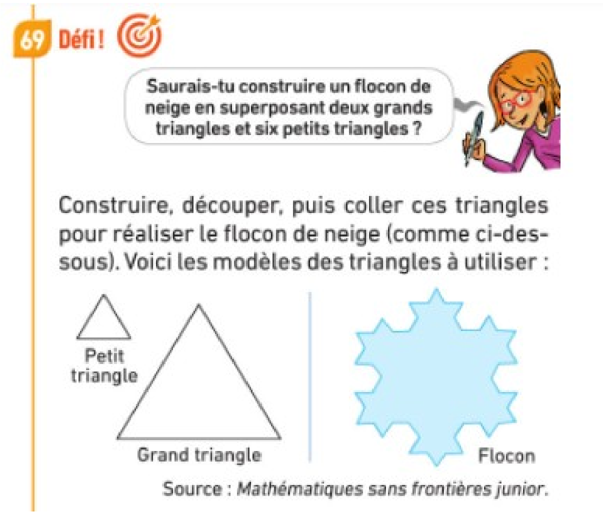
Soit un quadrilatère quelconque ABCD. À l'extérieur de celui-ci, construire 4 carrés ABMN, BCOP, CDQR et DAST de centres respectifs I, J, K et L.

► **Acting present** – L'élève doit construire une figure puis est « vaguement » invité à vérifier le résultat d'un théorème.

► **Pistes d'amélioration** – Le théorème de van Aubel date de 1878, cette information aurait pu être donnée. En l'état, cet exercice ne donne aucune consigne pour identifier le théorème dans la figure. L'élève ne peut pas s'approprier ce résultat sans un minimum de guidage, or la dernière tâche qui lui est demandé est : trace le centre des quatre carrés ! On devrait demander à l'élève de tracer les diagonales du pseudo-carré ainsi formé, émettre une hypothèse sur leur longueur et leur angle d'intersection. Puis le théorème devrait être explicité (ici ce n'est pas le cas) : « *Dans un quadrilatère convexe, on trace, à l'extérieur du quadrilatère 4 carrés s'appuyant sur les côtés de celui-ci. Les segments […] qui joignent les centres des carrés opposés sont orthogonaux et de même longueur.* » (Wikipédia, théorème de van Aubel). Enfin, le nom du mathématicien est écorché, étant écrit « Von Aubel » au lieu de « van Aubel ».

♦ **Exercice n°69 : Défi (page 199)**





69 Défi !

Saurais-tu construire un flocon de neige en superposant deux grands triangles et six petits triangles ?

Construire, découper, puis coller ces triangles pour réaliser le flocon de neige (comme ci-dessous). Voici les modèles des triangles à utiliser :

Petit triangle

Grand triangle

Flocon

Source : *Mathématiques sans frontières junior.*

► **Acting past** – Il s'agit d'une activité en lien avec l'histoire des mathématiques mais ce lien est totalement passé sous silence. Le flocon demandé est bien sûr un flocon de Koch, une figure inventée en 1904 par le mathématicien suédois Helge von Koch. De façon tout à fait curieuse, la figure d'illustration en dessous n'est pas une flocon de Koch mais une autre fractale. En associant les formes proposées pour retrouver la figure de droite, l'élève ne peut pas comprendre comment elle a été construite.

► **Pistes d'amélioration** – L'élève ne sait pas en quelles dimensions tracer les triangles (doit-il utiliser du papier calque ?). Il est curieux d'avoir la moitié de l'énoncé dans une bulle. Bien que l'exercice soit dans la catégorie « jeux mathématiques », il manque de précisions permettant à l'élève de s'approprier la forme de droite, dont il ne connaît ni la structure, ni le mode de construction. Les triangles ne sont pas indiqués comme étant isocèles. Retrouver le programme de construction du flocon de Koch peut être un prolongement intéressant qui donnerait tout son sens à cette activité.

♦ **Activité n°3 : Le théorème de Napoléon (page 201)**

3 Le théorème de Napoléon

Découvrir une propriété remarquable

20'

Difficulté mathématique Difficulté technique

1 Avec un logiciel de géométrie dynamique, construire un triangle quelconque ABC. GeoGebra 7

2 À l'extérieur de celui-ci, construire trois triangles équilatéraux ABM, BCN et ACP. GeoGebra 21

Cacher les éléments de la figure qui ont permis de construire les trois triangles.

3 Dans chacun de ces trois triangles, construire deux segments reliant un sommet au milieu du côté qui lui est opposé. GeoGebra 4

4 Nommer I, J et K les points d'intersections de ces deux segments dans chacun des trois triangles. GeoGebra 3

5 Tracer le triangle IJK. GeoGebra 1

6 Déplacer les points A, B ou C. Quelle semble être la nature du triangle IJK. GeoGebra 16

On pourra afficher les longueurs IJ, JK et IK.

Remarque

On raconte que Napoléon Bonaparte aimait se plonger dans des problèmes de géométrie la veille de grandes batailles. Cette découverte, qui n'est sans doute pas de lui, s'appelle le « théorème de Napoléon » en hommage à sa passion pour les mathématiques.

► **Acting present** – Cette activité fait le lien par le biais d'un TICE entre un théorème datant de 1825 et les mathématiques pratiquées avec un logiciel de géométrie dynamique. La grande force du logiciel est de pouvoir déplacer des points et constater que la figure centrale reste équilatérale. L'information historique est donnée en vignette et explique le titre et l'image d'illustration. Elle permet aussi de découvrir une autre facette d'un personnage historique très connu.

► **Pistes d'amélioration** – Il s'agit d'une activité mathématique solide mais on peut s'interroger sur la volonté affichée de donner une image si positive d'un personnage historique parfois contesté. Cette activité est un exemple que même en mathématiques, l'introduction de l'histoire peut ne pas être totalement neutre.

Annexe 1.9 Chapitre 11 - Périmètres et aires

♦ Exercice n°88 : Calculer l'aire de figures géométriques représentatives du monde (page 217)

88 Calculer l'aire de figures géométriques représentatives du monde DOMAINE 5 DU SOCLE

La rose de la cathédrale Notre-Dame de Lausanne fut mise en œuvre vers 1205 ap. J.-C. L'intention était d'insérer une représentation du monde (saisons, fleuves...) dans des figures géométriques.

1. Le cercle extérieur de la rose a un diamètre de 8,7 m. Calculer la longueur de ce cercle.

2. La rose se compose de 105 médaillons. Le diamètre des grands médaillons circulaires est compris entre 58 et 66 cm.
En utilisant ces deux valeurs, donner un encadrement de la longueur de ces grands médaillons.

3. Le diamètre des petits médaillons circulaires est de 33 cm. Calculer l'aire de ces médaillons.

► **Acting present** – Cet exercice met en lien les figures étudiées dans le cours avec un authentique vitrail du début du treizième siècle.

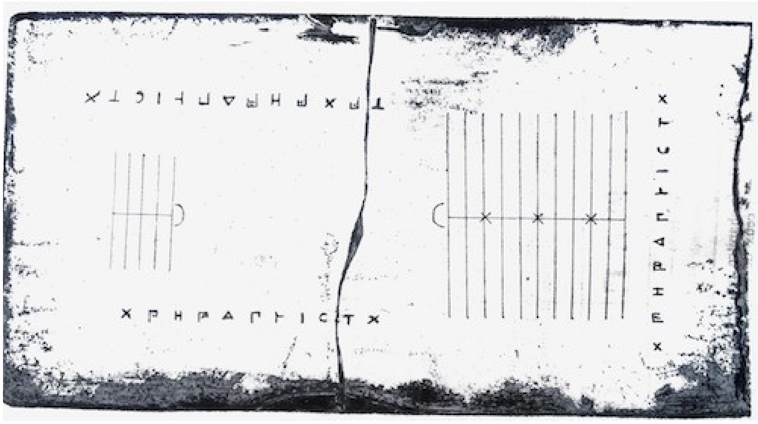
► **Pistes d'amélioration** – La figure présentée est beaucoup trop petite pour être parfaitement lisible, ce qui complique inutilement le travail de l'élève. Il n'est pas indiqué combien de petits médaillons comporte la figure et donc l'élève ne peut pas en prolongement donner un encadrement de leur longueur totale. Ces calculs de longueurs ne conduisent à rien : ils paraissent artificiels et il semble dommage d'utiliser un document historique juste pour cela. Cela ne met pas en lumière les mathématiques qui ont été nécessaires à la conception de cet objet. Cet exercice ne donne pas de calculs d'aires sauf pour la dernière question (alors qu'il s'agit du titre de l'exercice), ce qui aurait pourtant eu plus de sens que des calculs de longueurs. Cet exercice pourrait exploiter les symétries, les proportions, le coût des matériaux ou le temps de réalisation en prolongement.

Annexes 2. Activités en lien avec l’histoire utilisées en introduction de chapitre

Les pages suivantes correspondent aux activités utilisant l’histoire des mathématiques développées ou adaptées en introduction de chaque séquence. Les numéros des chapitres correspondent à la progression commune spiralée utilisée au sein de l’établissement et n’ont pas de lien avec les numéros de chapitres du manuel utilisé par la classe.

Les activités suivantes sont livrées sans les notes, recherches et modifications apportées au cours de leur mise en place. Il ne s’agit donc pas d’activités clef en main mais plutôt de la trace qu’elles revêtent dans le cours.

Annexe 2.1 Chapitre I : Numération



Source : revue Sésamath n°51

1) Que représente cette image ?

2) Quelle civilisation a fabriqué cet objet ?

3) A quoi peut servir cet objet ?

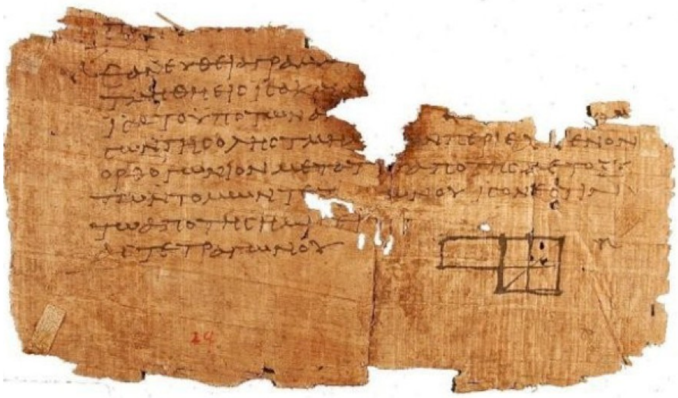
Il s'agit d'un abaque grec, l'abaque de Salamine, conservé dans un musée en Grèce.
A l'origine un abaque est une table sur laquelle on peut, à l'aide de sable ou de petits cailloux, effectuer des calculs.
C'est l'ancêtre de ta calculatrice !

Annexe 2.2 Chapitre II : Les droites

1) Que représente cette image ?

2) De quelle époque date ce fragment ?

3) Que représente le dessin ?



Source : Wikipédia

Ce fragment de papyrus a été découvert en Égypte il y a un peu plus de cent ans.
Le fragment est difficile à dater mais il provient peut-être du deuxième siècle avant J.-C.
Il s'agit de l'extrait le plus ancien découvert à ce jour d'un très célèbre ouvrage de mathématiques : les *Éléments* d'Euclide.
On ne sait presque rien de la vie d'Euclide, mathématicien grec mais son œuvre majeure, Les *Éléments*, ont été composés autour du troisième siècle avant J.-C.
Les *Éléments* ont ensuite été de nombreuses fois copiés, traduits et enrichis.
Ils ont connu plus de mille éditions différentes depuis la fin du Moyen-Age et ils étaient encore utilisés pour l'enseignement des mathématiques jusqu'à la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle.
Cette œuvre magistrale, composée de treize livres, a posé toutes les bases de la géométrie que nous allons étudier.

Annexe 2.3 Chapitre III – Ordonner des nombres décimaux

Wikipédia

42⓪3①6②9③

1) Comment s'appelle la personne représentée par ce timbre ?

2) En quel(s) siècle(s) a-t-il vécu ?

3) Quel fut son métier ?

4) Pourquoi existe-t-il un timbre à son effigie ?

5) Peux-tu écrire le nombre sous le timbre à la manière d'aujourd'hui ?

Simon Stevin est un célèbre savant hollandais du XVI^{ème} siècle.
Il est considéré comme le père de l'écriture décimale qu'il a introduite dans un livre appelé « La Dime » publié en 1585.
Ce livre a eu tant de succès que le président américain Thomas Jefferson, plus de deux cent ans plus tard, a nommé « dime » la pièce de 10 cents.

Les fractions décimales étaient connues depuis longtemps et ont été largement développées par les civilisations arabes et chinoises mais l'apport principal de Simon Stevin fut d'écrire les nombres sous une forme qui conduira à l'écriture décimale actuelle.
John Napier, un grand mathématicien contemporain de Simon Stevin, introduira le point pour séparer la partie décimale, pendant anglo-saxon de la virgule, toujours en usage aujourd'hui.
Le nombre noté plus haut selon l'usage de Simon Stevin s'écrit aujourd'hui : 42,369

Annexe 2.4 Chapitre IV – Distances et Longueurs dans le Plan

***« L'homme est la mesure de toute chose »* (Platon, Protagoras)**

A quelle hauteur vole ce légionnaire romain ?

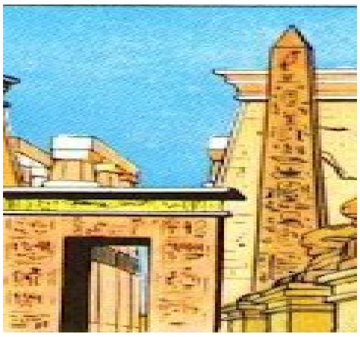
30 pieds !

Quelle est la longueur de la diagonale de cette tablette ?

10 pouces !

Photo : Figaro

Quelle est la hauteur d'un obélisque ?



51 coudées !

Quelle distance ont parcourue ces légionnaires romains en une journée ?

20 milles romains !

Sources : Astérix (Dargaud, Albert René, Hachette)

Annexe 2.5 Chapitre V – Additions, soustractions et multiplications des nombres décimaux

1) Décris cette machine en quelques mots

2) Devine en quelle année et dans quel pays elle fut construite ?

3) A quoi servait-elle ?

Source : Wikipédia

La Pascaline

Cette machine a été imaginée par le philosophe, scientifique et mathématicien Blaise Pascal (alors âgé de 22 ans) en 1642. Le premier modèle a vu le jour en 1645, après trois ans de développement et 50 prototypes.

Il s'agit de la première calculatrice mécanique au monde, capable de réaliser automatiquement additions et soustractions.

Son prix élevé (100 à 400 *livres*, soit plusieurs milliers d'euros en monnaie actuelle) fut toutefois en partie la cause de son échec commercial.

Sur la vingtaine de machines que Pascale construisit, il ne reste aujourd'hui que huit machines (plus une neuvième montée à l'aide de pièces détachées) dont six sont encore en France.

Vidéos Youtube Yves Serra (avec une réplique)

- additions et intérieur de la machine

https://www.youtube.com/channel/UCsP1_NiRzzWEyHvCV4QEXUA

Annexe 2.6 Chapitre VI – Les angles

Cette activité a consisté en l'exploitation de la vidéo suivante :

Vidéo Youtube : chaîne Unisciel

Math.ing : les angles et leurs mesures.

https://www.youtube.com/watch?v=hahNyuD_WfY

Les élèves ont visualisé la vidéo en cherchant les réponses à trois questions :

- Que signifie Ortho en grec ? (*droit*)

- Combien de jours comporte une année chez les Sumériens ? (*360*)

- Comment s'appelle l'autre unité d'angle introduite par les mathématiciens ? (*le radian*)

Annexe 2.7 Chapitre VII – Divisions

Calculer le jour du lundi de Pâques selon la méthode de Gauss (d'après Yvan Monka – Maths-et-tiques et Bordas Myriade 6° édition 2009).

En France, le lundi de Pâques est un jour férié qui suit le dimanche de Pâques.
En 1800, le mathématicien allemand Carl Friedrich Gauss, alors âgé de 23 ans, a établi des formules pour calculer le jour de Pâques.
Nous allons utiliser une version simplifiée de ses calculs pour déterminer quel jour tombe le lundi de Pâques (valable de 1900 à 2099).

Méthode selon Gauss

Remplir le tableau suivant selon les indications ci-dessous.

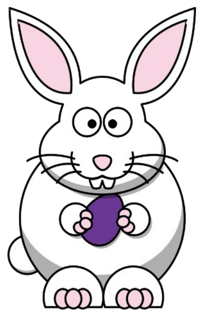
A	B	C	D	E	F	G	H	P
2021								
2022								
2023								

- Le nombre **A** est celui de l'année.
- **B** est le reste de la division euclidienne de A par 4.
- **C** est le reste de la division euclidienne de A par 7.
- **D** est le reste de la division euclidienne de A par 19.
- **E** = (19 x D) + 24
- **F** est le reste de la division euclidienne de **E** par 30.
- **G** = (2 x **B**) + (4 x **C**) + (6 x **F**) + 5
- **H** est le reste de la division euclidienne de G par 7.
- **P** = **F** + **H**

Si **P** < 10 alors le dimanche de Pâques est le (**P** + 22) mars.
Si **P** > 9 alors le dimanche de Pâques est le (**P** – 9) avril.

Le lundi de Pâques est le jour suivant :

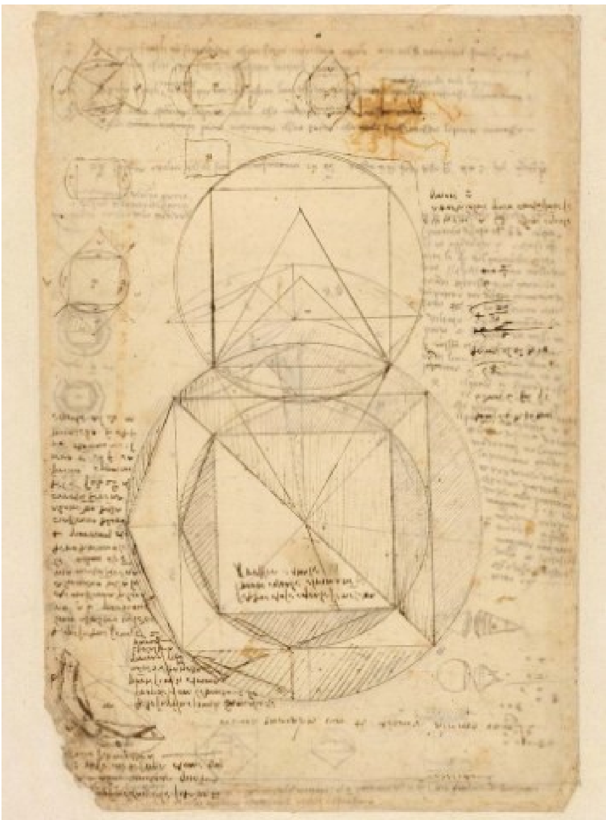
Année	Lundi de Pâques
2021	
2022	
2023	



Open clip art library

Trouve quel jour tombe le lundi de Pâques pour l'année ______ .

Annexe 2.8 Chapitre VIII – Triangles particuliers



Établir un programme de construction pour une figure du *codex atlanticus* de Léonard de Vinci (fol. 1040 recto).

- Personnage et cadre historique

- Analyse et décomposition de la figure

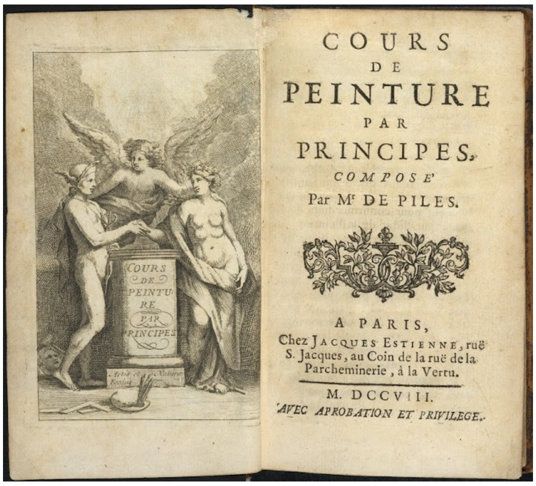
- Recherche d’un programme de construction

Cette activité a été développée par Marc Moyon dans la chapitre 8 de l’ouvrage *Passerelles – Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3* et été adaptée à partir des documents à disposition sur le site compagnon : *Le portail des IREM* . Les documents visuels ci-dessus en sont issus.

https://www.univ-irem.fr/spip.php?article1435

Annexe 2.9 Chapitre IX – Gestion de données

Cours de peinture par principes (1708)



Source: http://search.getty.edu/gateway/search?q=&cat=type&types=%22Prints%22&rows=50&srt=d&dir=s&dsp=0&img=0&pg=32

En 1708, un critique artistique influent, Roger de Piles, fait paraître un ouvrage intitulé « Cours de peinture par principes ». Cet ouvrage fit scandale à cause de son chapitre final, intitulé « La balance des peintres ». Voici un extrait de ce chapitre.

NOMS des Peintres les plus connus.	*Compofition.*	*Deffein.*	*Coloris.*	*Expreffion.*
Pouffin.	15	17	6	15
Primatice.	15	14	7	10
R				
Raphaël Santio.	17	18	12	18
Rembrant.	15	6	17	12
Rubens.	18	13	17	17
S				
Fr. Salviati.	13	15	8	8
Le Sueur.	15	15	4	15
T.				
Teniers.	15	12	13	6
Pietre Tefte.	11	15	0	6
Tintoret.	15	14	16	4
Titien.	12	15	18	6
V				
Vanius.	13	15	12	13
Vendeïk.	15	10	17	13

Cours de peinture par principes (1708) Source : Gallica https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1051278h

1) Décris ce document en quelques mots.

2) Que contient la première colonne ?

3) Que contiennent les colonnes « composition, dessin, coloris, expression » ?

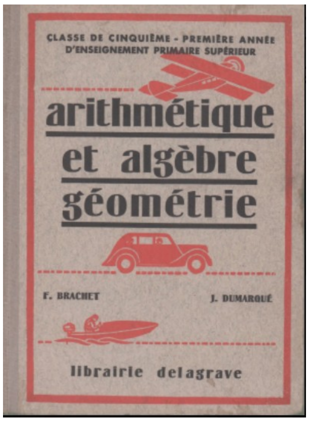
4) Quelle note a obtenu Rubens en composition ? Rembrant en dessin ? Titien en expression ?

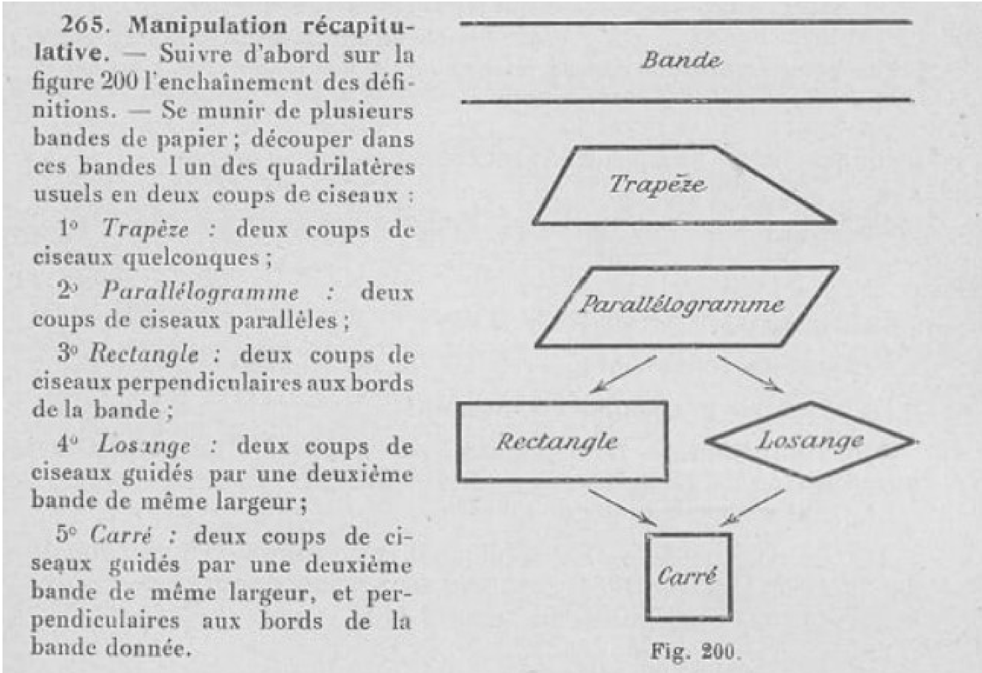
5) Cite les peintres ayant obtenu la meilleure note de chaque catégorie.

6) Pourquoi penses-tu que ce chapitre a fait scandale ?

Annexe 2.10 Chapitre X – Quadrilatères particuliers

«arithmétique, algèbre, géométrie» (de Brachet et Dumarqué, 1939)





265. Manipulation récapitulative. — Suivre d'abord sur la figure 200 l'enchaînement des définitions. — Se munir de plusieurs bandes de papier; découper dans ces bandes l'un des quadrilatères usuels en deux coups de ciseaux :

1° *Trapèze* : deux coups de ciseaux quelconques ;

2° *Parallélogramme* : deux coups de ciseaux parallèles ;

3° *Rectangle* : deux coups de ciseaux perpendiculaires aux bords de la bande ;

4° *Losange* : deux coups de ciseaux guidés par une deuxième bande de même largeur ;

5° *Carré* : deux coups de ciseaux guidés par une deuxième bande de même largeur, et perpendiculaires aux bords de la bande donnée.

Fig. 200.

https://manuelsanciens.blogspot.com/2016/07/brachet-dumarque-arithmetique-algebre_29.html

Voici un extrait d'un manuel de mathématiques de 5e datant de 1939.

Découpe les quadrilatères présentés selon les instructions de ce manuel en prenant soin de tracer préalablement au crayon les lignes de découpe.
Inscris le nom de chaque quadrilatère et colle-le dans ton cahier d'exercices.

Demander à des élèves d'expliquer à la classe la méthode pour tracer deux traits parallèles (2°) et deux traits perpendiculaires au bord de la bande (3°).

Observation et réflexion sur certaines caractéristiques visuelles de chaque figure ainsi découpée (les regrouper au tableau)
Comparaison entre les figures (points communs, différences).

[Quelle place pour l’Histoire dans l’enseignement des Mathématiques en classe de sixième ?]

[Cette étude se propose d’observer la place de l’histoire dans l’enseignement des mathématiques d’une classe de sixième en utilisant un outil typologique, développé par Schorcht et repris par Moyon, qui permet de catégoriser toute tâche en rapport avec l’histoire des mathématiques au sein de six familles. Une rétrospective historique succincte montre que l’approche HPM, bien que globalement plébiscitée, souffre d’un manque de mise en œuvre et de difficultés à quantifier ses bénéfices. Un regard sur les programmes indique que contrairement à ceux des lycées, les programmes actuels des cycles 3 et 4 n’évoquent pas la place de l’histoire des mathématiques. En conséquence, les manuels scolaires, dont un exemplaire représentatif est analysé à l’aide de la typologie initialement développée par Schorcht, ne présentent que peu d’activités en lien avec l’histoire et celles-ci sont pour la plupart ponctuelles et lacunaires. Certains résultats semblent aller dans le sens de ceux d’une étude menée par Schorcht sur les manuels allemands. Il reste à la charge de l’enseignant de se tourner vers d’autres sources, encore trop rares ou de développer ses propres activités. Pendant plusieurs mois, chaque chapitre d’une classe de sixième fut systématiquement introduit par le biais de l’histoire des mathématiques. Une telle approche a ritualisé l’histoire des mathématiques et s’est peu à peu étoffée pour permettre au cours de se construire, au moins en partie, autour d’elle. Persévérer dans cette voie paraît bénéfique à la fois pour les élèves et pour l’enseignant.]

Mots-clés : HPM, Schorcht, Myriade, sixième, typologie.

[What place for History in the teaching of Mathematics to a sixth grade class ?]

[This study proposes to observe the place of history in the teaching of mathematics in a sixth-grade class using a typological tool, developed by Schorcht and taken up by Moyon, which makes it possible to categorize any task related to the history of mathematics within six categories. A brief historical retrospective indicates that the HPM approach, although generally acclaimed, suffers from a lack of implementation and difficulties in quantifying its benefits. A look at the programs shows that, unlike those of high schools, the current programs of grades fourth through nine do not evoke the place of the history of mathematics. As a result, school textbooks, a representative copy of which is analyzed using the typology initially developed by Schorcht, present only a few activities related to history and these are for the most part sporadic and incomplete. Some of the results found seem to support those of a study conducted by Schorcht on German textbooks. It remains up to the teacher to turn to other sources, which are still too rare, or to develop his own activities. For several months, each new chapter of a sixth grade class was systematically introduced through the history of mathematics. Such an approach ritualized the history of mathematics and gradually expanded to allow the course to be built, at least partially, around it. Persevering in this way seems beneficial for both the students and the teacher.]

Keywords : HPM, Schorcht, Myriade, sixth grade, typology.