Thèse de doctorat

Université de Limoges

Université de Limoges

ED 610 - Sciences et Ingénierie des Systèmes, Mathématiques, Informatique (SISMI)

Laboratoire XLIM – Axe Photonique – Equipe PhoCal

Thèse pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Limoges

Electronique des Hautes Fréquences, Photonique et Systèmes

Spécialité Photonique

Présentée et soutenue par

Jérémy Saucourt

Le 30 septembre 2019

Nouveau procédé dynamique d'analyse et de contrôle du front d'onde synthétique de réseaux de lasers

Thèse dirigée par Agnès Desfarges-Berthelemot et Vincent Kermène

Composition du jury :

Rapporteurs

M. Marc Hanna, Chargé de recherche CNRS, HDR, Laboratoire Charles Fabry, Université Paris-Sud

M. Hervé Rigneault, Directeur de recherche CNRS, Institut Fresnel, Université d'Aix-Marseille

Examinateurs

M. Philippe Adam, Responsable du domaine scientifique photonique DGA/DS/MRIS, Dr., DGA/DS/MRIS

M. Paul Armand, Professeur des Universités, Laboratoire Xlim, Université de Limoges

Mme. Agnès Desfarges-Berthelemot, Professeur des Universités, Laboratoire Xlim, Université de Limoges

M. Vincent Kermène, Directeur de Recherche CNRS, Laboratoire Xlim, Université de Limoges

M. Julien Leval, Ingénieur Architecte Systèmes, Dr., CILAS

M. Christophe Moser, Professeur associé, EPFL, Université de Lausanne

Licence CC BY-NC-ND 3.0

« Quiconque prétend s'ériger en juge de la vérité et du savoir s'expose à périr sous les éclats de rire des dieux puisque nous ignorons comment sont réellement les choses et que nous n'en connaissons que la représentation que nous en faisons. »

Albert Einstein

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Remerciements

J’aimerais en premier lieu remercier messieurs Marc Hanna et Hervé Rigneault pour le temps qu’ils ont consacré à rapporter ces travaux de thèse. Je remercie également Paul Armand, Agnès Desfarges-Berthelemot, Vincent Kermène, Julien Leval, Christophe Moser, et Philippe Adam, les membres de mon jury de thèse, pour avoir bien voulu évaluer mes travaux.

Je continuerai en remerciant mes directeurs de thèse, Agnès Desfarges-Berthelemot et Vincent Kermène, et plus généralement mes encadrants, parmi lesquels j’inclue Alain Barthélémy et également Paul Armand. Vous formez un trio chaleureux se complétant avec harmonie, qui n’est que renforcé par la collaboration avec un mathématicien. Merci à vous quatre pour votre encadrement exemplaire, dans la joie et la bonne humeur, pour toute l’aide que vous m’avez apporté, la confiance dont vous avez fait preuve envers moi, et plus généralement pour votre profonde humanité. Agnès, merci pour ton énergie communicante, ta bonne humeur permanente, tes attentions et tes explications détaillées. Vincent, merci pour tes boutades, et pour m’avoir enseigné avec patience l’art de la manip avec brio (même si j’en entends déjà dire certains « Ouais Jérémy il fait des maths de toute façon ! »). Alain, merci pour ton écoute, tes conseils dans tous les domaines, ainsi que pour ton humilité exemplaire. Paul, sans toi ce travail ne se serait pas passé de la même façon. Merci pour ton aide, et pour ces discussions intéressantes durant lesquelles nous cherchions à mélanger physique et mathématiques de façon compréhensible pour chacun.

Je tiens aussi à remercier l’équipe du projet au sein de l’entreprise Cilas avec qui j’ai travaillé. Participer à un tel projet tout en satisfaisant des besoins académiques et industriels a été très formateur. Merci plus particulièrement à Julien Leval (et à sa déconnade permanente !), Marie Naiim Habib, Armand Koudoro, Régis Grasser, Hubert Pages, David Sabourdy, David Kabeya, Jean-Marc Berthomier, Jérémy Le Dortz, et Sébastien Guillemet.

Je souhaite ensuite remercier l’équipe de recherche avec laquelle j’ai travaillé, qui offre un cadre convivial et chaleureux, et associe sans distinction permanents et doctorants. Merci à Nathalie Buisson, Marc Fabert, Vincent Couderc, Philippe Di Bin, Dominique Pagnoux, Frédéric Loradour, Alessandro Tonello, Julien Brevier et Claire Lefort.

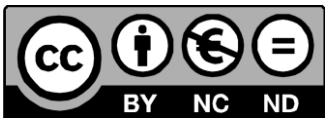
Merci également aux doctorants du laboratoire pour les moments agréables et les rires partagés ensembles. Un grand merci en particulier à Laplanche, Thony, Fredouille, Colman, et Alexis. Je tiens aussi à remercier mes collègues de bureau et de labo, Raph, Etienne, Alexandre et Geoffrey, pour ces moments de rire (au passage je m’excuse pour ceux qui auraient entendus nos rires tonitruants un peu trop souvent) comme de complicité et de galère. Merci pour tout et bonne continuation à vous tous.

Enfin, je tiens à adresser ces derniers remerciements à ma famille, qui m’a toujours encouragé, poussé à aller de l’avant, et a toujours été présente pour m’épauler lorsque j’en avais besoin. J’espère que la lecture de ce document vous rendra fiers de tout ce que vous avez fait pour moi.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Droits d’auteurs

Cette création est mise à disposition selon le Contrat :
« **Attribution-Pas d'Utilisation Commerciale-Pas de modification 3.0 France** »
disponible en ligne : *http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/fr/*



Licence CC BY-NC-ND 3.0

Liste des abréviations

- ANRT : Association Nationale de la Recherche et de la technologie
- AOM : Acousto-Optic Modulator
- CCD : Charge-Coupled Device
- CD : Compact Disc
- CDMA : Code Division Multiple Access
- CdP : Contraste de Phase
- CIFRE : Convention Industrielle de Formation par la Recherche
- CILAS : Compagnie Industrielle des LASers
- DEHI : Digitally Enhanced Heterodyne Interferometry
- DF-SPGD : Delayed-Feedback Stochastic Parallel Gradient Descent
- DMD : Digital Micro-mirror Device
- DOE : Diffractive Optical element
- DSSE : Discrete Sum Squared Error
- DVD : Digital Versatile Disc
- FEPA : Federation of European Producers of Abrasives
- GPU : Graphical Processing Unit
- HD : High Definition
- HIO : Hybrid Input-Output
- ISO : International Standards Organization
- LASER : « Light Amplification by Stimulated Emission Radiation », ou encore « Amplification de lumière par émission stimulée de radiation » en français. C'est désormais un mot courant.
- LMA : Large Modal Area
- LOCSET : Locking of Optical Coherence by Single detector Electronic Tagging
- MASER : « Micro-wave Amplification by Stimulated Emission Radiation », ou encore « Amplification de micro-ondes par émission stimulée de radiation » en français. C'est désormais un mot courant.
- MIT-LL : Massachusetts Institute of Technology Lincoln Laboratory
- MOD : Modélisation Optimisation Dynamique. C'est une équipe du pôle *Mathématiques & Sécurité de l'Information* du laboratoire Xlim.
- MOPA : Master Oscillator Power Amplifier
- OHD : Optical Heterodyne Detection
- OIL : Object In the Loop

Licence CC BY-NC-ND 3.0

- OM : Oscillateur Maître
- MP : Modulateur de Phase
- MT : Matrice de Transfert
- Mφ : Modulateur de phase
- OIL : Object-In-the-Loop
- PBS : Polarizing Beam Splitter
- PC : Personal Computer
- PhoCAL : PHOtonique Cohérente non linéAire et Laser. C'est une équipe du pôle *Photonique fibre et sources cohérentes* du laboratoire Xlim.
- PIM : Phase-Intensity Mapping
- PIM-PR : Phase-Intensity Mapping with Phase Retrieval
- PIM-TMR : Phase-Intensity Mapping for Transfer Matrix Retrieval
- PISTIL : Piston-Tip-tilt
- PR : Phase Retrieval
- QWLSI : Quadri-wave Lateral Shearing Interferometry
- RF : Radio-Frequency
- RMS : Root Mean Square
- ROI : Region Of Interest
- RSB : Rapport Signal à Bruit
- sCMOS : Scientific Complementary Metal Oxyde Semi-conductor
- SCOWA : Slab-Coupled Optical Waveguide semi-conductor Amplifier
- SCSFD : Sine-Cosine Single Frequency Dithering
- SFD : Single Frequency Dithering
- SLM : Spatial Light Modulator
- SNR : Signal-to-Noise Ratio
- SPGD : Stochastic Parallel Gradient Descent
- SVD : Singular Value Decomposition
- TDMA : Time Division Multiple Access
- TF : Transformée de Fourier
- TFI : Transformée de Fourier Inverse
- TIL : Target In the Loop
- TM : Transfer Matrix
- USB : Universal Serial Bus

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Table des matières

Remerciements **4**
Droits d'auteurs **5**
Liste des abréviations **6**
Table des matières **8**
Introduction générale **10**
Chapitre I. Combinaison cohérente de réseaux de faisceaux lasers sur cible distante : positionnement du problème, objectifs, et état de l'art **15**
I.1. Introduction : Objectifs de la combinaison cohérente 15
I.2. Combinaison cohérente active d'un réseau de faisceaux lasers 16
I.2.1. Présentation du principe et des différentes architectures 16
I.2.2. Principales méthodes de contrôle de la phase à la sortie d'une pupille composite pour la combinaison cohérente 19
I.2.3. Problématique et état de l'art de la combinaison cohérente sur cible distante 32
I.3. Conclusion 35
Chapitre II. Développement d'une nouvelle méthode de phasage verrouillage des phases d'un réseau de lasers vers un front d'onde arbitraire **38**
II.1. Introduction 38
II.2. Présentation détaillée de la méthode PIM initiale dédiée au cophasage d'un réseau de lasers 39
II.3. Extension et limitations de la méthode PIM pour le verrouillage des phases d'un réseau de lasers sur un front d'onde arbitraire 44
II.4. Idées générales, principe et performances de la nouvelle méthode de phasage PIM-PR développée 48
II.4.1. Principe de la méthode développée pour contrôle des phases d'un réseau de lasers sur un front d'onde synthétique arbitraire 49
II.4.2. Tests numériques des performances de la méthode de phasage PIM-PR 54
II.5. Conclusion 80
Chapitre III. Méthode de mesure de la matrice de transfert d'un système optique **82**
III.1. Introduction 82
III.2. Quelques méthodes de mesure de matrices de transfert existantes 83
III.3. Présentation de la méthode de mesure de matrice de transfert PIM-TMR 84
III.3.1. Principe de la méthode PIM-TMR et présentation de l'algorithme à Projections Alternées « Multi-start » 84
III.3.2. Performances numériques de la méthode PIM-TMR 89
III.4. Vérification expérimentale avec un objet diffractant utilisé comme mélangeur de faisceaux 98
III.5. Conclusion 102
Chapitre IV. Analyse et contrôle d'un front d'onde synthétique formé par un réseau de faisceaux lasers à l'aide d'un système interférométrique intégrant un milieu diffusant **104**
IV.1. Introduction 104
IV.2. Matrice de transfert aléatoire à composantes complexes et milieu diffusant 105
IV.3. Modélisation d'un diffuseur de surface et comparaison des statistiques des matrices de transfert associées aux statistiques des matrices aléatoires 106

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.3.1. Modélisation du diffuseur de surface 106
IV.3.2. Théorie des matrices aléatoires et loi de Marcenko-Pastur 107
IV.3.3. Comparaison des statistiques des matrices de transfert associées à un diffuseur de surface avec la loi de Marcenko-Pastur 107
IV.4. Banc modèle expérimental d'analyse et de contrôle des phases d'un réseau de faisceaux lasers intégrant un diffuseur 109
IV.4.1. Caractéristiques des diffuseurs utilisés et dimensionnement du système optique mélangeur de faisceaux 109
IV.4.2. Banc modèle mis en œuvre et résultats expérimentaux obtenus 112
IV.5. Conclusion 128
Conclusion générale 130
Chapitre V. Perspectives 132
V.1. Utilisation de la méthode PIM-PR pour réaliser un analyseur de front d'onde optique à l'aide de la boucle numérique de recouvrement de phase 132
V.2. Modification de la méthode pour contrôler les ordres de Zernike supérieurs du réseau de lasers 134
Références bibliographiques 136
Liste des publications 144
Revues internationales à comité de lecture 144
Communication orale dans une conférence internationale à comité de lecture 144
Communication orale dans une conférence nationale à comité de lecture 144
Brevet 144
Annexe A. Quelques notes sur la turbulence atmosphérique 146
Propagation optique en milieu turbulent : modèle de Kolmogorov 146
Quelques méthodes de mesure des turbulences atmosphériques 147
Conclusion et application au contrôle du front d'onde synthétique formé par un réseau de lasers 148
Annexe B. Quelques propriétés des matrices utilisées dans ce manuscrit 150
Quelques définitions 150
Ecriture d'un problème d'algèbre linéaire sous forme matricielle 150
Déterminant et inverse d'une matrice carrée 151
Rang d'une matrice 152
Non-singularité et indépendance linéaire 152
Valeurs propres et vecteurs propres 152
Décomposition en valeurs singulières 152
Calcul matriciel numérique, conditionnement, et sensibilité 153

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Introduction générale

La grande épopée inachevée qu'est l'histoire du laser[1] tient ses origines des esprits d'Arthur Schawlow et de Charles Townes, deux scientifiques théoriciens qui travaillaient à l'Université de Columbia dans les années 1950. A partir du processus d'émission stimulée théorisé par Einstein en 1917 (Albert Einstein, 1917), Townes a l'idée de créer un faisceau rectiligne de photons tous identiques à partir de l'amplification d'une onde électromagnétique. C'est le maser[2] qui verra le jour en premier (Gordon, Zeiger and Townes, 1955), et qui est la première amplification à l'identique d'un rayonnement électromagnétique. Les bases théoriques du laser sont publiées par Townes et Schawlow en 1958 (Schawlow and Townes, 1958). Le premier laser, utilisant un barreau de rubis, voit le jour deux ans après, en 1960, des mains de Theodore Maiman (Maiman, 1960b, 1960a).

L'engouement pour cette création est tel qu'une course à l'obtention de l'effet laser dans des systèmes physiques différents du rubis démarre dans le monde entier. En 1966, ce sont les lasers à colorants chimiques qui voient le jour (Kasper and Pimentel, 1965) et qui présentent un fort intérêt pour la spectroscopie puisque l'on peut modifier leur longueur d'onde d'émission en changeant la concentration de colorant dans le milieu amplificateur. Par la suite, la montée en puissance des lasers permet le développement de l'optique non-linéaire (Bloembergen, 1965), consistant à modifier les propriétés optiques locales d'un matériau par application d'un champ électromagnétique intense. Le laser permet également l'étude de la nature quantique de la lumière, discipline baptisée optique quantique qui a récemment donné naissance à la cryptographique quantique, la téléportation, et à l'ordinateur quantique.

Le succès du laser conduit aujourd'hui à un marché mondial estimé à environ 6 milliards de dollars, dont plus de la moitié provient des télécommunications par fibre optique et du stockage d'informations sur CD et DVD. L'autre grande part du marché mondial des lasers, évaluée à 2 milliards de dollars, vient du micro-usinage qui emploie des lasers ultrapuissants pour découper et souder de la tôle avec la grande précision offerte par la directivité des faisceaux lasers. Récemment, c'est l'impression 3D métallique qui a vu le jour en employant des lasers de puissance pour agglomérer localement de la poudre métallique et ainsi réaliser des prototypes à géométrie complexe. En plus de ces deux grandes familles d'applications industrielles, les lasers ont envahi notre quotidien, que ce soit au supermarché pour lire des codes-barres, dans l'industrie du bâtiment pour mesurer des distances et des températures, en chirurgie pour cautériser des plaies, en ophtalmologie pour recoller des rétines, en dermatologie pour diminuer la pilosité, en bureautique pour l'impression, dans l'industrie automobile pour la mesure du débit d'injecteurs de véhicules, pour la rénovation de bâtiments historiques,…Cette liste est loin d'être exhaustive mais montre l'impact qu'a le développement de la technologie laser sur nos vies.

Toutefois, les applications innovantes du futur, telle que la navigation interstellaire à l'aide de voiles ultralégères accélérées à l'aide de lasers (Tsuda *et al.*, 2011; Ilic, Went and Atwater, 2018), ou encore l'ignition de réactions de fusion nucléaire par exemple (Badziak, 2012; Hora

[1] Le laser est désormais un mot courant provenant de l'acronyme LASER, signifiant en anglais « Light Amplification by Stimulated Emission Radiation », ou encore « Amplification de lumière par émission stimulée de radiation » en français.

[2] Le maser est désormais un mot courant provenant de l'acronyme MASER, signifiant en anglais « Microwave Amplification by Stimulated Emission Radiation », ou encore « Amplification de micro-ondes par émission stimulée de radiation » en français.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

et al., 2017), requièrent l'utilisation de sources lasers à luminance extrême. Dans cet objectif, de nombreuses équipes de recherche et développement travaillent sans relâche à augmenter la luminance des sources lasers à fibre optique. Deux aspects sont à considérer pour maximiser la luminance d'une source laser unique : la répartition spatiale tridimensionnelle de la puissance extraite de la source, ainsi que la valeur de la puissance totale extraite. La répartition spatiale idéale de la puissance émise par une source correspond à un celle d'un faisceau gaussien, dit limité par la diffraction. Les lasers à fibre monomode ont cette capacité à générer des faisceaux très directifs mais le faible diamètre de cœur d'une fibre monomode standard, qui est de quelques microns seulement, limite la puissance optique qu'il est possible d'en extraire. En effet, la puissance extractible en régime impulsionnel est limitée par des effets non-linéaire tels que l'effet Kerr, puis par le seuil de dommage des matériaux. En régime continu, ce sont les diffusions stimulées Brillouin et Raman qui limitent la puissance maximale extractible.

Différentes techniques sont mises en œuvre pour repousser le seuil d'apparition de ces effets délétères limitant la luminance atteignable par une source fibrée. L'une d'entre elles consiste par exemple à utiliser des fibres optiques monomodes à large aire modale (LMA) (du Jeu *et al.*, 2018) dans des schéma d'amplification laser de type MOPA (Master Oscillator Power Amplification). Ce schéma d'amplification exploitant des fibres LMA doit faire face, au-delà d'un seuil estimé à quelques kilowatts, à l'apparition d'instabilités modales transverses[3] dont l'origine vient de la charge thermique dans le cœur de la fibre et du phénomène de photodarkening[4]. Une solution pour disposer de sources lasers à luminance extrême consiste donc à répartir le flux laser sur plusieurs voies en parallèle pour réaliser l'amplification, puis à combiner les faisceaux lasers amplifiés dont la luminance individuelle est en deçà du seuil d'apparition de ces effets délétères. La combinaison des rayonnements d'un réseau de n lasers peut être effectuée de façon incohérente, auquel cas la luminance atteinte vaut au mieux la luminance d'une source individuelle. Elle peut également être effectuée de façon cohérente pour atteindre au mieux n fois la luminance d'une source individuelle. Ce gain quadratique de luminance entre les deux méthodes de combinaison s'obtient au prix d'une complexité accrue du système de mise en phase et de combinaison des faisceaux, qui se divise en deux grandes familles : la combinaison cohérente passive, exploitant les propriétés d'auto-organisation spectrale des lasers, et la combinaison cohérente active, nécessitant un dispositif d'analyse des phases des lasers du réseau pour asservir les chemins optiques avec la bande passante la plus élevée possible. Si les méthodes passives sont limitées en puissance et en nombre de lasers combinables, les méthodes actives ont, depuis les années 2000, permis d'atteindre des records aussi bien en termes de nombre de faisceaux combinés (près d'une centaine), qu'en termes de puissance combinée (environ 100 kW en régime continu). C'est donc la stratégie de combinaison cohérente active que j'ai étudiée lors de mes travaux de thèse pour proposer des concepts adaptés à la réalisation de sources lasers de très forte luminance pour les applications innovantes du futur.

[3] Un article traitant des lasers de puissance et de leurs limitations peut être lu à l'adresse : https://www.laserfocusworld.com/lasers-sources/article/16548197/fiber-lasers-highpower-singlemode-fiber-lasers-advance

[4] Le phénomène photodarkening est lié à l'interaction de la lumière avec son milieu, qui forme des inhomogénéités dans le matériau. Ces inhomogénéités convertissent des photons de pompe en chaleur, réduisant l'efficacité de l'amplificateur et augmentant sa charge thermique.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Cependant, la myriade de méthodes de combinaison cohérente actives existantes deviennent complexes et encombrantes à mettre en œuvre pour combiner plus d'une centaine de lasers. De plus, aucune d'entre elles n'a pour l'instant permis la combinaison des rayonnements sur une cible non-coopérative distante de plusieurs kilomètres, à travers un milieu aberrant tel que l'atmosphère. C'est dans cette problématique que s'inscrivent mes travaux de thèse, traitant d'un nouveau procédé dynamique d'analyse et de contrôle du front d'onde synthétique formé par un réseau de lasers cohérents et juxtaposés. Le manuscrit est articulé autour de quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, intitulé ***« Combinaison cohérente de réseaux de faisceaux lasers sur cible distante : positionnement du problème, objectifs, et état de l'art »***, je préciserai les objectifs de la combinaison cohérente ainsi que les applications qu'elle vise à court et long terme. Ces méthodes, qui requièrent une synchronisation fine des lasers du réseau, sont d'autant plus délicates que la luminance souhaitée est grande. La montée en puissance est source d'apparition du phénomène de diffusion Brillouin stimulée en particulier dans ce schéma d'amplification parallèle qui requiert une raie laser fine pour avoir une figure d'interférences contrastée lors de la combinaison. Pour s'affranchir de ces effets, il est donc souvent intéressant de diluer la puissance sur un nombre de voies croissant avec la montée en luminance visée ce qui tend à complexifier le système de mise en phase. Je poursuivrai par un état de l'art des méthodes de combinaison dites « actives » qui sont au cœur de ces travaux de thèse. En comparant leurs potentiels, je justifierai du développement d'une nouvelle approche dédiée à la formation par combinaison d'un faisceau à forte luminance sur une cible distante placée à travers un milieu aberrant tel que l'atmosphère par exemple. La méthode développée, peu coûteuse et complexe, s'inscrit dans une démarche itérative, et autorise une forte bande passante d'asservissement des phases du réseau de lasers.

Dans le deuxième chapitre, intitulé ***« Développement d'une nouvelle méthode de phasage verrouillage des phases d'un réseau de lasers vers un front d'onde*** arbitraire ***»***, je présenterai la nouvelle méthode d'analyse et de contrôle du front d'onde synthétique formé par un réseau de lasers juxtaposés développée au cours de ma thèse. Il s'agit d'une technique itérative offrant la capacité de profiler le front d'onde synthétique du réseau de lasers sur un jeu de pistons de phase ajustable à façon. La première partie de ce chapitre s'attachera à décrire son fondement puisé dans la technique de mise en phase par conversion phase-intensité développée au cours de la thèse de David Kabeya soutenue en 2016. Je poursuivrai en décrivant les aspects innovants de l'approche proposée, notamment l'utilisation de fonctions de filtrage optique décrites par des matrices aléatoires pour réaliser la conversion-phase intensité. Je montrerai comment l'utilisation de ces matrices associée à une évolution de l'algorithme servant au verrouillage des phase ouvrent des perspectives de génération de fronts d'onde synthétiques quelconques, impossibles à former avec la méthode antérieure. Ces travaux de thèse exploitant des techniques mathématiques d'optimisation sont le fruit d'une collaboration pluridisciplinaire étroite entre les équipes MOD[5] et PhoCAL[6] du laboratoire Xlim. Une fois les présentations faites, je validerai numériquement la technique de contrôle des phases du réseau de lasers proposée. Deux types de conversion phase-intensité seront étudiés et comparés. Le premier mettra en œuvre un objet diffractant qui sera ensuite

[5] MOD : *Modélisation Optimisation Dynamique*, est une équipe du pôle *Mathématiques & Sécurité de l'Information* du laboratoire Xlim.

[6] PhoCAL : *PHOtonique Cohérente non linéAire et Laser*, est une équipe du pôle *Photonique fibre et sources cohérentes* du laboratoire Xlim.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

implémenté sur un banc modèle optique à base de modulateurs spatiaux de lumière pour une première validation expérimentale de la méthode. Le deuxième type de conversion sera étudié numériquement et s'appuiera sur une matrice aléatoire. Les résultats numériques montrant le fort potentiel offert par ce type de conversion nous ont amenés à développer un moyen de mesurer in situ (dans le montage de verrouillage des phases) la matrice de transfert du convertisseur phase-intensité. Cet aspect fait l'objet du chapitre suivant.

Le troisième chapitre, intitulé ***« Méthode de mesure de la matrice de transfert d'un système optique »***, présente une nouvelle méthode de mesure de la matrice de transfert d'un convertisseur phase-intensité prévu pour être au cœur du dispositif de contrôle des phases du réseau de lasers. Je vous présenterai dans un premier temps comment cette méthode de mesure de matrice de transfert est dérivée de la méthode d'analyse et de contrôle du front d'onde synthétique présentée dans le Chapitre II et peut être mise en œuvre dans le dispositif global de verrouillage des phases. Je poursuivrai avec des simulations visant à évaluer les performances de cette méthode de mesure de matrices de transfert. Je terminerai ce chapitre en reprenant l'expérience de verrouillage de phases à l'aide du banc modèle du Chapitre II, mais en mesurant cette fois in situ la matrice de transfert de l'objet diffractant utilisé comme système de conversion phase-intensité. L'utilisation du banc modèle dans lequel on contrôle les relations de phases entre les faisceaux permet de comparer les résultats du verrouillage des phases expérimentalement et numériquement et de valider la méthode de recouvrement de la matrice de transfert.

Fort de la méthode de mesure de matrice de transfert développée dans le Chapitre III, le Chapitre IV, intitulé ***« Analyse et contrôle d'un front d'onde synthétique formé par un réseau de faisceaux lasers à l'aide d'un système interférométrique intégrant un milieu diffusant »***, présente les possibilités de contrôle de front d'onde synthétique en utilisant un convertisseur phase-intensité compact basé sur un milieu diffusant. Par une série de simulations et d'expériences, nous verrons dans quelles conditions ce type de milieu peut être utilisé pour obtenir une matrice de transfert aléatoire pour laquelle la méthode de contrôle de front d'onde présente des performances optimales. Une fois le dimensionnement du convertisseur phase-intensité effectuée, je rapporterai la première expérience de contrôle du front d'onde synthétique formé par un réseau de lasers à l'aide d'une technique itérative impliquant un objet diffusant pour analyser les phases. Ces expériences réalisées sur le banc modèle reconfigurable visent à évaluer la propension de la méthode à contrôler les phases d'un grand nombre de lasers, sa robustesse, sa capacité à gérer des sections larges de réseau tout en mettant en œuvre un système compact d'analyse des phases.

Enfin, je clôturerai ce manuscrit en présentant les perspectives d'évolution de l'ensemble du système de contrôle de front d'onde synthétique développé, que ce soit pour contrôler le pistons ou les ordres supérieurs des modes de Zernike de chacun des lasers du réseau, ou encore pour faire une mesure directe de la phase d'un front d'onde continu ou segmenté.

Mes travaux de doctorat ont été effectués avec le soutien de l'ANRT[7], dans le cadre d'une convention CIFRE[8] entre et le laboratoire Xlim et l'entreprise CILAS[9], qui a fourni des moyens humains et matériels nécessaires au bon déroulement de ces travaux.

[7] ANRT : Association Nationale de la Recherche et de la Technologie.

[8] CIFRE : Convention Industrielle de Formation par la REcherche.

[9] CILAS : Compagnie Industrielle des LASers.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chapitre I. Combinaison cohérente de réseaux de faisceaux lasers sur cible distante : positionnement du problème, objectifs, et état de l'art

I.1. Introduction : Objectifs de la combinaison cohérente

Parmi les applications pour lesquelles on cherche à exploiter la combinaison cohérente, on peut citer l'accélération de particules (Alvarez *et al.*, 2014; Jiao *et al.*, 2017), la libération d'énergie atomique par fusion nucléaire (Badziak, 2012; Hora *et al.*, 2017), les lidars, la découpe laser, ainsi que toutes les applications plus confidentielles liées à la défense. De plus, d'autres applications telles que l'alimentation à distance de drones dans le champ de vision de l'opérateur (Achtelik *et al.*, 2011), l'accélération de voiles solaires dans l'espace (Tsuda *et al.*, 2011; Ilic, Went and Atwater, 2018), ou encore le nettoyage de débris spatiaux en orbite terrestre (Campbell, 1996; Early, Bibeau and Phipps, 2004; Wen *et al.*, 2018), nécessitent d'être capable de déposer l'énergie lumineuse sur une cible éloignée malgré les perturbations introduites par la traversée de l'atmosphère. Enfin, d'autres applications comme le traitement de surface parallèle multipoints, l'agilité en pointé, ou encore la mise en forme de faisceau, nécessitent le contrôle des relations de phase entre les faisceaux au sein du réseau. Notons qu'il existe également des méthodes réalisant la combinaison incohérente des faisceaux. Cette dernière conduit à une augmentation de la puissance de la source composite dans le rapport du nombre n d'émetteurs et au mieux atteint la luminance d'une source élémentaire. A nombre d'émetteurs identique, la combinaison cohérente permet d'obtenir une luminance n fois plus élevée rendant cette approche plus attractive pour la production d'énergie dirigée. Je ne m'intéresserai donc par la suite qu'à la combinaison cohérente.

Deux grandes familles de méthodes de combinaison cohérente de réseaux de faisceaux lasers se distinguent : la combinaison cohérente dite « passive » et celle dite « active ». La combinaison cohérente passive, sur laquelle je ne m'attarderai pas, a l'avantage de présenter une architecture tout-optique exploitant la propriété d'auto-organisation spectrale des lasers. Elle privilégie l'oscillation des modes longitudinaux de moindres pertes conduisant à la synchronisation des différents faisceaux produits par le laser. J'invite le lecteur désireux d'en apprendre plus à consulter les parties bibliographiques des références (Auroux 2011; Jeux 2013; Kabeya 2016) portant sur ce sujet. La combinaison cohérente passive est limitée à la fois en nombre de faisceaux lasers, ainsi qu'en puissance individuelle des faisceaux, ce qui en fait un candidat peu adapté à l'obtention d'une forte concentration d'énergie lumineuse (Chang *et al.*, 2010). Pour les applications citées plus haut, on lui préfèrera la combinaison cohérente active sur laquelle ont porté mes travaux de thèse.

Ainsi, dans la suite de ce chapitre, je présente le principe de la combinaison cohérente active de réseaux de faisceaux lasers, accompagnée d'une étude bibliographique des principales méthodes existantes, de leurs avantages et inconvénients. Nous distinguerons les méthodes qui passent par la mesure de la phase à ajuster sur les différents émetteurs, des méthodes itératives de réduction des écarts de phase. Enfin, je présente les résultats publiés sur l'extension de ces méthodes au cas où la zone de combinaison se fait sur cible distante.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

I.2. Combinaison cohérente active d'un réseau de faisceaux lasers

I.2.1. Présentation du principe et des différentes architectures

Les approches de combinaison cohérente active d'un réseau de faisceaux lasers sont basées sur une architecture laser de type MOPA, pour laquelle le rayonnement laser issu d'un oscillateur maître est réparti dans un réseau d'amplificateurs optiques disposés en parallèle (Figure I-1). Les rayonnements amplifiés sont ensuite recombinés soit localement à la sortie du système soit à grande distance (champ lointain). De cette façon, comme nous le verrons plus loin, en disposant d'un processus de recombinaison efficace, il est possible de générer une luminance n fois plus élevée qu'avec un amplificateur unique pour lequel les effets thermiques ou les effets non-linéaires limitent la qualité de faisceau et la puissance de sortie (quelques dizaines de kilowatts dans le cas des lasers à fibre optique (Dawson *et al.*, 2008; Fang *et al.*, 2017)).

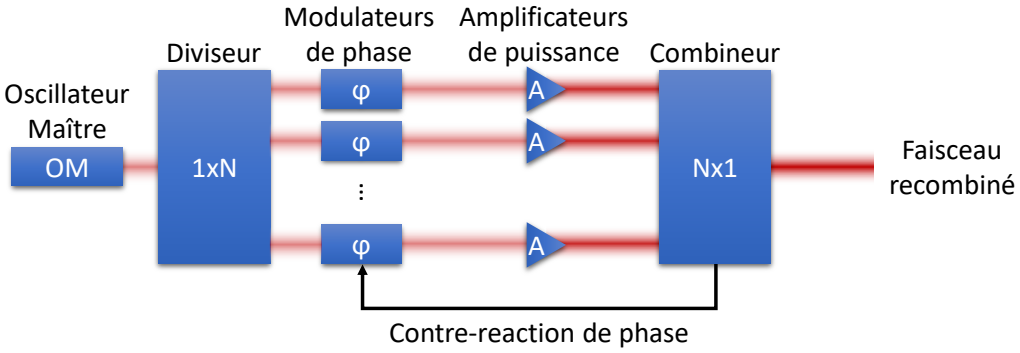


Figure I-1 : Schéma bloc du principe de la combinaison cohérente active.

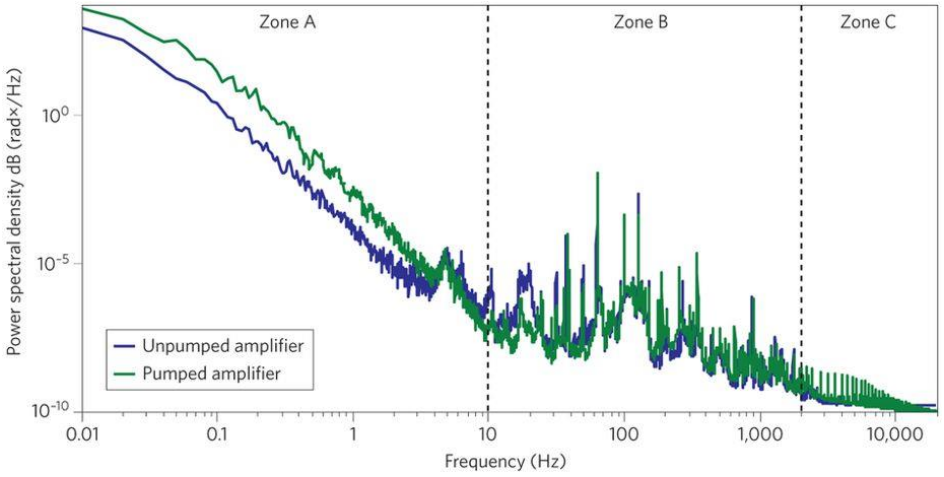


Figure I-2 : Densité spectrale de bruit de phase dans un amplificateur à fibre dopé Ytterbium non-pompé (courbe bleue) et pompé (courbe verte) (Mourou *et al.*, 2013).

Toutefois, la séparation des faisceaux cohérents pour l'amplification parallèle introduit des écarts de phase dynamiques entre les rayonnements, principalement liés au bruit de phase plutôt hautes-fréquences dans les amplificateurs optiques, ainsi qu'aux perturbations environnementales d'origines thermique et mécanique, plutôt basses-fréquences, perçues par les différentes voies d'amplification parallèle. Ainsi, pour recombiner efficacement ces ondes cohérentes, il est nécessaire de corriger leurs fluctuations de phase dynamiques avec une bande passante suffisamment élevée. C'est pourquoi les systèmes de combinaison cohérente active en configuration MOPA comportent, sur chaque bras, un modulateur de phase optique

Licence CC BY-NC-ND 3.0

rapide, généralement placé en amont des amplificateurs de puissance du fait de sa tenue limitée au flux lumineux. La bande passante nécessaire à une compensation des fluctuations de phase entre les bras amplificateurs varie suivant le milieu amplificateur (semi-conducteur, cristal ou fibre) et l'épaisseur traversée (quelques mm à quelques mètres). Elle peut être estimée à plusieurs kHz pour un amplificateur à fibre optique dopé Ytterbium, à partir du graphique de la Figure I-2 qui montre la densité de puissance du bruit de phase.

La seule compensation des écarts de phase dynamiques différentiels ne suffit pas à la production d'une concentration d'énergie élevée. Une recombinaison des faisceaux parallèles amplifiés est nécessaire, et peut s'effectuer de plusieurs façons illustrées schématiquement sur la Figure I-3.

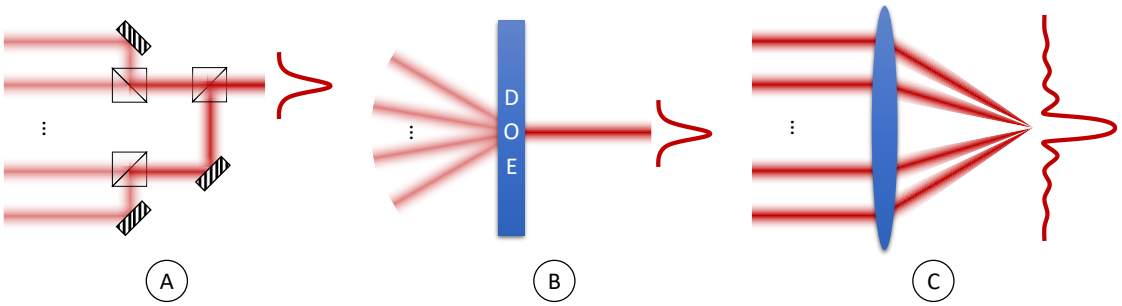


Figure I-3 : Différentes méthodes de recombinaison des faisceaux amplifiés. A : recombinaison deux à deux à l'aide de lames séparatrices ou cubes séparateurs de polarisation, B : recombinaison à l'aide d'un élément diffractif (DOE : Diffractive Optical Element), C : recombinaison en champ lointain.

A. **Recombinaison deux à deux à l'aide de lames séparatrices.** Cette configuration présente l'avantage de former un faisceau gaussien offrant la meilleure luminance possible. L'inconvénient est que les composants optiques utilisés doivent être d'excellente qualité optique, tout en étant capables de résister à de fortes densités d'énergie optique.

B. **Recombinaison globale à l'aide d'un élément d'optique diffractif.** Ici encore, le faisceau recombiné peut être quasi gaussien et de luminance maximale. En revanche, le DOE (Diffractive Optical Element) doit être efficace, les faisceaux incidents doivent se superposer avec des angles et des phases (non uniformes) précis, et le composant doit pouvoir supporter les très hautes puissances qui vont le traverser.

C. **Recombinaison en champ lointain.** Ce type de recombinaison consiste à faire se propager les faisceaux pour qu'ils se recouvrent grâce au phénomène de diffraction. L'intensité du champ lointain a des caractéristiques dépendantes des relations de phase entre les faisceaux, mais également de l'arrangement des faisceaux en champ proche. Dans le cas d'un réseau périodique d'émetteurs juxtaposés et synchrones, l'intensité sur l'axe optique est maximale et la majeure partie de l'énergie est contenue dans un lobe central de largeur angulaire $2\lambda/D$, D étant la largeur de la pupille composite formée par l'arrangement des faisceaux en champ proche (Figure I-4). Le taux de remplissage η est défini par le rapport entre la largeur $2w$ d'un faisceau élémentaire par rapport à la périodicité p du réseau.

   La luminance est définie par l'équation suivante :

$$L = \frac{P_{tot}}{S_{em} \times \Delta\Omega}$$

Licence CC BY-NC-ND 3.0

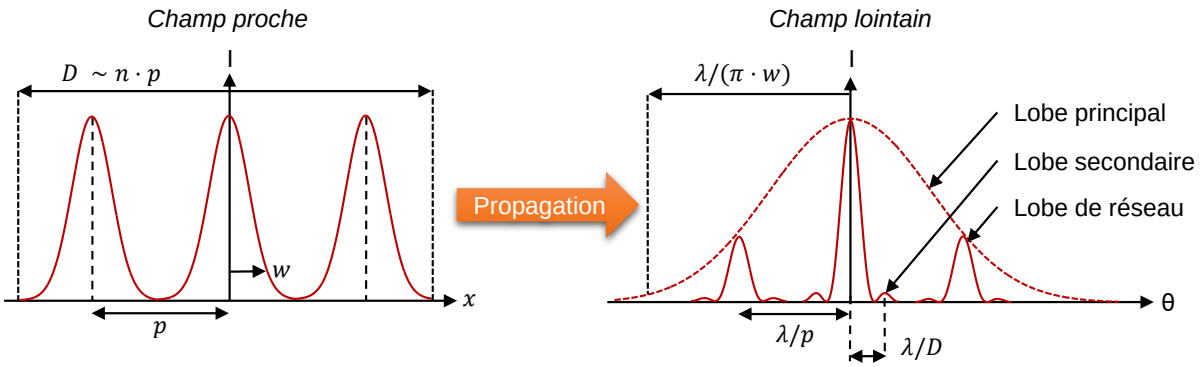


Figure I-4 : Arrangement d'un réseau de faisceaux périodique uniphase en champ proche et figure d'interférence obtenue en champ lointain.

Dans cette équation, P représente la puissance du faisceau, S_{em} la surface d'émission, et $\Delta\Omega$ l'angle solide d'émission de l'énergie électromagnétique. C'est donc une grandeur exprimée en $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$. Comme le montre le Tableau I-1, la luminance de la figure d'interférence à n ondes formée augmente avec le taux de remplissage de la pupille composite en champ proche.

Type	$P_{tot}\ [W]$	$S_{em}\ [m^2]$	$\Delta\Omega\ [sr]$	$L\ [W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}]$
Faisceau gaussien unique	P_0	πw^2	$\pi\theta_0^2$	$L_0 = \frac{P_0}{(\pi w^2) \cdot (\pi\theta_0^2)}$
Combinaison incohérente de n faisceaux gaussiens	nP_0	$\pi\left(\frac{p\sqrt{n}}{2}\right)^2$	$\pi\theta_0^2$	$L_{incoh} = \eta^2 L_0$
Combinaison cohérente de n faisceaux gaussiens	nP_0	$\pi\left(\frac{p\sqrt{n}}{2}\right)^2$	$\pi\left(\frac{\theta_0}{\sqrt{n}}\right)^2$	$L_{coh} = \eta^2 n L_0$ $L_{coh} = n L_{incoh}$

Tableau I-1 : Comparaison de la luminance obtenue en combinant n faisceaux individuels de manière cohérente ou incohérente. n : nombre de lasers du réseau. P_0 : puissance individuelle d'un laser du réseau. P_{tot} : puissance optique totale. S_{em} : surface d'émission de l'énergie optique. $\Delta\Omega$: angle solide d'émission de l'énergie électromagnétique. θ_0 : demi-angle d'émission de l'énergie électromagnétique. L : luminance du rayonnement électromagnétique. L_0 : luminance d'un laser du réseau. L_{incoh} : luminance du réseau de lasers combiné de façon incohérente. L_{coh} : luminance du réseau de lasers combiné de façon cohérente. η : taux de remplissage du réseau de lasers : c'est le rapport entre le diamètre à 1/e² en intensité du faisceau laser et le pas du réseau.

Ainsi, dans un cas idéal où le taux de remplissage est égal à 1, la combinaison cohérente de n faisceaux permet d'obtenir une luminance n fois plus élevée que pour un faisceau unique ou que dans le cas de leur combinaison incohérente. De plus, différents arrangements bidimensionnels de réseaux de faisceaux ont été analysés dans la partie 2.2 de (Bellanger, 2010), qui a montré qu'un réseau compact en maille

Licence CC BY-NC-ND 3.0

triangulaire permet de maximiser l'énergie contenue dans le lobe central de la figure d'interférence en champ lointain par rapport aux réseaux à maille carrée ou en pommeau de douche. Ainsi, bien que la recombinaison en champ lointain apporte, de par la nature de la figure d'interférence formée, des pertes de luminance vis-à-vis des autres voies, elle ne requiert aucun composant optique devant supporter la concentration d'énergie totale. Elle est donc particulièrement adaptée à la combinaison de puissances extrêmes. Pour cette raison, c'est ce type de recombinaison que je vais étudier dans la suite de ce manuscrit.

Enfin, rappelons que la concentration d'énergie atteignable pour une puissance des émetteurs donnée dépend de la qualité spatiale des faisceaux individuels. Pour cette raison, des amplificateurs à fibre optique délivrant un faisceau quasi-gaussien sont en général privilégiés. Aussi, pour que la recombinaison d'ondes synchrones soit efficace, il est nécessaire de contrôler la polarisation des ondes, ce qui est généralement fait en utilisant des fibres optiques à maintien de polarisation. C'est ce type d'amplificateur optique que je considèrerai dans la suite de ce manuscrit.

Maintenant que les principaux éléments optiques constitutifs d'une architecture de combinaison cohérente active ont été présentés, et qu'un ordre de grandeur de la bande passante nécessaire à la compensation de la majeure partie du bruit de phase différentiel entre les bras amplificateurs a été donnée, il est temps de présenter les méthodes d'asservissement des phases relatives entre les émetteurs du réseau.

I.2.2. Principales méthodes de contrôle de la phase à la sortie d'une pupille composite pour la combinaison cohérente

L'asservissement du synchronisme des émetteurs du réseau de lasers nécessite d'obtenir des informations directes ou indirectes sur les écarts de phase relatifs entre les émetteurs, et ce avec une bande passante de l'ordre de quelques kHz pour compenser les fluctuations de phase différentielles. Une multitude de méthodes d'asservissement des écarts de phase d'un réseau de lasers ont été développées depuis les années 2000. Elles sont classifiables en deux grandes familles :

1. Les méthodes permettant la mesure directe des écarts de phase entre les émetteurs. Ces méthodes peuvent être sous classifiées en deux sous-familles : les méthodes interférométriques nécessitant une onde de référence commune, et les méthodes auto-référencées ne nécessitant pas d'onde de référence. Parmi ces deux sous familles, on distingue les méthodes sans et avec marquage par des surmodulations de phase pour repérer les voie amplificatrices individuelles après démodulation du signal électronique détecté.
2. Les méthodes de compensation progressive des écarts de phase, par approche itérative, qui passent par des méthodes d'optimisation d'un ou plusieurs paramètres sans mesure des écarts de phase individuels.

Avant de détailler les problématiques liées à la combinaison sur cible distante ou à travers un milieu aberrant avec des relations de phase entre émetteurs arbitraires ou non, je vais vous présenter dans les deux sections à venir les principales méthodes de mise en phase active existantes à ce jour. Je donnerai les forces et les faiblesses de chacune de ces méthodes, ainsi que les performances expérimentales obtenues dans la littérature scientifique.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

I.2.2.1. Méthodes de combinaison cohérente actives par mesure des écarts de phase entre les émetteurs du réseau

Méthodes avec onde de référence

La méthode la plus directe pour mesurer les écarts de phase entre les émetteurs consiste à les faire interférer en champ proche avec une onde de référence commune également issue de l'oscillateur maître pour former des franges d'égale épaisseur avec l'ensemble des faisceaux du réseau (Figure I-5). Les franges d'interférence formées sont mesurées par une caméra rapide. La position exacte des franges formées entre chacun des faisceaux et la référence permet de connaître le déphasage entre ces faisceaux et la référence. Le conjugué de la valeur mesurée est appliqué sur chaque bras amplificateur via les modulateurs de phase présents pour cophaser les émetteurs du réseau. Cette méthode est faiblement dépendante du nombre de faisceaux à combiner, mais sa bande passante est bridée par l'utilisation d'une caméra. Par ailleurs, l'onde de référence doit avoir une excellente qualité de front d'onde sur toute sa surface pour garantir des faisceaux en phase lors de la combinaison. Dans (Antier *et al.*, 2014), cette méthode a permis la mise en phase de 16 amplificateurs fibrés avec une bande passante d'asservissement de 450 Hz et une erreur de phase résiduelle de λ/60 rms.

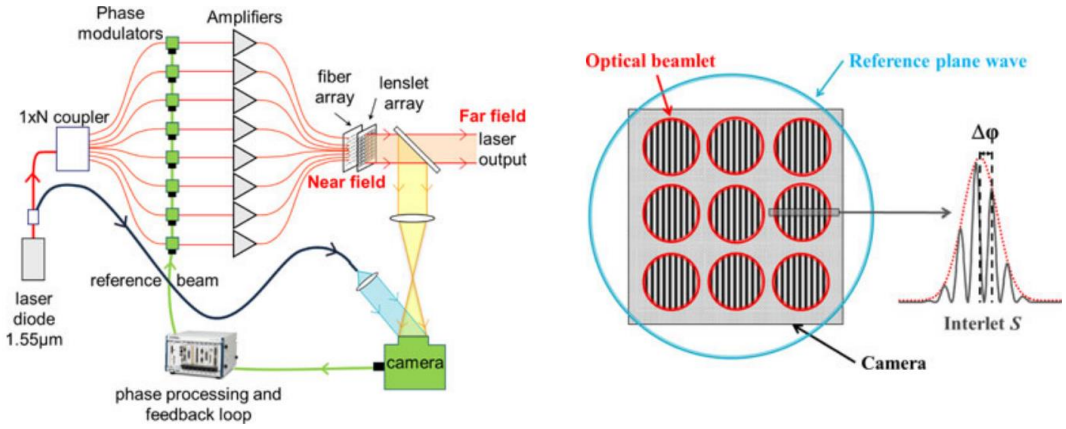


Figure I-5 : A gauche, synoptique de la mise en phase de 16 amplificateurs fibrés en faisant interférer en champ proche les faisceaux du réseau avec une onde de référence commune. A droite, allure des franges mesurées par une caméra rapide. L'analyse des positions relatives des franges permet de déterminer les écarts de phase entre les émetteurs du réseau. Ces deux schémas sont issus de la référence (Antier *et al.*, 2014).

Pour augmenter la bande passante de la méthode interférométrique précédente, il est possible de remplacer la caméra par un couple de photodiodes en quadrature sur chaque interférogramme (Figure I-6). Les intensités relevées par les couples de photodiodes en quadrature permettent le calcul du déphasage entre chaque faisceau et l'onde de référence, et ainsi de déterminer les écarts de phase entre les faisceaux à combiner. Cette implémentation possède les avantages d'une insensibilité au nombre de faisceaux et d'une lecture simple des écarts de phase des faisceaux par rapport à la référence. Elle requiert cependant un positionnement minutieux des couples de photodiodes. Dans (Chosrowjan *et al.*, 2013), cette méthode a permis la mise en phase de deux faisceaux avec une bande passante de 1 kHz et une erreur résiduelle de λ/25 rms.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

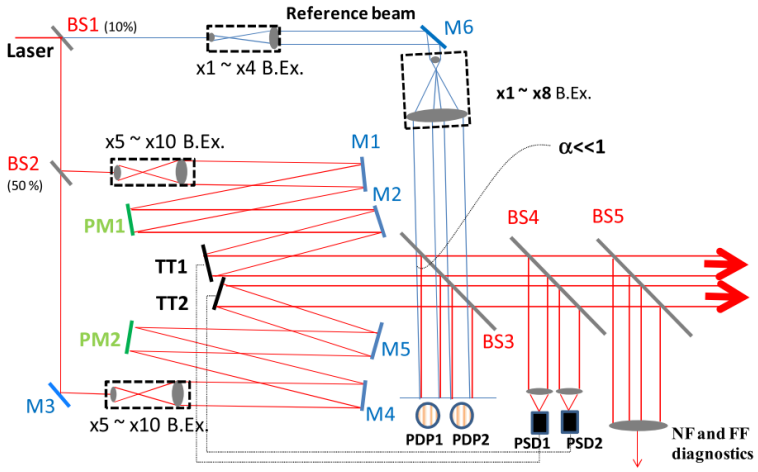


Figure I-6 : Synoptique de la mise en phase de 2 voies laser en faisant interférer en champ proche les faisceaux du réseau avec une onde de référence commune (Chosrowjan *et al.*, 2013). Les déphasages de chacun des faisceaux avec l'onde de référence sont déduits de mesures d'intensités obtenues par des couples de photodiodes en quadrature placées sur chacun des interférogrammes.

Une alternative à ces techniques d'interférométrie spatiale est offerte par la détection optique hétérodyne (Goodno *et al.*, 2007) qui n'emploie qu'une photodiode pour chacun des faisceaux individuels pour mesurer la phase. Le faisceau de référence issu de l'oscillateur maître est décalé en fréquence par rapport aux voies à contrôler par application continue d'un signal sinusoïdal haute fréquence (Figure I-7).

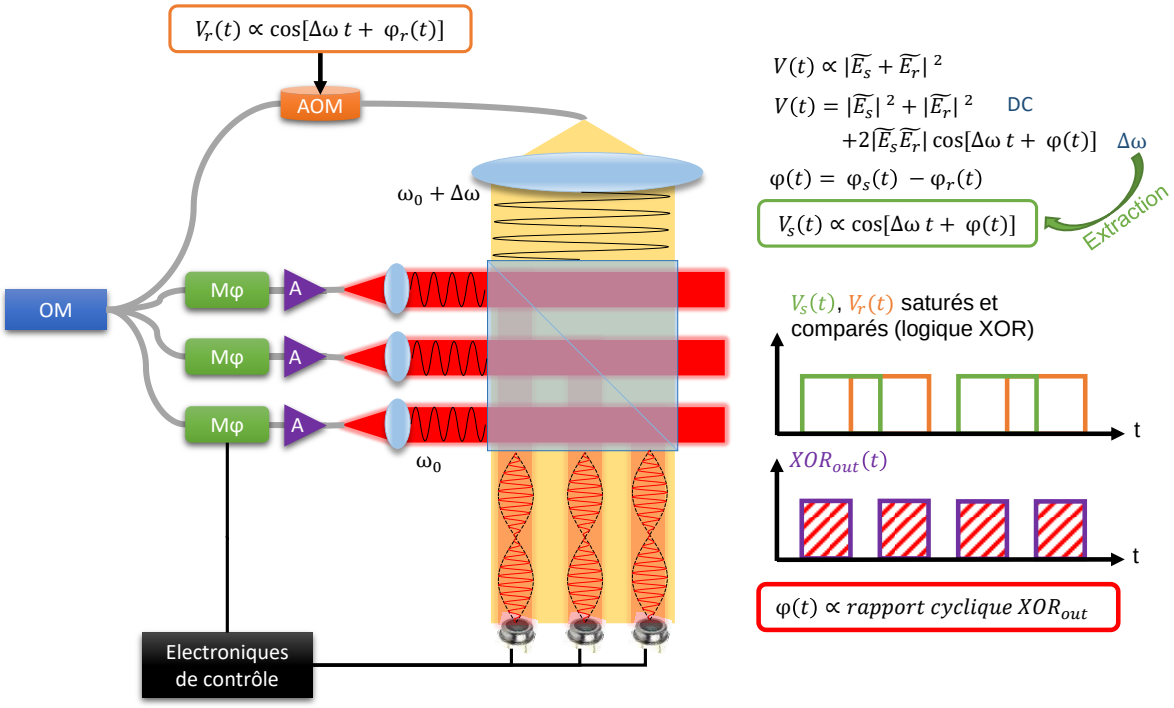


Figure I-7 : Schéma de principe de la détection hétérodyne optique. OM : Oscillateur Maître. Mφ : Modulateur de phase optique. A : Amplificateur à fibre optique. AOM : Modulateur acousto-optique.

Les interférences entre le faisceau de référence décalé en fréquence et les faisceaux à mettre en phase créent des battements temporels sur un réseau de photodiodes comportant autant de détecteurs que de faisceaux à cophaser. Le traitement électronique des signaux mesurés permet de remonter aux déphasages entre les différents faisceaux, pour ensuite les mettre en

Licence CC BY-NC-ND 3.0

phase à l'aide de modulateurs électro-optiques. Cette méthode présente l'avantage d'être extensible à un grand nombre d'émetteurs de même qu'une bande passante élevée à condition d'utiliser un décalage en fréquence élevé du bras de référence. L'inconvénient est un traitement électronique parallèle des signaux plus lourd et plus couteux et la nécessité d'une onde référence à front d'onde parfaitement plan ou connu sur une large section. Le record en puissance de la combinaison cohérente de lasers solides, ainsi que le record absolu de puissance combinée de façon cohérente ont été obtenus avec cette méthode. En 2009, l'entreprise Northrop-Grumman a combiné 7 lasers solides Nd :YAG de puissance individuelle 15 kW pour obtenir un faisceau de 105 kW en régime continu (McNaught *et al.*, 2009). La bande passante de leur système d'asservissement était de 10 kHz et l'erreur de phase résiduelle valait λ/25 rms.

Une autre méthode à mentionner, baptisée DEHI pour Digitally Enhanced Heterodyne Interferometry, a pour objectif d'améliorer la détection hétérodyne optique en appliquant en plus une modulation binaire pseudo-aléatoire. Cette modulation supplémentaire est commune mais appliquée avec un retard spécifique à chacun des émetteurs. Ceci permet d'isoler les signaux interférométriques en se basant sur leur retard lors de la démodulation (Shaddock, 2007). La possibilité d'isoler chacun des signaux permet non seulement d'augmenter le rapport signal-à-bruit en réduisant les sources d'erreurs liées aux signaux parasites provenant des autres fibres, mais également d'utiliser un détecteur unique pour l'ensemble des voies à mettre en phase, là où la détection hétérodyne optique nécessitait un détecteur par voie. Les signaux mélangés sont alors démodulés puis identifiés selon leur retard. Le reste du traitement est identique à la détection hétérodyne. Ces améliorations et simplifications se font au prix d'un traitement électronique plus complexe que pour la détection hétérodyne classique et d'une capacité réduite à un grand nombre de voies. Dans (Roberts *et al.*, 2014), cette méthode a été utilisée pour cophaser trois fibres optiques sans aucun élément externe à la pupille composite, avec une erreur résiduelle de phase de λ/120 rms et un contraste des franges d'interférence en champ lointain de 95% (Figure I-8). Dans (Roberts *et al.*, 2011), la même équipe a combiné 3x15W sans aucun élément externe, avec une erreur résiduelle de phase de λ/194 rms. Ils ont également effectué du balayage de faisceau avec une fréquence de répétition allant jusqu'à 5 kHz.

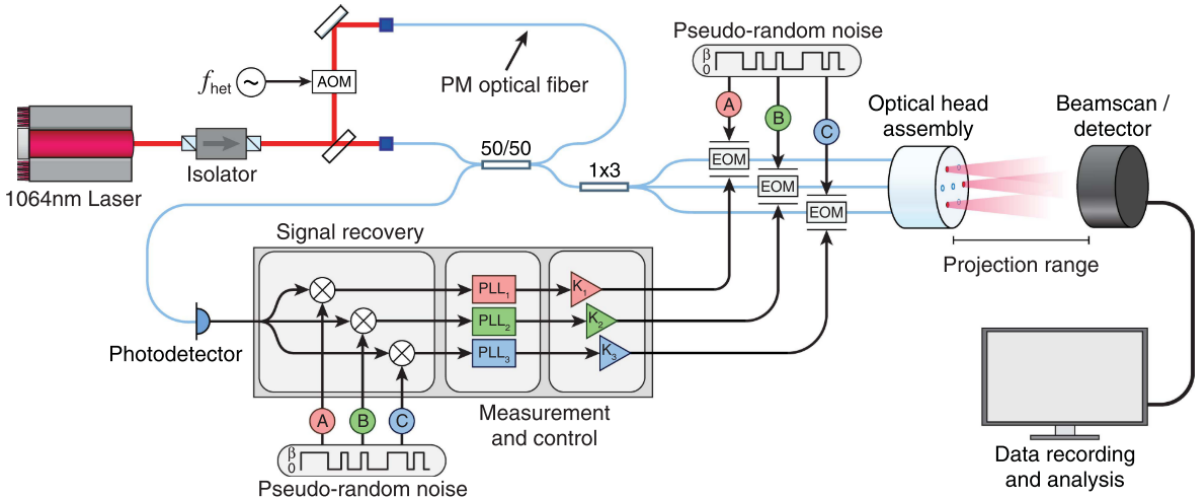


Figure I-8 : Schéma de principe de la détection hétérodyne optique digitalement améliorée pour mettre en phase un réseau de fibres optiques (Roberts *et al.*, 2014).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chacune de ces méthodes interférométriques à onde de référence a ses avantages et ses inconvénients propres, comme la nécessité d'utiliser une caméra bridant la bande passante du système d'asservissement ou non, ou bien la nécessité de moduler la phase des émetteurs et donc un traitement électronique plus complexe des signaux ou non. Toutefois, leur inconvénient commun vient de l'utilisation d'une onde de référence qui peut s'avérer être un pari risqué. En effet, sa qualité transverse fixe les limites de l'asservissement et obtenir une onde plane de haute qualité et de large dimension n'est pas chose triviale. La mise en œuvre est complexifiée par le fait que les phases du réseau de lasers étant réglées par rapport à la référence, il n'est pas garanti que les faisceaux soient en phase lors de la combinaison, ce qui peut demander l'application d'un biais sur chaque voie. De plus, dans le cas d'une défaillance de l'onde de référence, la mise en phase du réseau d'émetteurs deviendrait impossible. Je vais maintenant vous présenter d'autres méthodes de mesure des écarts de phase entre les émetteurs qui sont auto-référencées, c'est-à-dire sans onde de référence.

Méthodes auto-référencées

L'interférométrie à décalage est un exemple de méthode auto-référencée. Elle consiste à former des franges d'interférences entre émetteurs voisins en utilisant un composant d'optique diffractive. Par exemple, dans le cas d'un réseau en maille carrée, chaque faisceau est divisé en cinq par un réseau de diffraction adapté : un faisceau transmis et quatre faisceaux diffractés dans des directions perpendiculaires (Figure I-9).

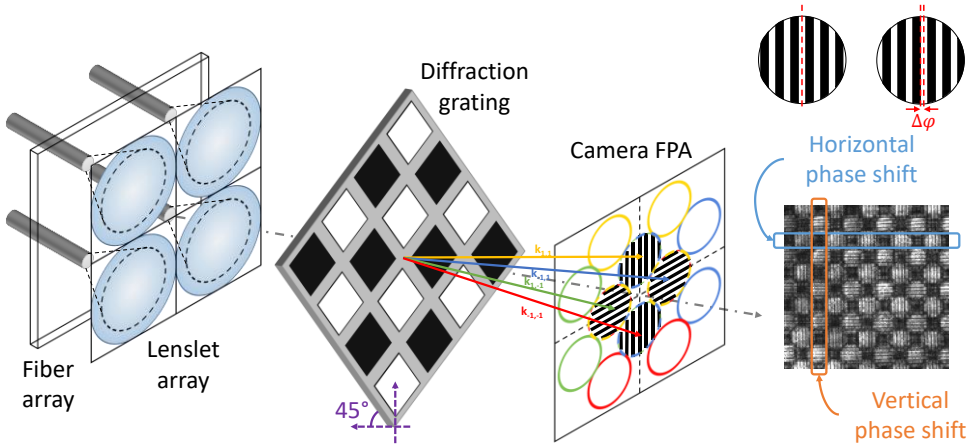


Figure I-9 : Principe de l'interférométrie à décalage quadrilatéral pour la mesure des écarts de phase d'un réseau d'émetteurs lasers en maille carrée (Bourderionnet *et al.*, 2011).

Les répliques de chaque faisceau sont superposées avec les répliques des faisceaux adjacents de façon à former des franges d'interférences mesurées par une caméra rapide. L'analyse de la position relative des franges permet de connaître les écarts de phase entre faisceaux voisins. Pour reconstruire de proche en proche la carte complète des écarts de phase sans cumuler les erreurs, des méthodes de calcul spécifiques sont mises en œuvre. Si cette méthode auto-référencée permet une lecture simplifiée des écarts de phase à corriger, elle nécessite un composant spécial adapté à la géométrie obligatoirement périodique de la matrice de faisceaux et difficilement réalisable à grande échelle. Par ailleurs, elle est bridée par l'utilisation d'une caméra qui par son capteur impose une petite section et par sa vitesse de lecture une faible bande passante. Dans (Bourderionnet *et al.*, 2011), cette méthode a permis la mise en phase de 64 fibres optiques émettant des faisceaux de faible puissance avec une erreur résiduelle de λ/10 rms. Ce résultat constitue encore aujourd'hui le record de nombre de voies fibrées combinées. L'erreur résiduelle de phase élevée s'explique par la

Licence CC BY-NC-ND 3.0

lenteur du détecteur utilisé pour la détection des franges : une caméra qui possède une fréquence de rafraîchissement de 20 Hz limitant drastiquement la bande passante de l'asservissement.

Récemment, l'interférométrie à décalage quadrilatéral a été étendue à la mesure des différences de piston, de tip et de tilt d'un front d'onde segmenté (Deprez *et al.*, 2016). Cette nouvelle méthode baptisée PISTIL,,présentée sur la Figure I-10, exploite la période et l'orientation des franges d'interférence en plus de leur alignement pour extraire les différences de piston, de tip et de tilt de chaque segment adjacent du front d'onde analysé. Dans (Deprez *et al.*, 2018), les auteurs ont caractérisé un miroir déformable segmenté contrôlable en piston, en tip et en tilt avec une précision de mesure de $\lambda/200$ en piston et 40 µrad en tip/tilt. Les auteurs annoncent la publication imminente de résultats expérimentaux de mise en phase de 61 lasers femtosecondes.

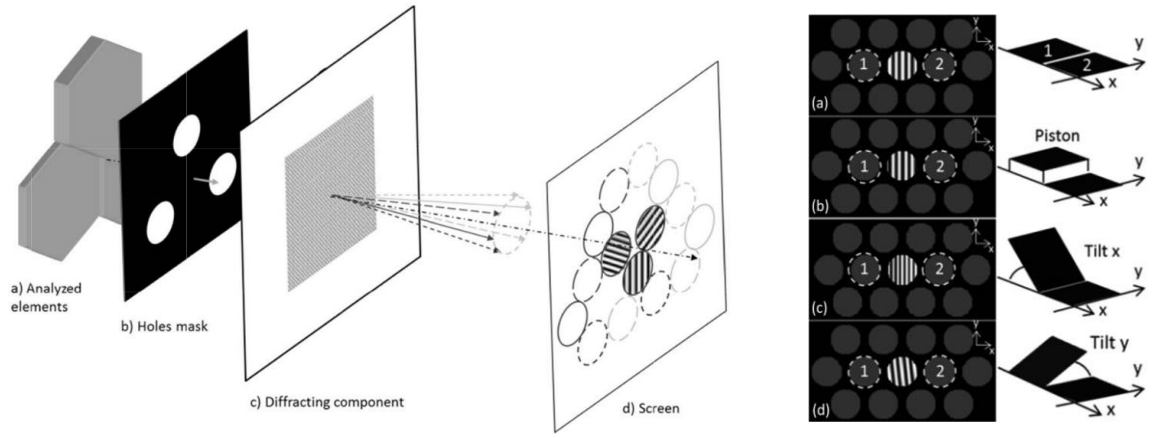


Figure I-10 : A gauche, principe de l'interférométrie à décalage appliquée à la mesure des écarts de piston, de tip et de tilt (PISTIL) d'un front d'onde segmenté ou d'un réseau de faisceaux lasers. Dans un « pistilogramme », à droite, l'alignement relatif des franges d'interférences renseigne sur les différences de pistons de phase adjacents, leur période sur la différence de tilt suivant l'axe x, et leur orientation sur la différence de tilt suivant l'axe y. Les schémas sont tirés de la référence (Deprez *et al.*, 2016).

Ces méthodes d'interférométrie à deux ondes auto-référencées nécessitent d'utiliser une caméra pour la détection. D'autres méthodes, dites méthodes de marquage, permettent l'utilisation d'un unique photodétecteur rapide telle une photodiode pour une détection globale. Une technique de mise en phase par marquage fréquentiel a été popularisée dans le milieu des lasers sous l'acronyme LOCSET, signifiant Locking of Optical Coherence by Single detector Electronic Tagging (Pulford, 2007). Le modulateur de phase de chaque voie amplificatrice applique en permanence une modulation par un signal RF (Radio-Fréquence) sinusoïdal de faible amplitude et de fréquence qui lui est spécifique. Cela crée une faible modulation de la phase optique de chaque émetteur laser, et donc son marquage fréquentiel. Une photodiode placée sur l'axe optique et dans le plan focal image d'une lentille convergente collecte une portion du champ lointain formé par la lentille. Le signal mesuré par le détecteur unique résulte de l'interférence entre les différents faisceaux lasers modulés. Un réseau de détections synchrones fonctionnant aux fréquences RF utilisées pour moduler permet d'isoler les signaux de chaque voie et de déterminer leur phase (Figure I-11). La phase d'une voie est prise pour référence et les écarts entre faisceaux sont corrigés en adaptant la composante continue de la tension de commande des modulateurs. Avec cette technique, l'équipe de A. Flores a mis en phase jusqu'à 16 amplificateurs fibrés (Flores *et al.*, 2011) et a démontré la

Licence CC BY-NC-ND 3.0

combinaison cohérente de 5 faisceaux de 1,2kW de puissance optique en utilisant un DOE, le tout avec une erreur résiduelle de phase de λ/60 rms (Flores *et al.*, 2016). De plus, dans (Liu *et al.*, 2007), les auteurs ont atteint une bande passante de 100 kHz en développant un calculateur dédié mais avec seulement trois faisceaux synchronisés.

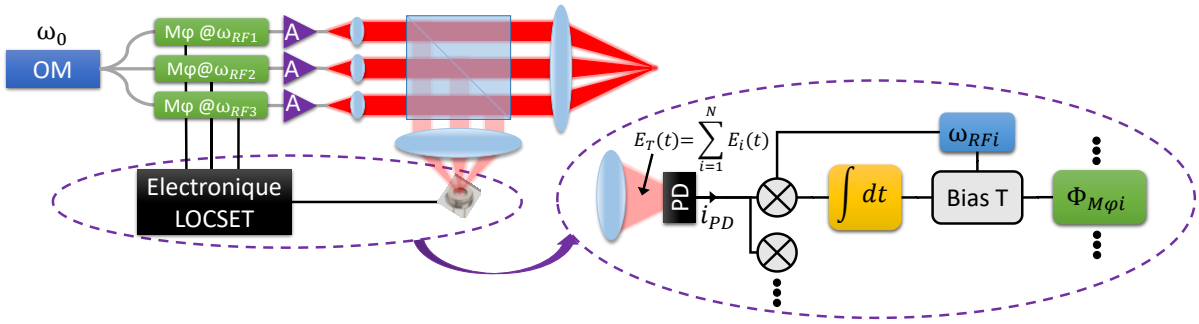


Figure I-11 : Schéma de principe de la méthode de mise en phase active par marquage fréquentiel LOCSET. Chacun des émetteurs est modulé en phase par une sinusoïde RF de faible amplitude. L'intensité mesurée en champ lointain permet, après démodulation parallèle de chaque voie aux fréquences RF de modulation, de déterminer les écarts de phase entre les émetteurs. OM : Oscillateur Maître. Mφ : Modulateur de phase optique. A : Amplificateur à fibre optique. PD : Photodiode.

Les forces de la technique LOCSET sont l'utilisation d'un photodétecteur unique et rapide. Des modulations fréquentielles de l'ordre de la centaine de kHz permettent d'obtenir une bande passante élevée même en intégrant les signaux sur quelques périodes de modulation pour améliorer le rapport signal à bruit. Toutefois, cette méthode reporte la complexité de l'asservissement dans le domaine électronique, en traitant le signal mesuré par un réseau de démodulations parallèles synchrones. Pour synchroniser un grand nombre de faisceaux lasers, le choix des fréquences de marquage est important pour éviter les couplages d'informations (Azarian, 2012).

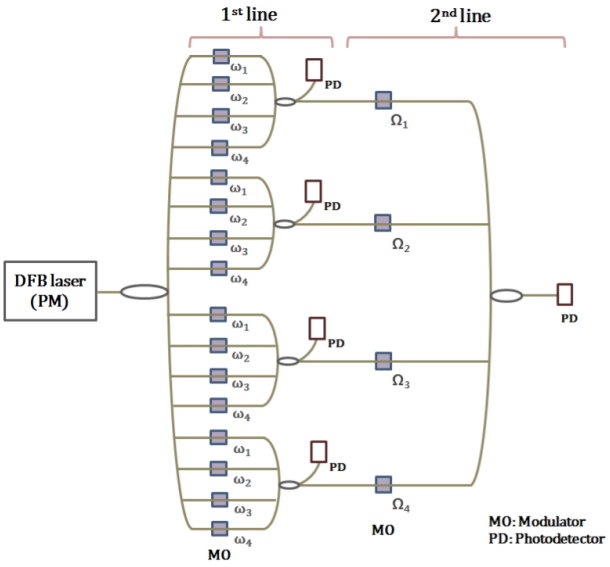


Figure I-12 : Synoptique de la méthode de marquage fréquentiel cascadé (Ahn and Kong, 2015), permettant l'emploi des fréquences de modulation communes à plusieurs groupes d'émetteurs à condition d'utiliser plus de photodétecteurs.

Pour repousser la limitation en nombre de faisceaux contrôlés, plusieurs variantes ont été proposées. Les auteurs de la référence (Azarian *et al.*, 2014) proposent d'ajouter un codage orthogonal en plus du marquage fréquentiel, ce qui permet de distinguer quatre fois plus

Licence CC BY-NC-ND 3.0

d'émetteurs. Un autre moyen présenté dans (Ahn and Kong, 2015) consiste à mettre en phase M sous-groupes de N/M émetteurs au préalable, pour ensuite mettre en phase chacun des sous-groupes (Figure I-12). De cette façon, les auteurs ont pu combiner 4x4 émetteurs avec une erreur résiduelle de phase de λ/30 rms. L'approche démultiplie le nombre de faisceaux pilotables (théoriquement jusqu'à 10000 !).

Toutes ces méthodes présentées avec ou sans ondes de référence permettent la mesure des écarts de phase entre les émetteurs après un traitement numérique ou électronique des données plus ou moins complexe, avec une bande passante plus ou moins élevée selon le type de détecteur utilisé. Ces approches permettent donc non seulement de cophaser un réseau d'émetteurs, mais également de le verrouiller selon des relations de phase arbitraires en appliquant un biais supplémentaire sur les modulateurs. Une autre famille de méthodes de combinaison cohérente active existe, c'est celle des méthodes itératives. Elles procèdent de façon plus globale avec souvent l'emploi d'un algorithme d'optimisation pour minimiser l'écart de phase entre les émetteurs au fil des itérations.

I.2.2.2. Méthodes de combinaison cohérente actives itératives

Le marquage temporel

Pour rester dans la thématique précédente de marquage des émetteurs, commençons par présenter la méthode de marquage temporel, aussi connue sous le nom de Single Frequency Dithering (SFD). Tout comme la technique LOCSET, cette méthode utilise un détecteur unique collectant une partie du lobe central du champ lointain formé par une lentille convergente. Chaque faisceau est modulé par un signal de faible amplitude et de même fréquence RF. Cependant ici la perturbation sinusoïdale est appliquée à un seul modulateur à la fois (càd sur une seule voie) pendant une durée brève, et ce de façon séquentielle (Figure I-13), permettant le marquage des détecteurs.

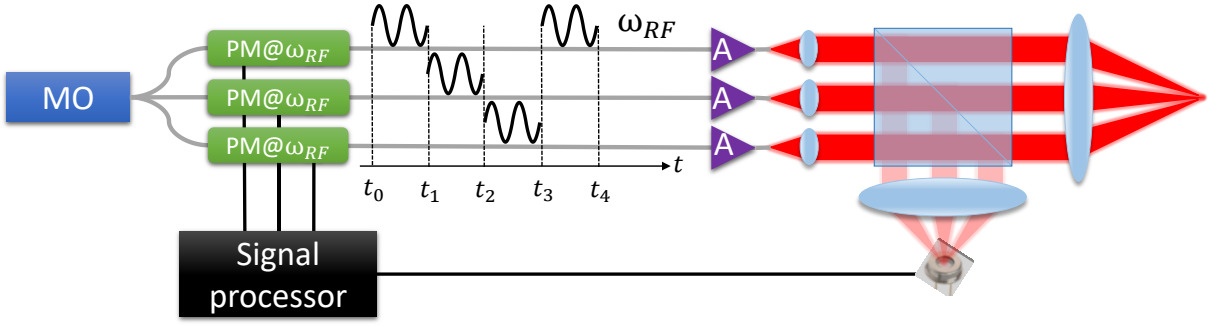


Figure I-13 : Schéma de principe de la méthode de mise en phase active par marquage temporel.

Lors de la perturbation du premier modulateur, la démodulation du signal détecté par la photodiode renseigne sur l'écart de phase entre le faisceau perturbé et la phase du champ somme des autres faisceaux. L'écart de phase opposé est alors appliqué à l'aide du modulateur, de façon à ajuster la phase du faisceau modulé à la phase moyenne des faisceaux non modulés. Ces étapes s'appliquent séquentiellement à chaque faisceau, et réduisent petit à petit l'erreur de phasage entre les émetteurs du réseau. En 2011, 9 lasers fibrés ont été combinés avec cette méthode pour obtenir un faisceau de sortie de 1.08 kW (Ma, Wang, *et al.*, 2011). La bande passante de l'asservissement était de 400 Hz, et l'erreur de phase résiduelle s'élevait à λ/15 rms.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Des améliorations ultérieures avec des schémas de modulation plus performants ont conduit à des gains en bande passante (Ma, Zhou, *et al.*, 2011; Jiang *et al.*, 2017) jusqu'à 16 kHz et en précision (Jiang *et al.*, 2018) jusqu'à λ/41 rms. Enfin, pour simplifier la démodulation du signal, des modulations rectangulaires à deux niveaux appliquées séquentiellement à chacun des émetteurs ont été utilisées (Huang *et al.*, 2014).

Optimisation d'un paramètre global par descente de gradient

Une autre famille de méthodes itératives passe par la maximisation d'un paramètre global grâce à un algorithme d'optimisation, par exemple une méthode de gradient. Cette approche utilise un détecteur unique mesurant l'intensité sur l'axe optique en champ lointain. L'intensité mesurée par le photodétecteur forme la métrique J à optimiser. Elle est proportionnelle au module au carré de la somme cohérente des champs lasers (Figure I-14). Maximiser J est équivalent à chercher la synchronisation en phase de tous les champs. La méthode d'optimisation la plus répandue pour cette application est la méthode de gradient stochastique, aussi appelée SPGD pour Stochastic Parallel Gradient Descent. Cette méthode perturbative consiste à appliquer des perturbations aléatoires connues sur la phase de chacun des émetteurs et à mesurer leur incidence sur le paramètre J. Des perturbations appliquées et de leur influence sur l'intensité détectée, on tire une correction à appliquer aux modulateurs de phase à chaque itération. La démarche fait évoluer la phase des sorties amplifiées vers une valeur commune, c'est-à-dire vers l'état synchrone recherché.

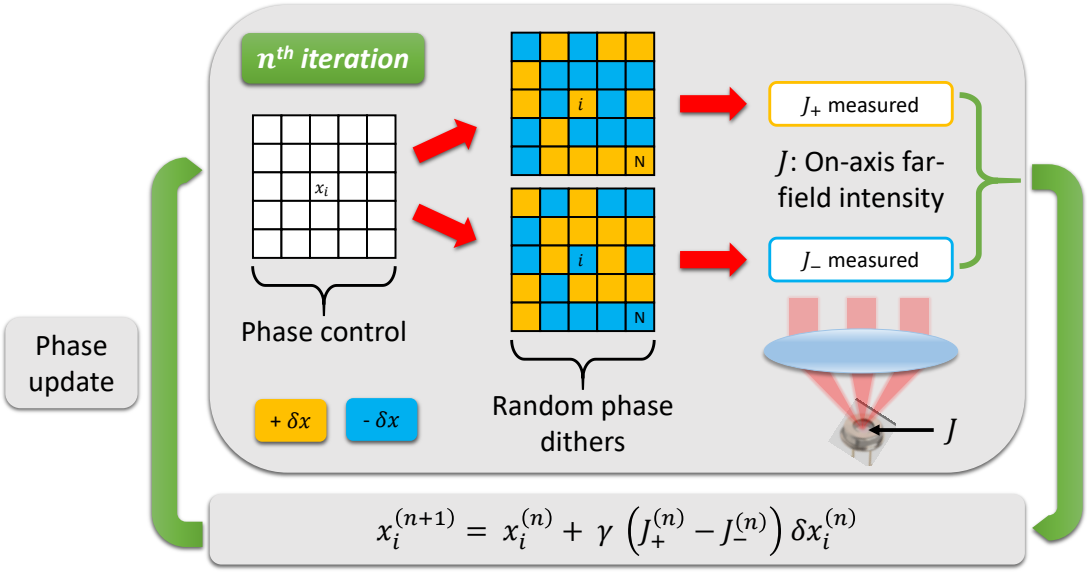


Figure I-14 : Schéma de principe de la méthode de gradient stochastique SPGD.

La mise à jour des phases de chaque émetteur tient compte de paramètres tels que l'amplitude des perturbations et le gain de boucle, qui, selon les implémentations, peuvent être fixes ou dépendre du niveau de la métrique à optimiser (Weyrauch *et al.*, 2001). Ces paramètres de l'algorithme sont à optimiser pour obtenir le meilleur compromis entre vitesse de convergence et erreur résiduelle de phase. Cette méthode présente l'avantage de simplifier à l'extrême le traitement des informations intensimétriques mesurées. En revanche, les perturbations appliquées de façon permanente limitent la qualité de combinaison atteignable. De plus, le nombre d'itérations nécessaires pour cophaser un réseau d'émetteurs est linéairement dépendant du nombre de faisceaux à piloter. Utiliser plusieurs détecteurs au lieu d'un seul (Zhou *et al.*, 2010), ou appliquer des cartes de perturbations orthogonales entre elles (Brignon

Licence CC BY-NC-ND 3.0

et al., 2013) améliore les performances. La méthode SPGD détient plusieurs records de combinaison cohérente, dont le plus grand nombre de lasers combinés à savoir 218 SCOWAs (Slab-Coupled Optical Waveguide semi-conductor Amplifier) pour obtenir une puissance de sortie de 38,5 W (Redmond *et al.*, 2011), ou encore le record de puissance à partir de lasers fibrés, avec une puissance de sortie de 4 kW (Yu *et al.*, 2011), une bande passante d'asservissement de 4 kHz, et une erreur de phase résiduelle de λ/11 rms.

La mise en phase par conversion phase-intensité et boucle d'optimisation opto-numérique

Cette méthode itérative et non-perturbative, baptisée PIM pour *Phase-Intensity Mapping*, a été développée lors de la thèse de David Kabeya (Kabeya, 2016). Elle est constituée d'un dispositif d'imagerie à contraste de phase (Zernike, 1942) et d'une boucle d'optimisation opto-numérique (Figure I-15) inspirée de l'algorithme à projections successives de Gerchberg et Saxton (Gerchberg and Saxton, 1972; Fienup, 1982). La partie optique comporte un filtre spatial placé aux foyers communs d'un montage afocal, et réalise la conversion non-linéaire et non-bijective des différences de phase entre faisceaux en variations d'intensité. Le filtre spatial utilisé, dit filtre à contraste de phase, déphase les basses fréquences spatiales par rapport aux hautes fréquences spatiales tout en atténuant ces dernières. Cette transformation linéaire est modélisable par une matrice de transfert complexe notée A. L'intensité des faisceaux filtrés est mesurée par un réseau de photodiodes. Leur phase reste cependant inconnue. Aussi, ce sont les valeurs théoriques attendues pour un ensemble de faisceaux cophasés que l'on attribue aux champs filtrés (projection). Le calcul d'une propagation inverse (rétrograde) permet l'estimation des champs d'entrée inconnus. La phase extraite est ensuite appliquée aux modulateurs avec un changement de signe pour réduire les écarts de synchronisme entre les différents émetteurs. Après ce changement des conditions d'entrée, le processus est réitéré.

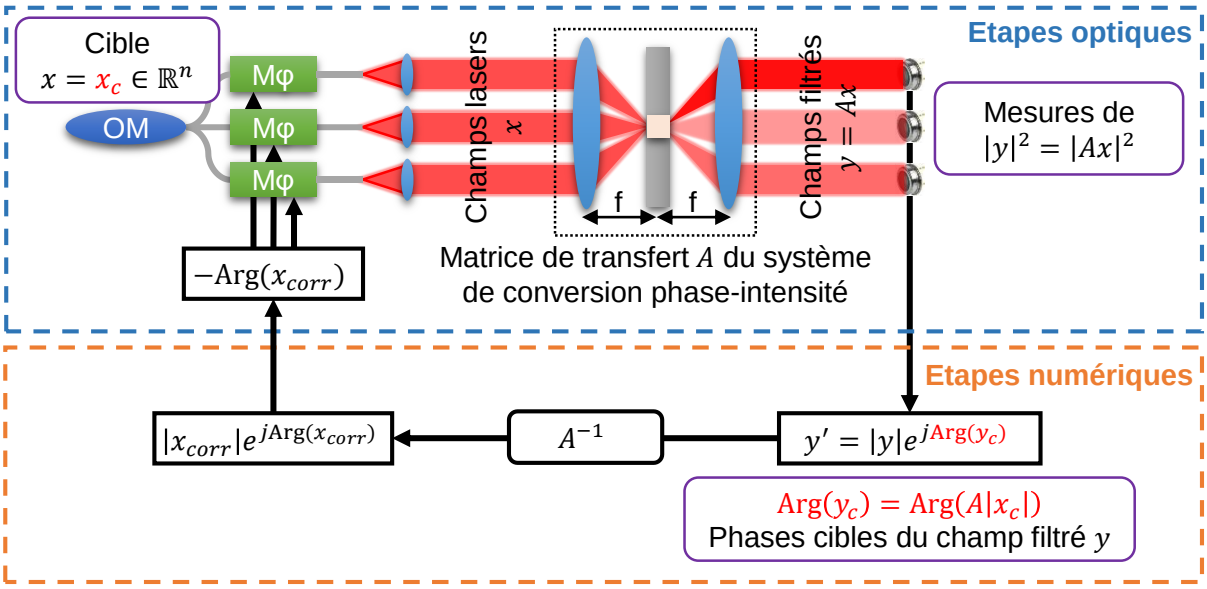


Figure I-15 : Schéma de principe de la méthode PIM.

Cette méthode est auto-référencée, non-perturbative, et utilise un réseau de photodétecteurs rapides. Il y a autant de photodétecteurs que de voies lasers à asservir, la bande passante accessible est donc bien plus élevée que celle d'une caméra. De plus, les méthodes itératives existantes et présentées plus haut, c'est-à-dire les méthodes SFD et SPGD ainsi que leurs

Licence CC BY-NC-ND 3.0

dérivées, ont un temps de convergence linéairement dépendant du nombre de faisceaux à cophaser. Comme le montre le graphique de gauche sur la Figure I-16 ci-dessous, le nombre d'itérations nécessaire pour cophaser un réseau d'émetteurs avec la méthode PIM a un comportement asymptotique avec l'augmentation du nombre d'émetteurs du réseau. Par ailleurs, comme le montre le graphique de droite, la méthode PIM est également peu sensible aux conditions initiales du réseau, contrairement à la méthode SPGD pour laquelle l'écart-type sur le nombre d'actionnements nécessaire au cophasage est linéairement dépendant au nombre de faisceaux à cophaser.

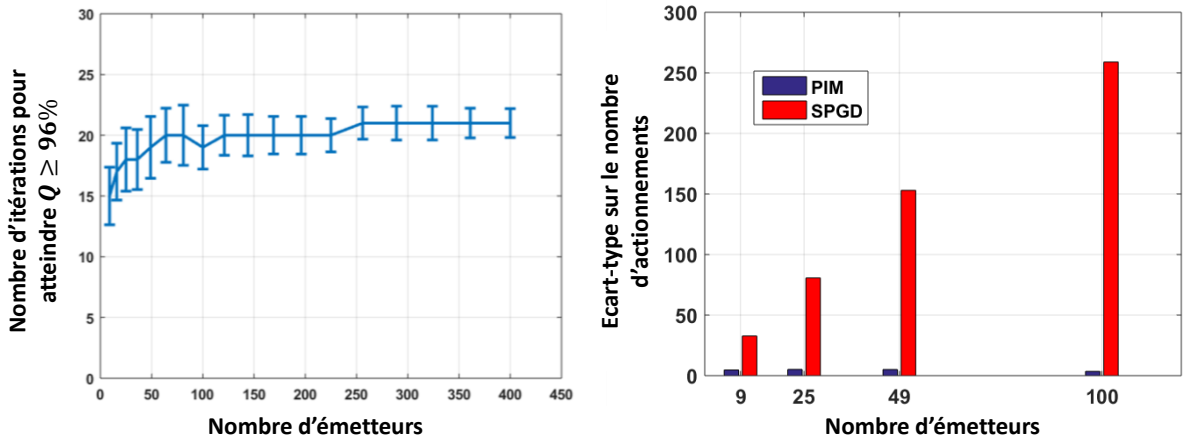


Figure I-16 : A gauche : Evolution asymptotique du nombre d'itérations nécessaires à la méthode PIM pour cophaser un réseau d'émetteurs en fonction du nombre de faisceaux à cophaser. A droite : Comparaison des sensibilités aux conditions initiales des méthodes itératives PIM et SPGD, pour lesquelles les évolutions avec l'augmentation du nombre de faisceaux à cophaser sont respectivement asymptotiques et linéaires. Q : Qualité de combinaison cohérente des faisceaux. Ces schémas sont tirés de (Kabeya, 2016).

L'inconvénient de cette méthode vient de la nécessité de former un champ lointain pour l'opération de filtrage à contraste de phase, ce qui est encombrant dans le cas d'une pupille composite de grande dimension. Il est également nécessaire de connaître parfaitement la matrice de transfert du système de conversion phase-intensité. Pour un montage à contraste de phase classique, un calcul approché de matrice de transfert donne l'expression analytique des champs filtrés ci-dessous, obtenue dans le cas d'un réseau d'émetteurs arrangé suivant une maille carrée Figure I-17.

$$b_{i,k} = \beta a_{i,k} + \left(e^{j\phi} - \beta\right)\left(\gamma\eta\sqrt{\frac{\pi}{n}}\right)^2 \sum_{u=1}^{\sqrt{n}}\sum_{v=1}^{\sqrt{n}} a_{u,v}\,\mathrm{sinc}\left[\frac{2\gamma(i-u)}{\sqrt{n}}\right]\mathrm{sinc}\left[\frac{2\gamma(k-v)}{\sqrt{n}}\right]$$

Dans cette expression, η est le taux de remplissage du champ proche, β le coefficient de transmission en champ de la zone périphérique du filtre correspondant aux fréquences spatiales élevées et ϕ le déphasage entre les basses et hautes fréquences spatiales de ce filtre. Le paramètre γ est le rapport entre le diamètre du plot central du filtre spatial et le diamètre du lobe central du champ lointain cophasé. Les sommes de champs pondérées par des sinus cardinaux proviennent de la diffraction de l'ensemble des faisceaux par le plot central.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

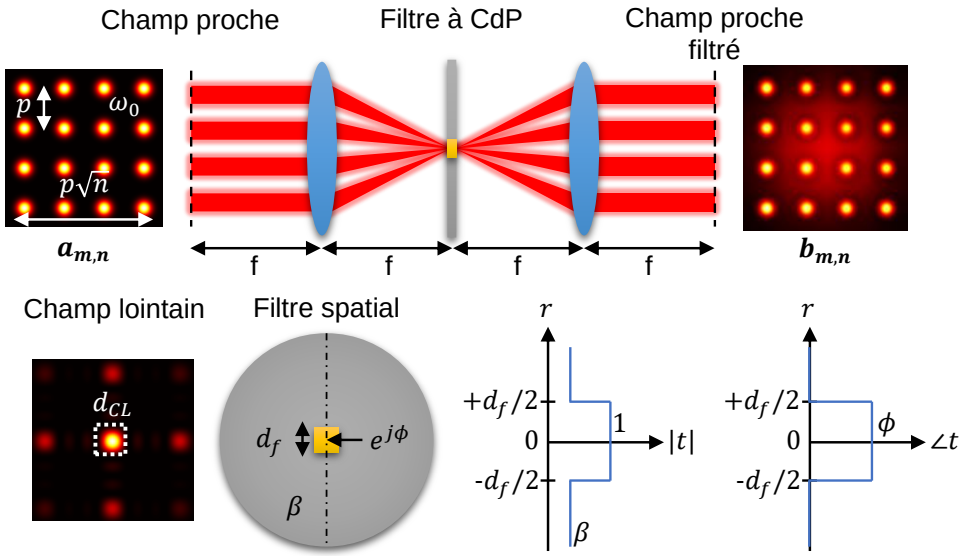


Figure I-17 : En haut : Exemple de filtrage à contraste de phase d'un réseau cophasé de 16 émetteurs lasers. Le filtre est placé aux foyers communs d'un montage afocal. En bas, champ lointain cophasé et caractéristiques du filtre spatial utilisé.

La démonstration de principe de cette méthode a été publiée dans (Kabeya *et al.*, 2015).Une réalisation expérimentale ultérieure (David Kabeya *et al.*, 2017) a établi un record en nombre d'amplificateurs à fibre synchronisés avec la combinaison de 37x5W (pour une bande passante de 1 kHz et une erreur résiduelle de phase de λ/25 rms). Dans les deux cas, le filtre spatial utilisé était analogue à celui présenté sur la Figure I-17, et la matrice de transfert exploitée était estimée par un calcul analytique similaire à l'équation ci-dessus.

I.2.2.3. Conclusion sur les méthodes de combinaison cohérente à la sortie de la pupille composite

Dans la section I.2.2 de ce manuscrit, j'ai présenté un état de l'art succinct des méthodes de combinaison cohérente d'un ensemble de faisceaux lasers amplifiés et assemblés en une pupille composite. J'ai choisi de les classer en deux grandes familles : d'une part les méthodes exploitant la mesure de la phase, d'autre part les méthodes d'optimisation procédant par réduction itérative des écarts de phase entre les émetteurs. Chacune de ces méthodes possède des caractéristiques propres qui lui confèrent ses forces et faiblesses telles que :

- L'utilisation d'une onde de référence ou non.
- L'utilisation d'une caméra ou de photodiodes pour la détection.
- L'analyse des signaux contenant l'information de phase en champ proche ou en champ lointain.
- L'application de modulations de phase conduisant à un traitement électronique en général plus complexe, ou bien l'application de perturbations de phase.

Toutes ces caractéristiques déterminent la capacité de ces méthodes à fonctionner avec une bande passante élevée pour cophaser un grand nombre de faisceaux avec une faible erreur résiduelle de phase. Pour résumer, le schéma présenté sur la Figure I-18 ci-dessous propose une synthèse des caractéristiques des différentes méthodes de combinaison cohérente présentées.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

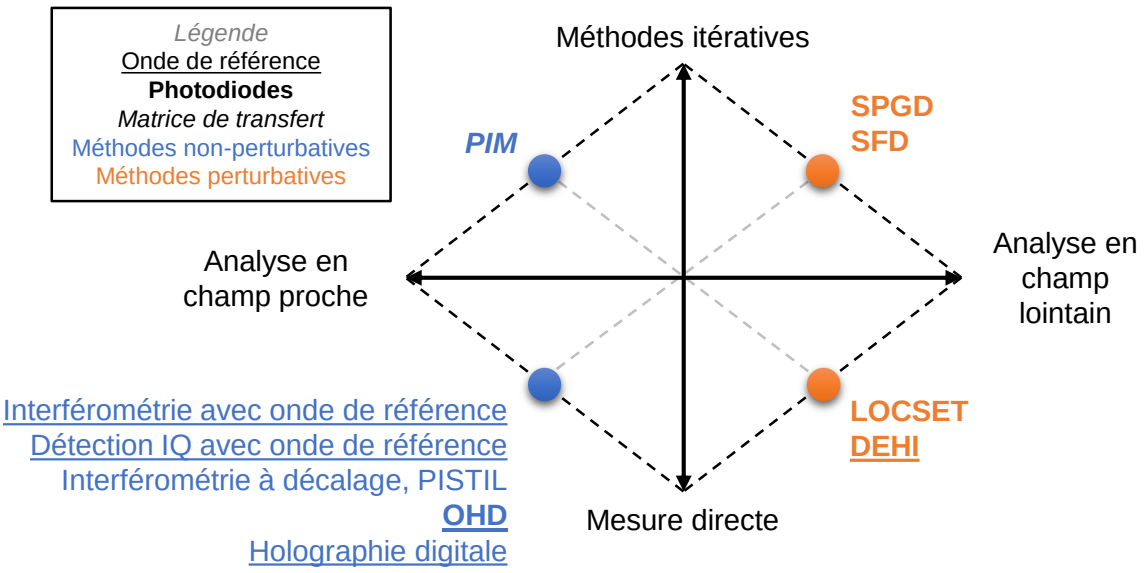


Figure I-18 : Classification des caractéristiques des différentes méthodes de combinaison cohérente présentées dans ce chapitre pour cophaser un réseau d'émetteurs lasers en configuration multi-pupillaire. PIM : Phase-Intensity Mapping. SPGD : Stochastic Parallel Gradient Descent. SFD : Single Frequency Dithering. LOCSET : Locking of Optical Coherence by Single detector Electronic Tagging. DEHI : Digitally-Enhanced Heterodyne Interferometry. PISTIL : PIStон-tip-TILt. OHD : Optical Heterodyne Detection.

De plus, le Tableau I-2 répertorie les performances obtenues avec ces différentes familles de méthodes, en termes de nombre de faisceaux combinés, de puissance combinée, et d'erreur résiduelle de phase ou de qualité de combinaison :

Méthodes de combinaison	**Nombre d'émetteurs**	**Puissance**	**Bande passante**	**Qualité de mise en phase ou erreur résiduelle de phase**
Méthodes d'interférométrie spatiale	64 (Bourderionnet *et al.*, 2011)	Fibres passives	1 kHz (Chosrowjan *et al.*, 2013)	λ/60 rms (Antier *et al.*, 2014)
OHD (McNaught *et al.*, 2009)	7	105 kW (Nd :YAG slab lasers)	10 kHz	λ/25 rms
SFD (Ma, Wang, *et al.*, 2011)	9	9,72 kW	400 Hz	λ/15 rms
LOCSET	5 (Flores *et al.*, 2016)	4,9 kW (Flores *et al.*, 2016)	65 kHz (Flores *et al.*, 2011)	λ/60 rms via la méthode LOCSET (Flores *et al.*, 2016) Efficacité de combinaison de 82% (défauts

Licence CC BY-NC-ND 3.0

				expérimentaux) (Flores *et al.*, 2016)
SPGD	218 SCOWAs (Redmond *et al.*, 2011) 8 fiber lasers (Yu *et al.*, 2011)	38,5 W (Redmond *et al.*, 2011) 4 kW (Yu *et al.*, 2011)	25 Hz (Redmond *et al.*, 2011) 4 kHz (Yu *et al.*, 2011)	λ/15 rms (Yu *et al.*, 2011)
PIM (D. Kabeya *et al.*, 2017)	37	185 W	1 kHz	λ/25 rms

Tableau I-2 : Récapitulatif des performances expérimentales obtenues avec les méthodes de combinaison cohérentes présentées. OHD : Optical Heterodyne Detection. SFD : Single Frequency Dithering. LOCSET : Locking of Optical Coherence by Single detector Electronic Tagging. SPGD : Stochastic Parallel Gradient Descent. PIM : Phase-Intensity Mapping.

Dans cette section I.2.2, j'ai présenté les méthodes de mise en phase du champ proche d'un réseau de lasers. Toutefois, nombre d'applications requièrent une mise en phase sur cible distante, après traversée d'un milieu aberrant. Dans ce cas, une synchronisation des émetteurs à la sortie de la matrice de collimation n'assure pas leur recombinaison sur cible du fait des aberrations subies à la traversée du milieu. Dans la section I.2.3 suivante, je présente les méthodes existantes de mise en phase sur cible distante.

I.2.3. Problématique et état de l'art de la combinaison cohérente sur cible distante

La problématique de la concentration de l'énergie laser sur cible distante après traversée d'une portion d'atmosphère nécessite de repenser la mise en phase par rapport au cas où le réseau d'émetteurs est cophasé en sortie de la matrice de collimation. En effet, les turbulences atmosphériques vont introduire des distorsions spatiales transverses sur les fronts d'ondes de chacun des faisceaux du réseau, ce qui a pour effet de modifier la figure intensimétrique obtenue sur cible. Dans le cas d'une atmosphère faiblement turbulente, l'atmosphère a pour principal effet d'introduire des différences de pistons de phase, voire des différences de pointé entre les émetteurs du réseau[10]. Pour cophaser le réseau directement sur la cible distante, trois possibilités existent :

1. Placer l'élément de détection directement sur la cible, ce qui est irréaliste et peu pratique.
2. Mesurer les turbulences atmosphériques à l'aide d'un système annexe (par exemple avec une étoile artificielle couplée à un mesureur de front d'onde (Primmerman *et al.*, 1991) pour verrouiller les écarts de phase entre les émetteurs vers le conjugué des turbulences mesurées (pour plus de détails, ***voir Annexe A. Quelques notes sur la turbulence atmosphérique***). Les méthodes de mesure directe des écarts de phase permettent en principe de former la répartition d'intensité voulue sur une cible distante. Le système annexe complexifie toutefois l'architecture de mise en phase.

[10] Se reporter à l'***Annexe A. Quelques notes sur la turbulence atmosphérique*** pour un récapitulatif succinct des propriétés d'un front d'onde optique se propageant à travers un milieu turbulent.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

3. Placer l'élément de détection dans le plan de la sortie du système laser et intégrer la cible dans la boucle d'asservissement, en détectant le signal rétrodiffusé par la cible, c'est-à-dire après un aller-retour entre le laser et la cible.

Des travaux exploitant la troisième configuration ont été réalisés en mettant en œuvre les méthodes SPGD, SFD et LOCSET, utilisant un détecteur unique. Dans ce cas, on parle de méthode de combinaison cohérente en configuration TIL, pour Target-In-the-Loop, ou OIL, pour Object-In-the-Loop, dont un synoptique est présenté sur la Figure I-19. Dans ce type de configuration, on fait l'hypothèse que le signal détecté après rétrodiffusion sur la cible a subi un déphasage retour identique pour tous les faisceaux de la matrice de collimation, c'est-à-dire qu'ils ont voyagé dans un même canal atmosphérique au retour. Pour cela, on peut placer un diaphragme de diamètre inférieur au paramètre de Fried des turbulences considérées (voir ***Annexe A. Quelques notes sur la turbulence atmosphérique***).

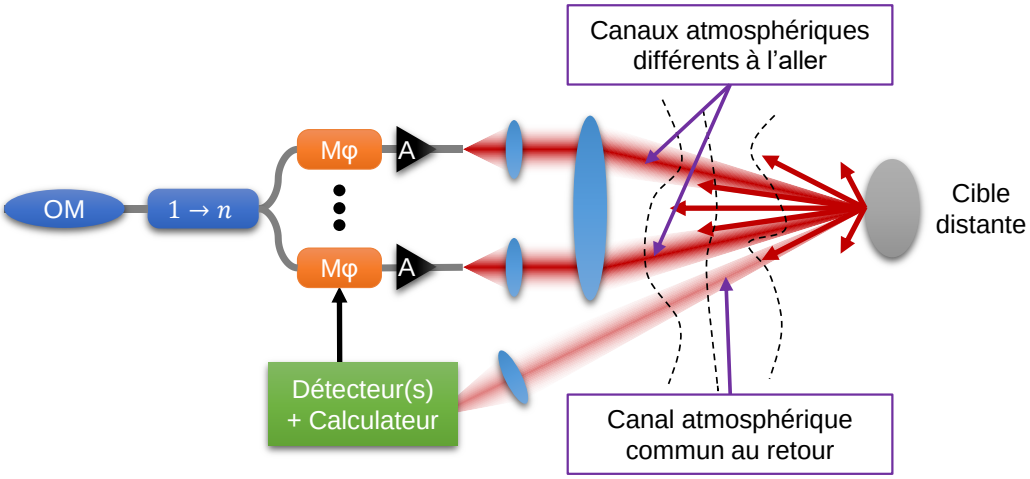


Figure I-19 : Synoptique d'une architecture de combinaison cohérente sur cible distante en configuration « Target-In-the-Loop ». OM : Oscillateur Maître. Mφ : Modulateur de phase. A : Amplificateur à fibre optique.

Les références (Weyrauch *et al.*, 2011) et (Weyrauch *et al.*, 2016) portent sur la combinaison cohérente de 7 et 21 faisceaux respectivement, en employant la méthode SPGD en configuration TIL pour la compensation des turbulences atmosphériques. Dans ces publications, une cible dite coopérative, c'est-à-dire réfléchissante, est placée sur un immeuble distant de 7 km du réseau d'émetteurs (Figure I-20, image du haut). Les 7 ou 21 faisceaux à combiner se propagent depuis le plan de la matrice de collimation jusqu'à la cible qui réfléchit une partie du rayonnement se propageant depuis la cible vers le plan de la matrice de collimation. Un télescope placé dans le plan de la matrice de collimation capte une partie du rayonnement réfléchi dont l'intensité sert de métrique à optimiser par la méthode SPGD. La limitation en bande passante pour cette méthode vient majoritairement du temps mis par la lumière pour faire un aller-retour entre la matrice de collimation et la cible (47 µs pour 7 km, soit une bande passante maximale de 21 kHz pour l'application d'une perturbation). Pour réduire l'impact de ce retard entre l'application des perturbations et la détection, les auteurs proposent l'utilisation d'un algorithme adapté baptisé DF-SPGD pour Delayed-Feedback Stochastic Parallel Gradient Descent, dont le principe est présenté sur la Figure I-21. Cet algorithme consiste à s'affranchir du temps de propagation de la lumière en appliquant les perturbations de phase en continu et en mettant à jour les phases moyennes des modulateurs à l'aide des perturbations appliquées au cours d'un cycle de perturbations précédent

Licence CC BY-NC-ND 3.0

dépendant du temps de propagation de la lumière en aller-retour. Cette variante fait correspondre les perturbations appliquées à leurs fluctuations d'intensité respectives, et permet ainsi une combinaison plus rapide et plus efficace des faisceaux sur cible, comme le montrent les résultats du bas de la Figure I-20.

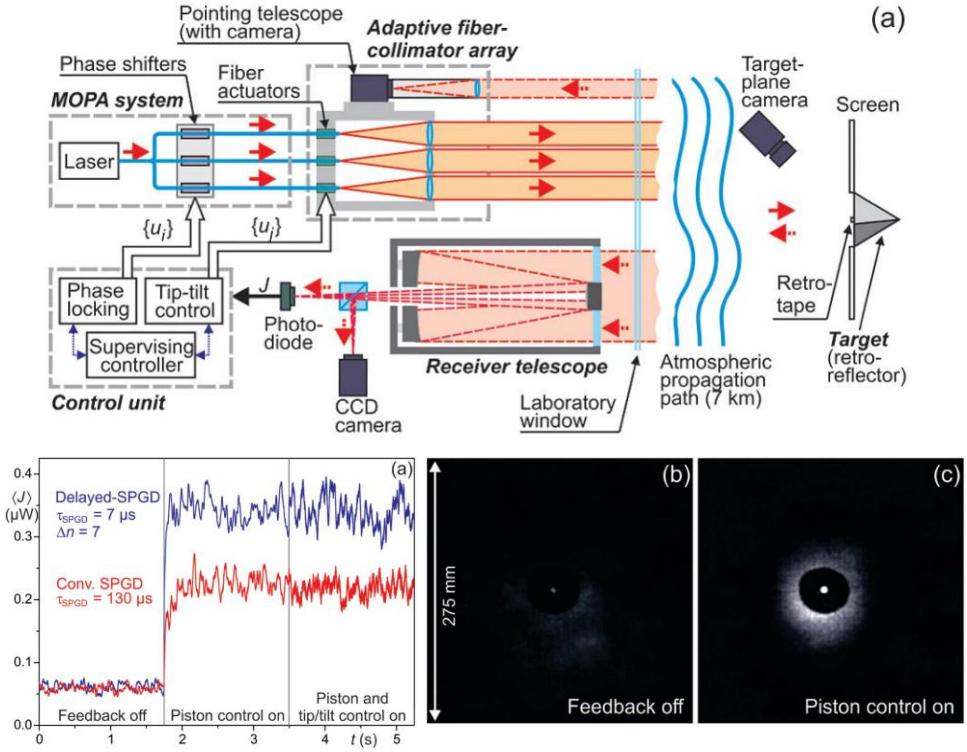


Figure I-20 : Synoptique de la configuration utilisée pour cophaser un réseau d'émetteurs sur cible distante de 7 km avec la méthode SPGD (Stochastic Parallel Gradient Descent) utilisée en configuration TIL (Target-In-the-Loop). Les images ont été extraites de (Weyrauch *et al.*, 2011).

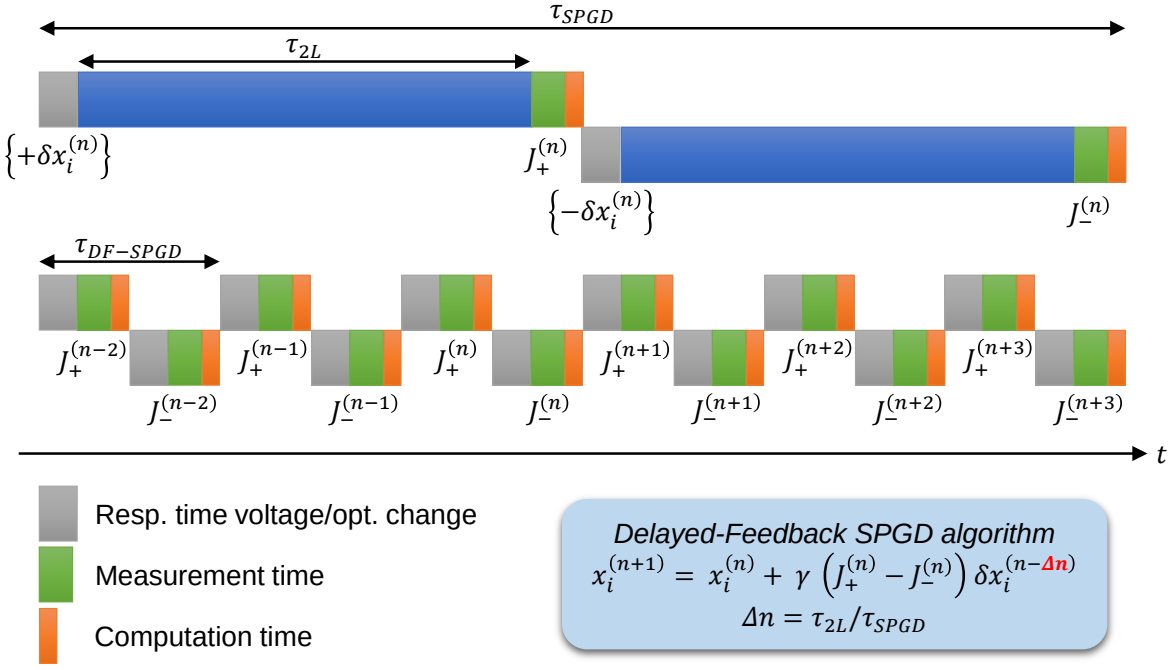


Figure I-21 : Synoptique de l'algorithme DF-SPGD (Delayed-Feedbck Stochastic Parallel Gradient Descent).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Il existe d'autres réalisations avec d'autres méthodes (SFD,(Tao *et al.*, 2011; Ma *et al.*, 2013), LOCSET (Pulford, 2007; Jolivet *et al.*, 2008; Bennaï, 2010; Pulford, Shay and Baker, 2010)) qui restent à l'état de démonstration de principe à très courte distance, quelques mètres à une dizaine de mètres, avec trois faisceaux seulement, sur des cibles diffusantes et même en présence de turbulences. Ces situations qui restent cependant très éloignées de conditions réelles d'utilisation sont moins représentatives que les démonstrations de Weyrauch et al. évoquées en premier. Les bandes passantes d'asservissement ne sont jamais spécifiées.

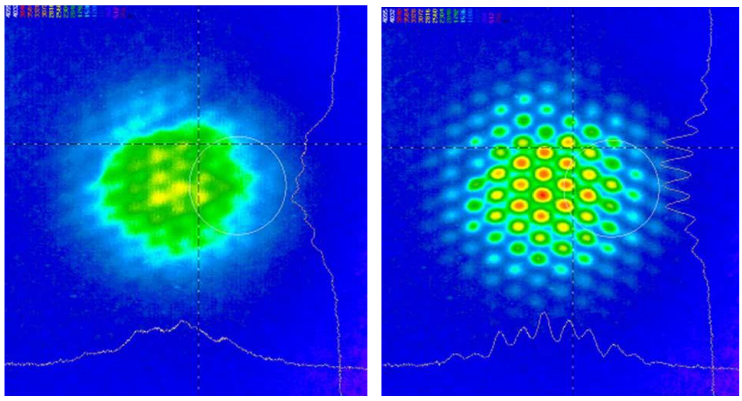


Figure I-22 : Résultats obtenus dans (Jolivet *et al.*, 2008) pour combiner 3 faisceaux sur cible diffusante distante de 10 m avec la méthode LOCSET (Locking of Optical Coherence by Single detector Electronic Tagging) en configuration TIL (Target-In-the-Loop). A gauche, champ lointain longue pose en boucle ouverte. A droite, champ lointain longue pose en boucle fermée.

Ainsi, si le principe de la combinaison cohérente sur cible distante sans élément annexe a été démontré expérimentalement en configuration TIL par les méthodes SPGD, SFD et LOCSET, il n'existe à ce jour aucune réalisation expérimentale ayant permis la combinaison cohérente d'un réseau de faisceaux lasers à grand nombre d'émetteurs, sur une cible non-coopérative distante de plusieurs km, à travers un milieu aberrant.

I.3. Conclusion

Au cours des 20 dernières années, les recherches sur la combinaison cohérente active d'un réseau d'émetteurs lasers ont conduit à une multitude de méthodes toutes plus ingénieuses les unes que les autres, pour soit mesurer directement les écarts de piston de phase entre les émetteurs du réseau, soit réduire ces écarts de façon itérative à l'aide d'algorithmes d'optimisation.

Pour répondre à la problématique de mise en forme de faisceaux à travers un milieu aberrant, une première possibilité est de placer le plan de détection sur la cible. Cela peut être applicable aux communications optiques en espace libre ou à l'alimentation de drones à distance à condition de retransmettre le signal acquis pour le traiter, mais cette configuration est irréaliste pour les autres applications.

Une deuxième possibilité consiste à mesurer, à l'aide d'un système annexe, les aberrations subies par les différents faisceaux lasers à la traversée du milieu aberrant pour les associer aux méthodes de mesure directes des écarts de phase. En connaissant les aberrations entre la matrice de faisceaux en champ proche et la cible (voir ***Annexe A. Quelques notes sur la turbulence atmosphérique***), et en mesurant les écarts de phase des émetteurs à la sortie de la matrice de faisceaux, il est possible de former un front d'onde arbitraire en ajoutant un biais sur les modulateurs de phase optique. Cette configuration est réaliste mais complexifie l'architecture optique du système de phasage, et nécessite un système de mesure des

Licence CC BY-NC-ND 3.0

aberrations performant et rapide dans le cas d'aberrations dynamiques, comme une portion d'atmosphère par exemple.

La troisième possibilité consiste à intégrer la cible dans la boucle de rétroaction (configuration Target in the Loop), en tenant compte des aberrations subies par les faisceaux sur le trajet aller, et en s'affranchissant des aberrations différentielles sur le trajet retour. Pour cela, concrètement, on peut placer un diaphragme de diamètre inférieur au paramètre de Fried de l'atmosphère. Le diaphragme a pour effet de filtrer spatialement les rayonnements rétrodiffusés et ne conserver que les rayonnements traversant une zone confinée (un même canal atmosphérique) sur le trajet retour. La littérature présente des résultats exploitant la configuration TIL pour des méthodes à détecteur unique, itératives (SPGD, SFD) comme à mesure directe des écarts de phase du réseau (LOCSET), pour des cibles non-coopératives à courte distance (quelques mètres) ou pour une cible coopérative à distance multi-kilométrique. A ce jour, aucune démonstration n'a été faite avec un grand nombre d'émetteurs (par exemple supérieur à 20), sur une cible non-coopérative et à distance multi-kilométrique. De plus, pour une cible très éloignée, l'impact du temps de propagation de la lumière n'est plus négligeable, et pour conserver une bande passante élevée, il est nécessaire de faire évoluer les méthodes d'asservissement vers une complexité accrue.

Ainsi, à ce jour, malgré une littérature foisonnante sur les méthodes de combinaison cohérente, il n'existe pas de solution idéale pour mettre en forme un réseau de faisceaux sur une cible distante à travers un milieu aberrant avec une architecture simple, rapide, robuste, et insensible au nombre d'émetteurs. C'est pourquoi dans mes travaux de thèse, que je présente à partir du chapitre suivant, j'ai cherché à faire évoluer la méthode PIM pour étendre ses capacités de contrôle de la phase d'une matrice d'émetteurs. J'ai étudié la possibilité de verrouiller les phases sur des valeurs arbitraires, pour former le front d'onde synthétique de son choix et atteindre la répartition d'énergie voulue sur une cible distante. Une méthode PIM modifiée pour verrouiller les phases d'un réseau d'émetteurs tout en conservant ses avantages de robustesse et d'insensibilité au nombre d'émetteurs, serait un candidat idéal pour cet objectif, une fois couplée à un système annexe de mesure des distorsions atmosphériques.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chapitre II. Développement d'une nouvelle méthode de phasage verrouillage des phases d'un réseau de lasers vers un front d'onde arbitraire

II.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, j'ai présenté les méthodes de combinaison cohérente relevées dans la littérature scientifique. L'objectif était d'identifier la méthode la plus adaptée pour verrouiller les écarts de phase relatifs d'un réseau à grand nombre d'émetteurs lasers vers un jeu de pistons de phase arbitraire.

La plupart des méthodes de combinaison cohérente actives actuelles ont été utilisées pour cophaser le réseau d'émetteurs en champ proche, c'est-à-dire en sortie de la pupille composite. En principe, les méthodes de mesure directe des écarts de phase entre les émetteurs du réseau permettent un profilage de phase transverse quelconque par application d'un biais sur les modulateurs de phase optique. Pour mettre en forme l'énergie incidente sur une cible distante après traversée d'un milieu aberrant, tel que l'atmosphère par exemple, ces méthodes requièrent un système annexe de mesure des distorsions introduites sur les faisceaux par la traversée du milieu.

Les architectures de combinaison cohérente active en configuration Target-In-the-Loop permettent de combiner l'énergie sur cible à travers un milieu diffusant. Ces architectures ne nécessitent aucun système annexe de mesure des distorsions induites par le milieu. Toutefois, aucune démonstration à ce jour n'allie à la fois combinaison cohérente sur une cible distante diffusante, insensibilité au nombre d'émetteurs, simplicité, et robustesse.

Lors d'une thèse précédente, David Kabeya (Kabeya, 2016) a développé la méthode de mise en phase active itérative baptisée PIM, pour Phase-Intensity Mapping. Elle a montré des performances remarquables en termes d'insensibilité au nombre d'émetteurs, de simplicité et de robustesse. Cette méthode ayant été conçue pour le cophasage d'un réseau d'émetteurs lasers, il est souhaitable d'étendre ses possibilités pour pouvoir régler le réseau d'émetteurs sur un jeu de phases arbitraire. Dans l'idéal, la méthode doit conserver la robustesse et l'insensibilité au nombre d'émetteurs offertes par la méthode PIM.

Ainsi, dans ce deuxième chapitre, je présente, dans un premier temps, des évolutions de la méthode PIM visant à « phaser[11] » un réseau d'émetteurs lasers, c'est-à-dire à verrouiller les relations de phase des lasers vers des phases arbitraires choisies dans l'intervalle $[-\pi; +\pi]^n$. Nous verrons en quoi ces évolutions restent cependant limitées. Dans un deuxième temps, je présenterai une nouvelle méthode de phasage itérative, utilisant un système optique général de mélange des faisceaux, qui sera au cœur des travaux réalisés au cours de ma thèse.

[11] On distinguera alors le terme de « phasage » de celui de « cophasage ». Le cophasage est un cas particulier du phasage pour lequel les phases arbitraires vers lesquelles verrouiller le réseau de lasers sont identiques. Je conserverai ces nuances de vocabulaire tout au long de ce manuscrit.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

II.2. Présentation détaillée de la méthode PIM initiale dédiée au cophasage d'un réseau de lasers

La méthode de cophasage PIM a pour socle une boucle d'optimisation opto-électronique inspirée de l'algorithme à projections successives de Gerchberg et Saxton (Gerchberg and Saxton, 1972). Un synoptique de cet algorithme d'optimisation numérique, dit à réduction d'erreur, est présenté sur la Figure II-1. L'objectif est de retrouver la phase inconnue d'un champ optique à partir de la mesure de son intensité ainsi que de la mesure de l'intensité de sa transformée de Fourier. Ces deux mesures sont des données d'entrée du problème. Pour cela, on attribue généralement des phases aléatoires au module du champ E mesuré en champ proche en guise d'initialisation. Une opération de Transformation de Fourier (TF) est appliquée au champ E ainsi formé pour obtenir un nouveau champ complexe E' dans le plan conjugué du premier. Son intensité n'est qu'une première approximation de l'intensité mesurée. Aussi on remplace le module de E' calculé par la racine de l'intensité réellement mesurée, mais on conserve la phase de E'. Cela constitue une première opération de projection mathématique et forme le champ complexe F. Une opération de TF Inverse (TFI) est ensuite appliquée au champ F formé. Ce calcul produit un champ F' dont la phase constitue une première approximation de la phase recherchée du champ E. Une deuxième opération de projection est appliquée, consistant à remplacer l'intensité du champ F' par l'intensité mesurée tout en conservant la phase approchée calculée. Les différentes étapes décrites sont alors répétées, permettant d'affiner l'approximation de phase à chaque itération, jusqu'à convergence ou stagnation de l'algorithme. La convergence de cet algorithme a été démontrée mathématiquement (Fienup, 1982), mettant en avant la réduction de l'erreur entre l'intensité mesurée et l'intensité calculée à chaque itération. La convergence vers un minimum global, c'est-à-dire la solution recherchée, n'est en revanche pas garantie. En effet, il existe généralement plusieurs cartes de phase conduisant à des cartes d'intensité identiques en champ proche comme en champ lointain. Enfin, la transformation appliquée au champ à retrouver peut être différente d'une transformée de Fourier, comme cela a été démontré avec des transformées de Fresnel (Mehrabkhani, Kuester and Schneider, 2017; Rajput and Nishchal, 2017), des transformées giratoires (Rodrigo *et al.*, 2010; Liu *et al.*, 2015), ou encore des transformées de Fresnel multiples en parallèle (Liu *et al.*, 2016).

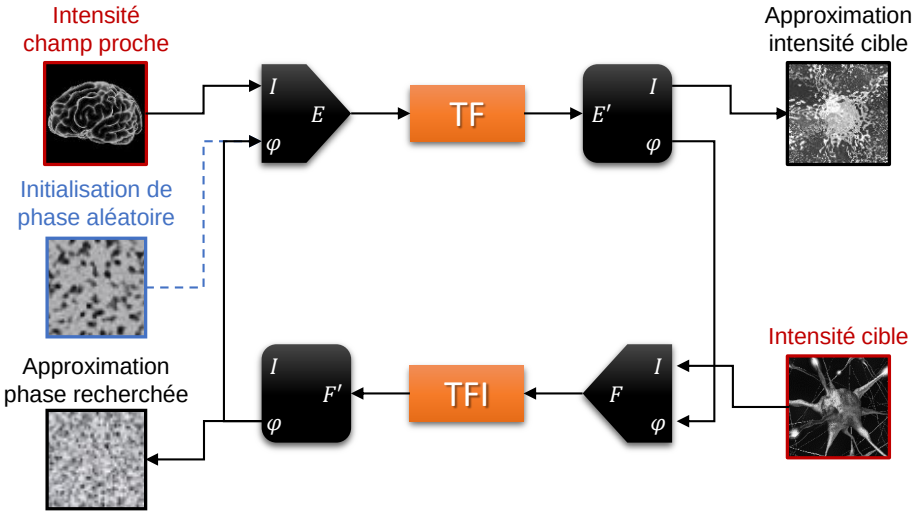


Figure II-1 : Synoptique de l'algorithme à projections successives de Gerchberg & Saxton. TF : Transformée de Fourier. TFI : Transformée de Fourier Inverse. Les données d'entrée du problème sont affichées en rouge. L'initialisation (en bleu) de la phase inconnue, se fait à partir de phases aléatoires sur chacun des échantillons.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

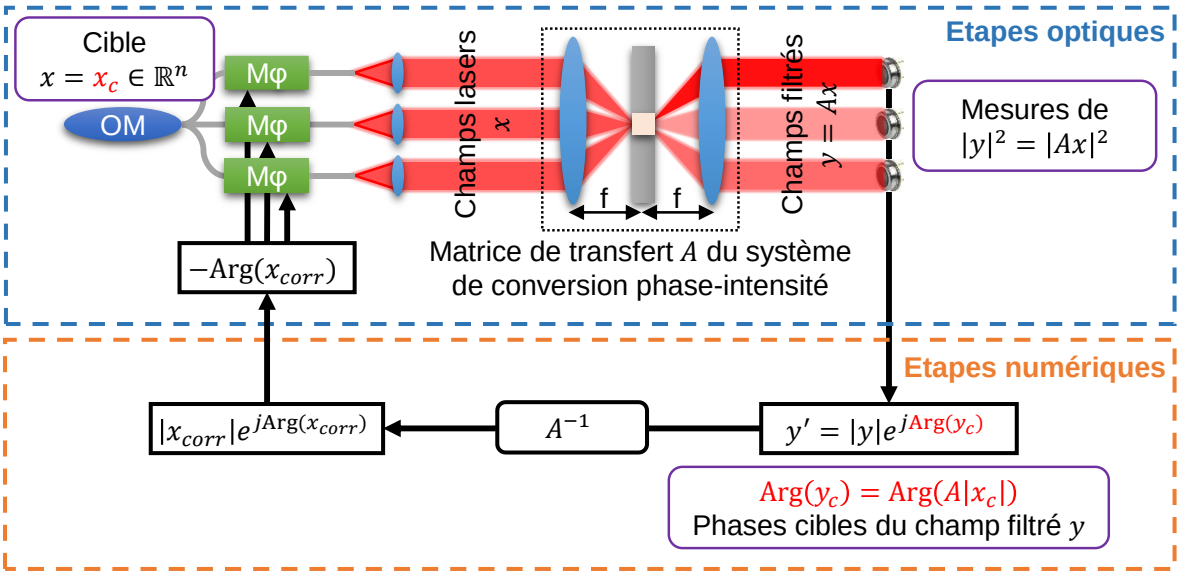


Figure II-2 : Schéma de principe de la méthode PIM. OM : oscillateur maitre, Mφ : modulateur de phase.

L'algorithme de Gerchberg-Saxton est une boucle d'optimisation strictement numérique s'appliquant généralement en post-traitement à des données fixes (les deux images en intensité enregistrées en champ proche et en champ lointain). La méthode PIM, dont un synoptique est présenté sur la Figure II-2, est inspirée de l'algorithme de Gerchberg-Saxton. Elle s'en distingue par deux points. Tout d'abord, elle associe une transformation physique (propagation dans un système optique) et un calcul numérique pour former une boucle d'optimisation opto-numérique. L'entrée prend désormais la forme de champs optiques (ceux du réseau d'émetteurs) dont les intensités sont connues (et sont des données d'entrée), tandis que le résultat d'une boucle de l'algorithme estime la phase des champs optiques. D'autre part, un dispositif de modulation de phase situé en début de boucle permet l'actualisation de la phase optique, et donc une actualisation des données d'entrée (mesures) à chaque itération. La transformation du champ proche $x \in \mathbb{C}^n$ formé par n faisceaux juxtaposés se fait optiquement à l'aide d'une opération de filtrage à contraste de phase (Zernike, 1942). Cette opération consiste à placer un filtre spatial aux foyers communs d'un montage afocal, pour déphaser les basses fréquences spatiales du champ proche par rapport à ses hautes fréquences spatiales, tout en atténuant ces dernières. Il en résulte une conversion (non-linéaire et non-bijective) des relations de phase entre les faisceaux en modulations d'intensité dans l'image transformée. Ces dernières sont mesurées par un réseau de photodétecteurs placé sur l'image du réseau de faisceaux filtrés. Les paramètres du filtre spatial tels que le déphasage entre le centre et la périphérie, l'atténuation périphérique, ainsi que la largeur du plot central, sont choisis de façon à maximiser le contraste du champ d'interférence dans le plan image des faisceaux filtrés. La transformation opérée est modélisable par une matrice de transfert carrée et complexe notée $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ qui relie le champ des n faisceaux filtrés à ceux des n faisceaux du champ proche. Le réseau de n photodétecteurs mesure alors les intensités filtrées $|y|^2 = |Ax|^2$. L'algorithme de Gerchberg & Saxton conservait la phase du champ filtré calculé et appliquait les contraintes, les intensités mesurées, dans le domaine des champs filtrés. Ici, l'opération de filtrage analogique permet seulement la mesure des modules des champs filtrés associés à l'état du réseau. La projection s'opère dans notre cas sur les phases. C'est-à-dire que l'on attribue au champ filtré y, dont le module a été mesuré, la phase attendue pour un réseau cophasé, qui a été préalablement déterminée par le calcul. Ceci constitue la

Licence CC BY-NC-ND 3.0

première projection et forme le champ noté y' sur la Figure II-2. L'opération de filtrage inverse est réalisée numériquement sur le champ complexe ainsi formé. Du champ d'entrée ainsi reconstruit, on ne conserve que la phase ce qui constitue la seconde projection. Elle donne une estimation de l'état des relations de phase au sein du réseau de lasers. Cette estimation est d'autant plus juste que le réseau est proche du cophasage car la transcription phase-intensité se rapproche alors de sa zone linéaire. Le conjugué des phases estimées est appliqué aux faisceaux par les modulateurs de phase optique pour réduire leurs écarts de phase, à la suite de quoi les étapes précédentes sont répétées lors d'une nouvelle boucle parcourue dans le système.

Cette méthode nécessite la connaissance de la matrice de transfert du système optique de filtrage à contraste de phase. Pour ce type de filtre, une expression analytique approchée peut être obtenue par un calcul diffractif entre les deux plans d'intérêt. Cette expression dépend fortement des paramètres du filtre à contraste de phase (Figure I-17) tels que le déphasage ϕ entre les basses fréquences spatiales et les hautes fréquences spatiales, la dimension d_f du plot central déphasant rapportée au diamètre du lobe central en champ lointain d_{CL}, formant le paramètre $\gamma = d_f/d_{CL}$, ainsi que l'atténuation des hautes fréquences spatiales β, mais également du nombre total n d'émetteurs du réseau ainsi que du taux de remplissage η de ce dernier. Le taux de remplissage correspond au rapport entre la largeur à $1/e^2$ en intensité des faisceaux par rapport au pas p du réseau. A titre d'exemple, l'expression analytique des champs complexes filtrés en fonction de l'état du réseau, obtenue pour un réseau de faisceaux dont la maille et les dimensions transverses sont carrées (Figure I-17) est donnée dans la section concernant la méthode PIM du Chapitre I. Il s'agit maintenant de rechercher le jeu de paramètres de filtrage permettant une convergence la plus rapide possible. L'état de la convergence est analysé par un critère appelé qualité de cophasage Q_{co}, défini de la façon suivante :

$$Q_{co} = \left(\frac{|\langle x, |x|\rangle|}{\langle |x|, |x|\rangle}\right)^2 = \left(\frac{|\sum_{i=1}^{n} x(i) \times |x(i)||}{\sum_{i=1}^{n} |x(i)| \times |x(i)|}\right)^2$$

Où $x \in \mathbb{C}^n$ est le vecteur complexe caractérisant l'état en amplitude et en phase des émetteurs du réseau. La qualité de phasage Q_{co} est donc une valeur comprise entre 0 pour un réseau déphasé, et 1 pour un réseau parfaitement cophasé. Ce paramètre peut être converti en erreur résiduelle de phase σ_φ correspondant à la moyenne quadratique des valeurs de pistons de phase restant à compenser par la relation suivante (Nabors, 1994) :

$$\sigma_\varphi = \sqrt{-\ln\left(\frac{Q_{co} - \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}}\right)}$$

L'erreur résiduelle peut également être exprimée en fraction de longueur d'onde $\frac{\lambda}{2\pi/\sigma_\varphi}$. Des valeurs de qualité de cophasage de 96% et 99% correspondent à des erreurs résiduelles respectives de λ/30 rms et λ/60 rms. Côté performance, le graphique de gauche de la Figure II-3 montre 100 courbes de convergence obtenues par simulation pour 16 faisceaux en maille carrée. Chacune des courbes de convergence est obtenue pour des écarts de phase initiaux du réseau tirés aléatoirement dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. Pour ces paramètres, on observe que la méthode PIM nécessite 10 itérations en moyenne pour cophaser le réseau d'émetteurs avec une qualité de cophasage $Q_{co} \geq 96\%$, et ce avec une quasi-insensibilité aux écarts de

Licence CC BY-NC-ND 3.0

phase initiaux du réseau. Le graphique de droite montre la sensibilité du nombre moyen d'itérations nécessaire pour converger vers une qualité de cophasage $Q_{co} \geq 96\%$ en fonction des paramètres γ et β^2 du filtre à contraste de phase. Ces résultats de simulation ont été obtenus pour 16 faisceaux en maille carrée, un taux de remplissage du réseau $\eta = 75\%$ et un déphasage de $\pi/2$ entre la zone centrale et la zone périphérique du filtre. Les statistiques sont calculées à partir de 1000 conditions initiales aléatoires. Cette nappe de convergence montre qu'un filtre avec des paramètres $\gamma = 50\%$ et $\beta^2 = 4\%$ permet un cophasage rapide du réseau, et ce avec une tolérance relativement large sur la qualité de réalisation du filtre. Notons également que le système est peu sensible au déphasage ϕ entre les zones de basses et de hautes fréquences spatiales. Tant que l'erreur sur le déphasage n'excède pas 1,25 rad environ, le système converge en 15 itérations en moyenne. Le système est également peu sensible au taux de remplissage η du réseau.

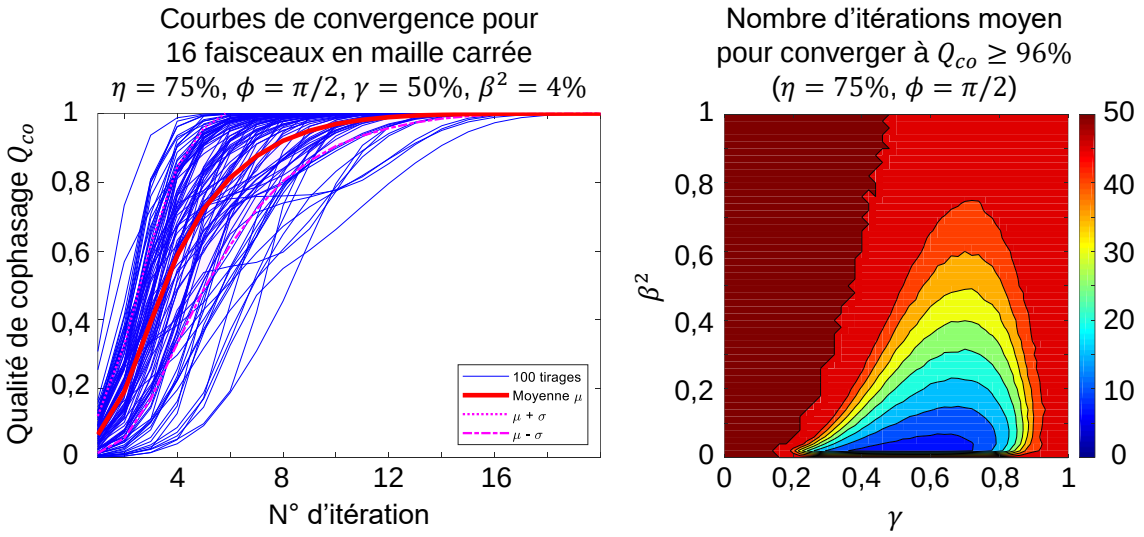


Figure II-3 : A gauche, exemple de cophasage de 100 réseaux de 16 faisceaux en maille carrée pour des écarts de phase initiaux aléatoires. A droite, sensibilité du nombre d'itérations moyen aux paramètres γ et β^2 du filtre à contraste de phase pour cophaser un réseau de 16 émetteurs en maille carrée. Les deux graphiques ont été retracés mais proviennent initialement de (Kabeya, 2016).

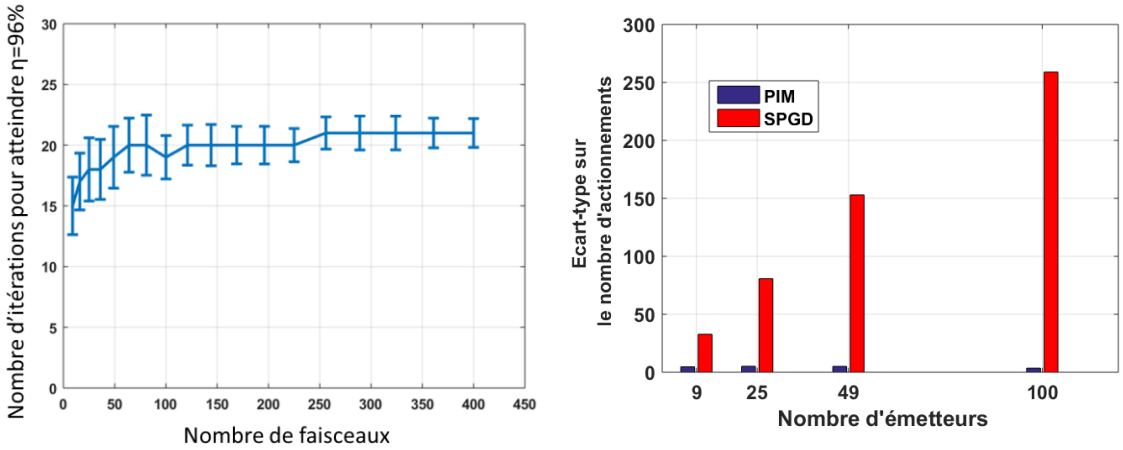


Figure II-4 : A gauche : Evolution asymptotique du nombre d'itérations nécessaires à la méthode PIM pour cophaser un réseau d'émetteurs en fonction du nombre de faisceaux à cophaser. A droite : Comparaison des sensibilités aux conditions initiales des méthodes itératives PIM et SPGD, pour lesquelles les évolutions avec l'augmentation du nombre de faisceaux à cophaser sont respectivement asymptotiques et linéaires. Les deux graphiques proviennent de (Kabeya, 2016).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Enfin, comme le montre le graphique de gauche sur la Figure II-4, le nombre d'itérations nécessaire pour cophaser un réseau d'émetteurs avec la méthode PIM évolue asymptotiquement avec l'augmentation du nombre d'émetteurs du réseau. Le graphique de droite montre quant à lui que la méthode PIM est également peu sensible aux conditions initiales du réseau, contrairement à la méthode SPGD pour laquelle l'écart-type sur le nombre d'actionnements nécessaire au cophasage est linéairement dépendant du nombre de faisceaux à cophaser.

Cette méthode au développement récent est donc auto-référencée, non-perturbative, et utilise un réseau de photodétecteurs rapides. Dans (David Kabeya *et al.*, 2017), l'application de cette méthode a conduit à la combinaison de 37x5W avec une bande passante de 1 kHz et une erreur résiduelle de phase de λ/25 rms (Figure II-5) en estimant par un calcul analytique la matrice de transfert associée au système de filtrage.

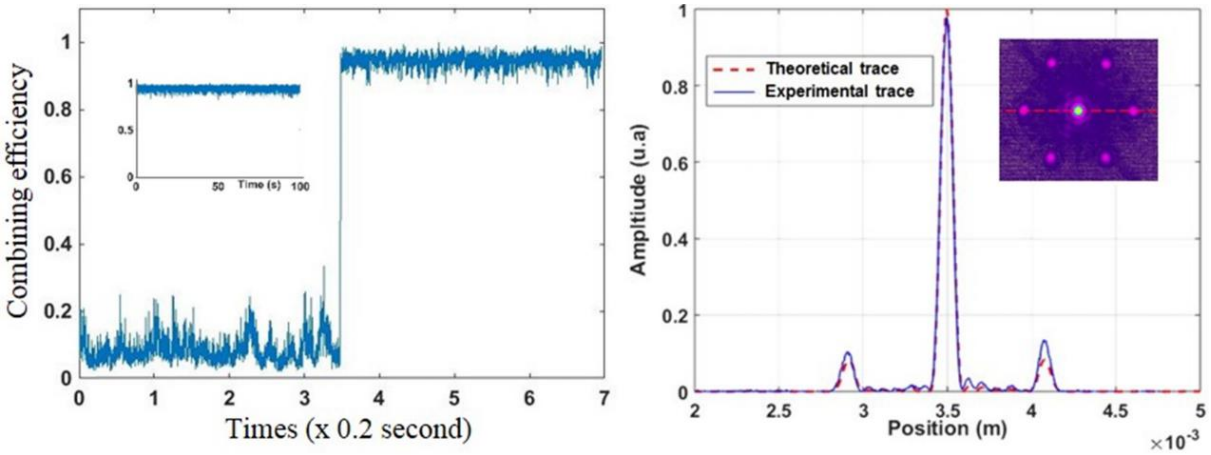


Figure II-5 : A gauche : Evolution de l'intensité crête mesurée sur l'axe optique au cours du temps, selon l'état on ou off de l'asservissement. A droite, comparaison entre le champ lointain théorique et le champ lointain expérimental longue pose. Les deux graphiques proviennent de (D. Kabeya *et al.*, 2017).

Forte de ses qualités et de sa robustesse, voyons maintenant comment il est possible de modifier cette méthode PIM pour non plus seulement cophaser le réseau de faisceaux lasers, mais également le phaser sur des phases cibles arbitraires comprises dans l'intervalle $[-\pi; +\pi]^n$.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

II.3. Extension et limitations de la méthode PIM pour le verrouillage des phases d'un réseau de lasers sur un front d'onde arbitraire

Pour verrouiller les phases du réseau sur des relations de phase arbitraires, il est possible de réemployer l'algorithme PIM à l'identique en plaçant un système de modulation de phase spatiale dynamique (SLM pour Spatial Light Modulator en anglais), par exemple un miroir déformable, sur la voie métrologique en amont du système de conversion phase-intensité. Cette modification est schématisée sur la Figure II-6. De cette façon, en appliquant le conjugué du front d'onde cible avec ce SLM, le front d'onde cible est formé à la sortie du système après convergence de la méthode en une dizaine d'itérations.

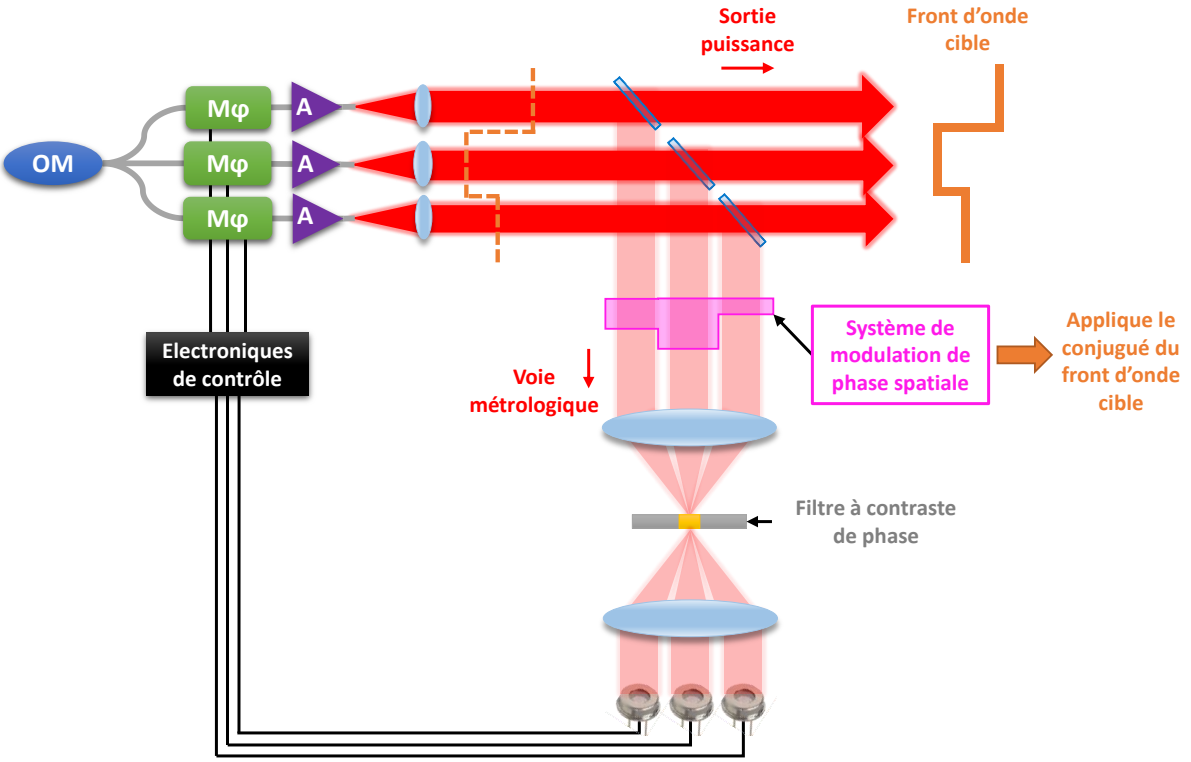


Figure II-6 : Modification de l'architecture PIM pour former un front d'onde arbitraire réemployant l'algorithme à l'identique. OM : oscillateur maitre, Mφ : modulateur de phase, A : amplificateur à fibre dopée ytterbium. L'utilisation d'un système de modulation de phase spatiale (SLM) comme un miroir déformable sur lequel est affiché le conjugué du front d'onde arbitraire souhaité permet la génération de ce front d'onde sur la voie de sortie du système.

Cette modification, bien que simple en principe, requiert l'implémentation d'un miroir déformable dans la boucle d'asservissement, qui est un élément limitant en bande passante dans le cas où le front d'onde arbitraire cible doit évoluer au cours du temps. Notons qu'une telle modification est également applicable à un système d'asservissement de type SFD ou SPGD, à condition de placer de la même façon le miroir déformable sur la voie métrologique des faisceaux, avant de former le champ lointain.

Pour éviter d'utiliser un composant optoélectronique annexe complexifiant l'architecture de mise en phase, j'ai cherché à modifier l'algorithme utilisé par la méthode PIM pour faire converger les émetteurs vers des écarts de phase arbitraires. Un synoptique de la méthode modifiée est présenté sur la Figure II-7. Contrairement à la méthode initiale pour laquelle l'état cible du réseau à front d'onde plan pouvait être modélisé sous la forme d'un vecteur à composantes réelles, on cherche cette fois à faire converger le réseau vers un vecteur à composantes complexes $x_c \in \mathbb{C}^n$ dont les arguments sont arbitrairement compris dans

Licence CC BY-NC-ND 3.0

l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. Les phases du champ filtré $\mathrm{Arg}(Ax_c)$ correspondant à l'état du réseau cible sont affectées aux intensités $|y|^2$ mesurées pour former les champs filtrés y'. De la même façon que pour la méthode PIM initiale, le calcul inverse permet l'estimation $\mathrm{Arg}(x_{corr})$ des phases des champs lasers d'entrée inconnus. Le conjugué de cette phase, à laquelle on ajoute les phases cibles, est appliqué par les modulateurs aux champs d'entrée pour réduire l'erreur de phasage entre les différents émetteurs.

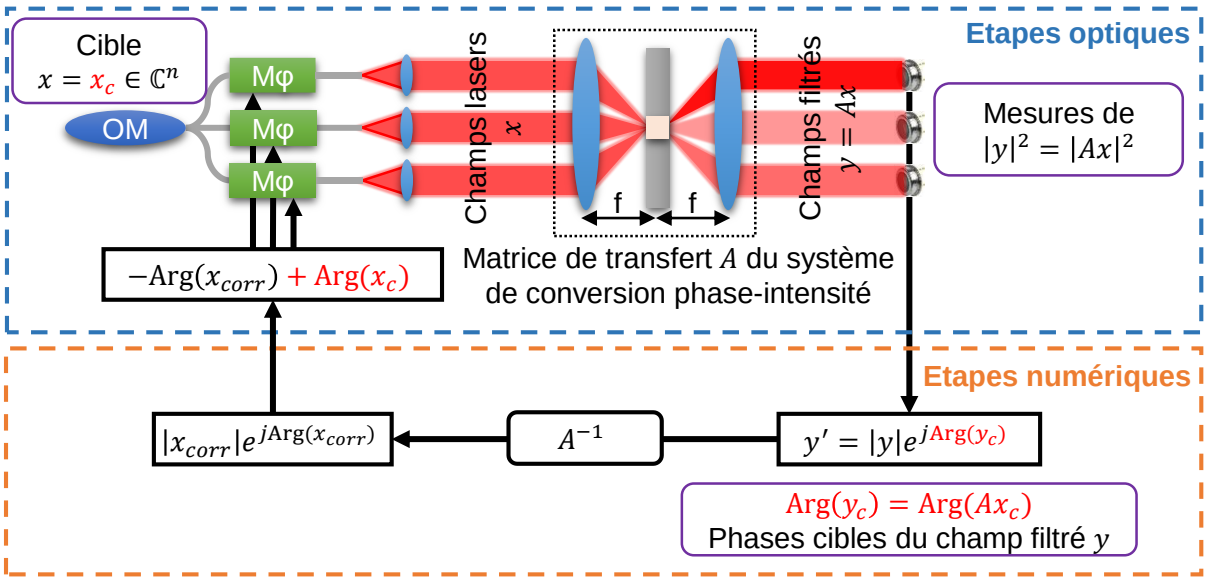


Figure II-7 : Synoptique de la méthode PIM modifiée pour converger vers un front d'onde arbitraire dont les écarts de phase sont compris dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. OM : oscillateur maitre, Mφ : modulateur de phase

J'ai réalisé des simulations pour montrer les performances de cet algorithme PIM modifié. Les résultats de phasage pour 36 faisceaux en maille carrée sont présentés sur la Figure II-8. Chacun des tirages comporte des phases cibles arbitraires aléatoires comprises dans un intervalle couvrant peu à peu le cercle trigonométrique. Le critère de convergence utilisé, que j'ai appelé qualité de phasage et noté Q, est calculé de la façon suivante :

$$Q = \left(\frac{|\langle x, x_c\rangle|}{\langle |x|, |x_c|\rangle}\right)^2 = \left(\frac{|\sum_{i=1}^{n} x(i) \times x_c^*(i)|}{\sum_{i=1}^{n} |x(i)| \times |x_c(i)|}\right)^2$$

Ce critère compare l'état x des n faisceaux du réseau à l'état du réseau cible x_c, et est compris entre 0 et 1. Il est maximal lorsque le jeu de phase du réseau est égal au jeu de phases cibles. Sur la Figure II-8, les différents graphiques représentent l'évolution de la qualité de phasage (axes des ordonnées) en fonction du nombre d'itérations (axes des abscisses) pour des phases cibles tirées aléatoirement et selon une loi uniforme dans l'intervalle indiqué par la portion de cercle trigonométrique affiché en vert. L'analyse des courbes obtenues montre que la modification de la méthode PIM permet de converger en une quinzaine d'itérations vers des phases cibles comprises dans l'intervalle $[-\pi/3\ ;+\pi/3]^n$. Les performances sont fortement dégradées au-delà de cet intervalle.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

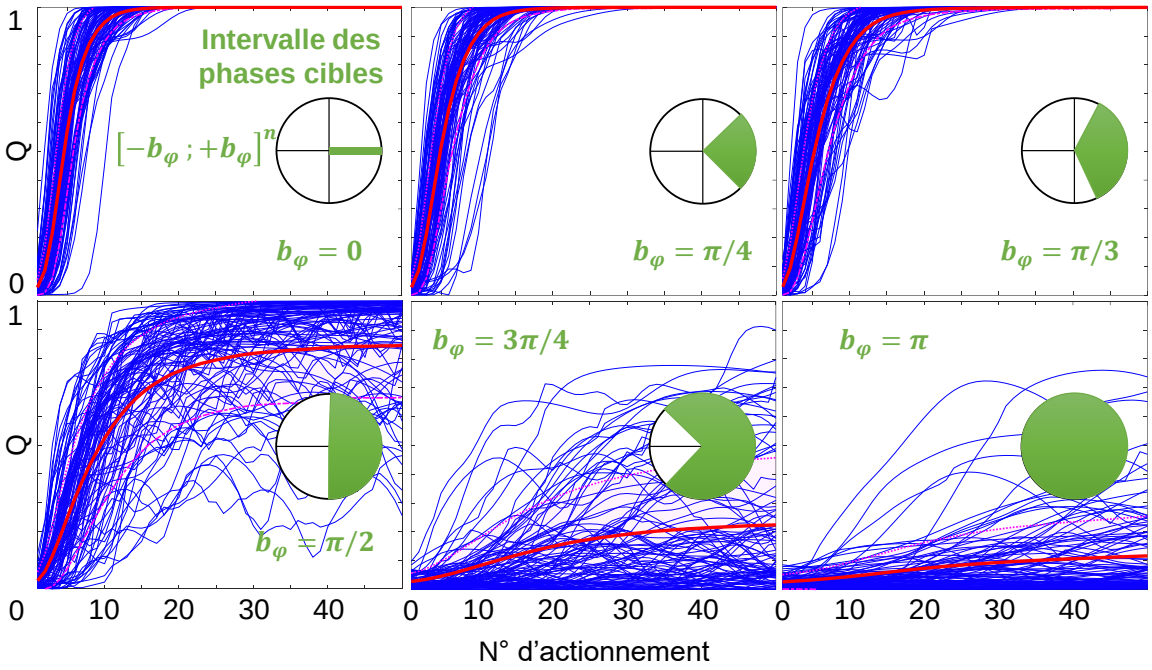


Figure II-8 : Evolution de la qualité de phasage d'un réseau de 36 faisceaux arrangés suivant une maille carrée en fonction du nombre d'actionnements pour différents intervalles de phases cibles de bornes $b_\varphi = \{0, \pi/4, \pi/3, \pi/2, 3\pi/4, \pi\}$. Les courbes bleues représentent des tirages pour lesquels les phases initiales sont tirées aléatoirement et selon une loi uniforme dans l'intervalle $[-\pi ; +\pi]^n$. Les phases cibles sont quant à elles tirées aléatoirement et selon une loi uniforme dans l'intervalle $[-b_\varphi ; +b_\varphi]^n$ indiqué par la portion de cercle trigonométrique colorée en vert. La courbe rouge correspond à la moyenne des 1000 tirages effectués.

Cette limitation du phasage du réseau de faisceaux à des écarts de phase compris dans l'intervalle $[-\pi/3 ; +\pi/3]^n$ peut s'expliquer de différentes façons. Analysons la matrice de transfert d'un réseau de 36 faisceaux arrangés suivant une maille carrée. Un exemple est donné sur la ligne 1 de la Figure II-9. On observe que cette matrice de transfert est diagonale en phase, quasi-diagonale en module, et que ses valeurs singulières normalisées à la valeur maximale sont faiblement dispersées. De plus, le déterminant de cette matrice est nul, ce qui signifie que certaines de ses lignes ne sont pas linéairement indépendantes entre elles, ou de façon équivalente qu'elle n'est pas de plein rang. La transformation opérée par cette matrice n'est donc pas bijective, ce qui signifie qu'il existe plusieurs valeurs de l'état du réseau en entrée qui peuvent conduire à un même champ filtré en sortie[12].

Il existe une famille de matrices connue pour avoir des lignes à très faible corrélation, c'est celle des matrices aléatoires complexes. J'ai alors cherché à comparer les caractéristiques de cette matrice de transfert du système à contraste de phase à celles d'une matrice aléatoire complexe et carrée dont un exemple est donné sur la ligne 2 de la Figure II-9. Le déterminant non-nul des matrices complexes témoigne de la bijectivité de la transformation qu'elles opèrent sur le vecteur d'entrée. Cette bijectivité fournit une grande richesse d'informations sur les mesures réalisées. En revanche, les valeurs singulières normalisées fortement dispersées

[12] J'invite le lecteur à consulter l'***Annexe B. Quelques propriétés des matrices utilisées dans ce manuscrit*** pour plus d'informations sur les propriétés utilisées dans la fin de cette section.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

montrent dans cet exemple un conditionnement[13] de l'ordre de 10^2. Ce mauvais conditionnement ne permet pas le calcul numérique rigoureux de l'inverse de la matrice de transfert nécessaire à notre dispositif. Il ne permet pas par conséquent le phasage d'émetteurs.

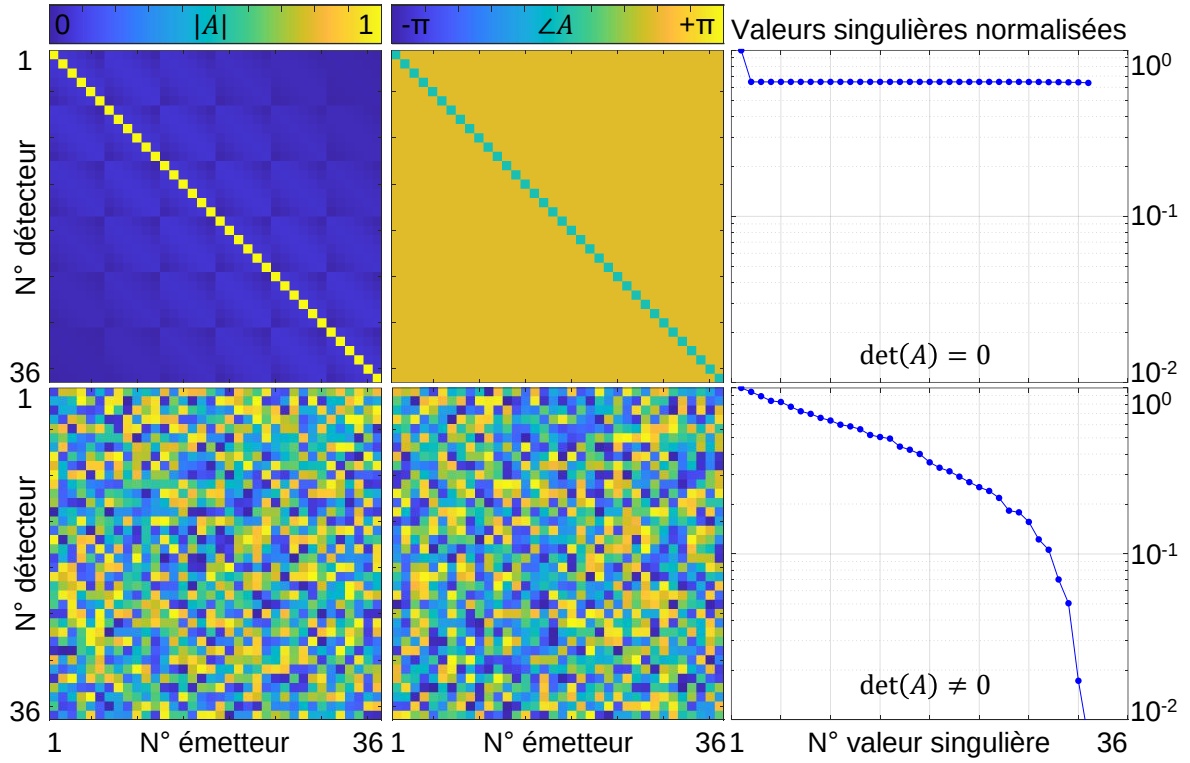


Figure II-9 : Comparaison de la matrice de transfert complexe d'un dispositif à contraste de phase pour un réseau de 36 faisceaux en maille carrée (ligne 1) avec une matrice aléatoire complexe (ligne 2). Dans les deux cas, les valeurs singulières normalisées sont représentées.

Le conditionnement d'une matrice rectangulaire est d'autant meilleur que le nombre d'équations devient grand devant le nombre d'inconnues, comme le montre la Figure II-10. Le calcul de la matrice inverse ou plutôt son pseudo-inverse devient envisageable avec la disparition des valeurs singulière proches de zéro. Il est donc judicieux d'utiliser plus de détecteurs que d'émetteurs, et de trouver un composant optique capable d'appliquer une transformation sur les faisceaux correspondant à une matrice de transfert aléatoire. Cela permettrait d'obtenir une plus grande diversité d'informations qu'avec un filtre à contraste de phase unique. En pratique, la propagation à travers un milieu multi-diffusant pourrait convenir comme système de conversion phase-intensité. En effet, elle fait intervenir des phénomènes d'interférences à ondes multiples, et elle est décrite par une matrice de transfert aléatoire. Il apparait donc souhaitable de changer de système de conversion phase-intensité et également de changer d'algorithme pour espérer contrôler et structurer à façon le front d'onde discret du réseau de lasers en exploitant des matrices rectangulaires.

[13] Le conditionnement d'une matrice est le rapport entre ses valeurs singulières maximale et minimale. Plus le conditionnement est grand, plus la matrice est dite « *singulière* ». Voir l'***Annexe B. Quelques propriétés des matrices utilisées dans ce manuscrit*** pour plus de détails.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

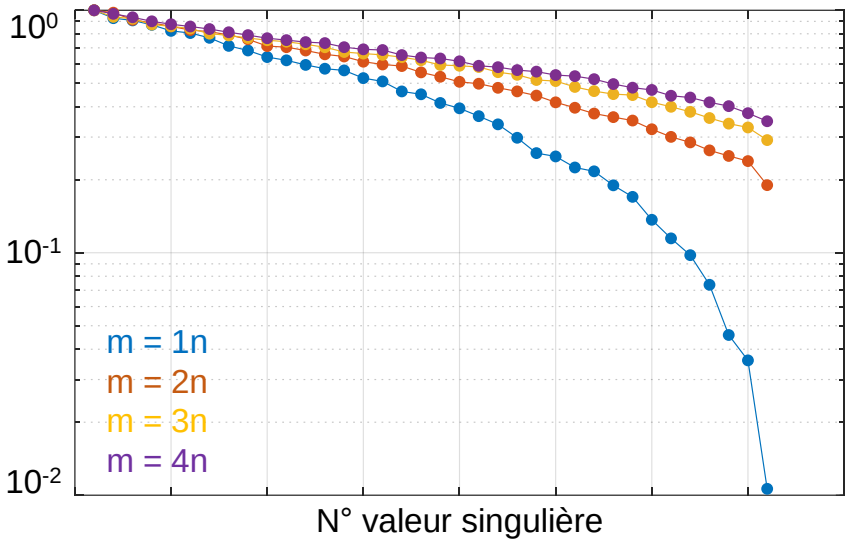


Figure II-10 : Valeurs singulières normalisées de matrices aléatoires complexes à m lignes (détecteurs) et n colonnes (émetteurs).

II.4. Idées générales, principe et performances de la nouvelle méthode de phasage PIM-PR développée

Dans la section précédente, nous avons vu que la faible diversité d'informations fournies par un système de filtrage à contraste de phase ne permettait pas, en modifiant la méthode PIM, de faire converger un réseau d'émetteurs vers un front d'onde arbitraire dont les écarts de phase sont compris dans un domaine plus large qu'un tiers de cercle trigonométrique. De plus, malgré la forte diversité d'informations apportée par une matrice de transfert aléatoire, la méthode PIM, mise en œuvre avec un nombre de détecteurs égal au nombre de faisceaux, n'est ni en mesure de cophaser, ni en mesure de phaser un réseau d'émetteurs. Cela peut s'expliquer en partie par le mauvais conditionnement d'une matrice aléatoire complexe et carrée, ne permettant pas son inversion numérique rigoureuse, et entraînant une instabilité numérique au fil des itérations. En revanche, une matrice de transfert aléatoire complexe rectangulaire, présente un meilleur conditionnement et pourrait offrir de meilleures perspectives sur la problématique du phasage.

La nouvelle méthode de contrôle de la phase d'un réseau d'émetteurs lasers sur des profils arbitraires, que je vais vous présenter dans la suite de ce manuscrit, constitue le cœur de mes travaux de thèse. Elle a été développée en collaboration avec Paul Armand, un mathématicien du laboratoire Xlim spécialiste de l'optimisation. Lors du développement de cette méthode, nous avons souhaité conserver les atouts de la méthode PIM, c'est-à-dire sa robustesse et son insensibilité au nombre d'émetteurs dont les phases sont à verrouiller. En fait, la méthode de verrouillage de front d'onde synthétique développée se veut être une généralisation de la méthode PIM selon plusieurs critères regroupés dans le Tableau II-1. Cette généralisation de la méthode PIM a pour objectif d'être quasi-insensible au nombre d'émetteurs mis en jeu, de converger rapidement avec une faible dépendance à l'état de phase initial du réseau, et d'être robuste aux conditions expérimentales rencontrées dans sa mise en œuvre.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Critère	*Méthode PIM*	*Nouvelle méthode*
Etat de phase du réseau en régime établi	Uniforme, ou à valeurs arbitraires dans l'intervalle [-π/3 ; π/3]	A valeurs arbitraires dans l'intervalle [-π ; π]
Système optique de conversion phase-intensité	Filtre spatial à contraste de phase, placé aux foyers communs d'un montage afocal.	Système général de conversion des informations de phase des faisceaux en intensités.
Matrice de transfert	Complexe et carrée	Complexe et rectangulaire

Tableau II-1 : Tableau comparatif des caractéristiques de la méthode PIM et de la nouvelle méthode de phasage développée qui se veut en être une généralisation.

II.4.1. Principe de la méthode développée pour contrôle des phases d'un réseau de lasers sur un front d'onde synthétique arbitraire

Les limitations de la méthode PIM proviennent en partie du manque d'informations fournies par l'opération de filtrage à contraste de phase. La transformation non-bijective qu'elle opère autorise plusieurs états du réseau de faisceaux à fournir la même carte d'intensités mesurées par le réseau de photodétecteurs. Les informations intensimétriques recueillies manquent donc de diversité.

Dans la nouvelle méthode, l'utilisation de matrices de transfert rectangulaires requièrent l'utilisation d'un nombre de détecteurs plus important que le nombre de faisceaux à phaser. Si l'on note $x \in \mathbb{C}^n$ le vecteur complexe représentant l'état en amplitude et phase du réseau de n émetteurs, $y \in \mathbb{C}^m$ le vecteur complexe représentant l'amplitude et la phase du champ incident sur le réseau de m détecteurs ($m > n$), et $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ la matrice de transfert associée à la transformation de champ complexe effectuée, on peut exprimer le champ converti de la façon suivante :

$$y = Ax$$

Ainsi, mesurer seulement l'intensité du champ transformé y et rechercher les phases du champ initial x revient à chercher une solution au problème mathématique suivant :

$$b = |y| = |Ax|$$

Ce problème mathématique est connu sous le nom de problème de recouvrement de phase, ou encore *phase retrieval* en anglais. La recherche sur des méthodes de résolution de ce problème (Bauschke, Combettes and Luke, 2002; Osherovich, 2011; Fienup, 2013) est actives depuis les années 60 (Walther, 1963) et est toujours d'actualité. Une recherche des mots clés « phase retrieval » sur Google Scholar renvoie à plus de 300 nouvelles publications pour le seul mois de janvier 2019. L'algorithme de Gerchberg & Saxton (Gerchberg and Saxton, 1972) présenté brièvement dans la section II.2 est un exemple d'algorithme de recouvrement de phase.

Ainsi, intégrer une boucle numérique interne de recouvrement de phase dans un algorithme de phasage opto-numérique tel que la méthode PIM permettrait d'estimer avec une meilleure précision les phases du réseau de lasers avant la deuxième projection de la boucle de verrouillage des phases. C'est ce principe qui a été exploité dans notre nouvelle méthode de

Licence CC BY-NC-ND 3.0

phasage, baptisée à l'occasion PIM-PR pour *Phase-Intensity Mapping with Phase-Retrieval*. Un synoptique du principe de la méthode de phasage développée est présenté sur la Figure II-11.

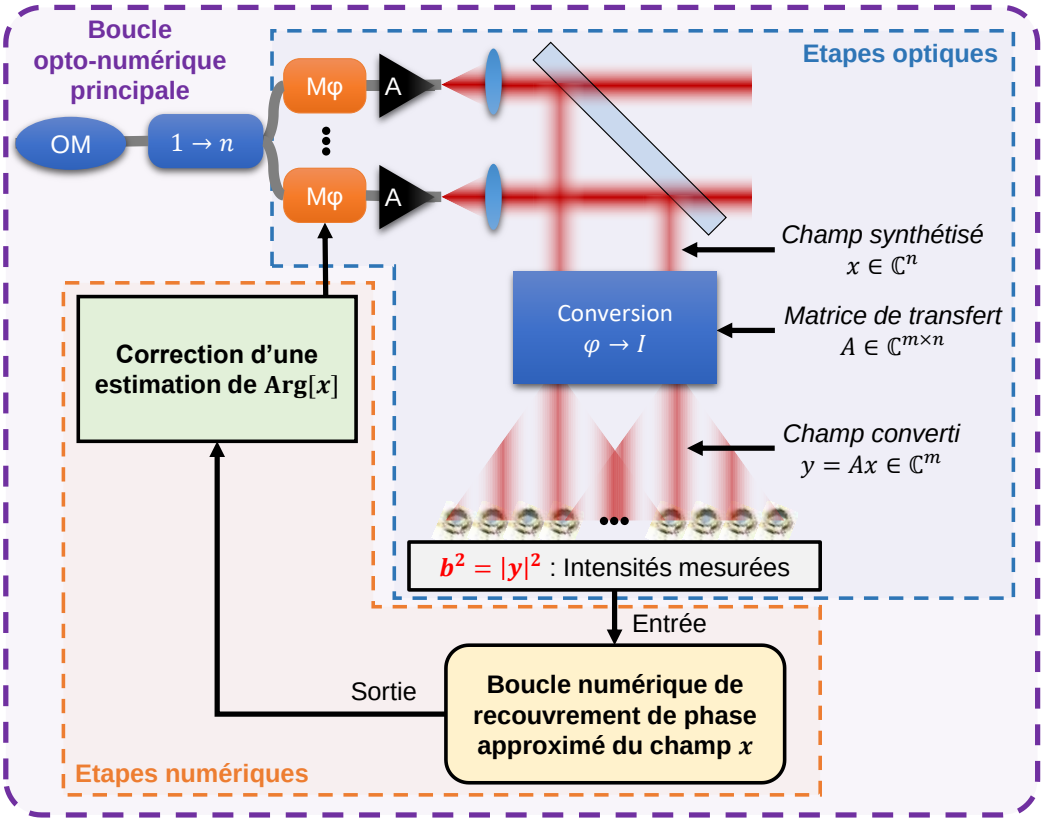


Figure II-11 : Schéma de principe de la méthode de phasage PIM-PR. OM : oscillateur maitre, Mφ : modulateur de phase.

Le système PIM-PR emploie une matrice de transfert complexe rectangulaire de dimensions $m \times n$ associée à un système général de conversion phase-intensité, c'est-à-dire un système quelconque de mélange des faisceaux disjoints du réseau. Des portions de l'intensité du champ complexe y après conversion sont mesurées à l'aide d'un réseau de photodétecteurs rapides. Les intensités $b^2 = |y|^2 = |Ax|^2$ alimentent un algorithme de recouvrement des phases manquantes du champ x. Les études mathématiques récentes sur le problème de recouvrement de phase montrent qu'il faut au moins $4n - 4$ mesures intensimétriques pour être en mesure de recouvrer n signaux complexes avec une bonne fiabilité (Shechtman *et al.*, 2015).

En principe, de nombreux algorithmes de recouvrement de phase peuvent être utilisés pour recouvrer la phase d'un champ. Nous avons utilisé un algorithme basé sur une méthode de projections alternées (Netrapalli, Jain and Sanghavi, 2013; Waldspurger, 2016) offrant un bon compromis entre probabilité de recouvrement, rapidité de calcul, et robustesse au bruit de mesure.

Le fonctionnement analogique de la méthode PIM-PR est similaire à celui de la méthode PIM, à ceci près que l'opération de conversion phase-intensité est différente, et que le nombre m de détecteurs utilisés est plus grand que le nombre n de faisceaux que l'on souhaite verrouiller sur le front d'onde cible synthétique $x_c \in \mathbb{C}^n$ (Figure II-12).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

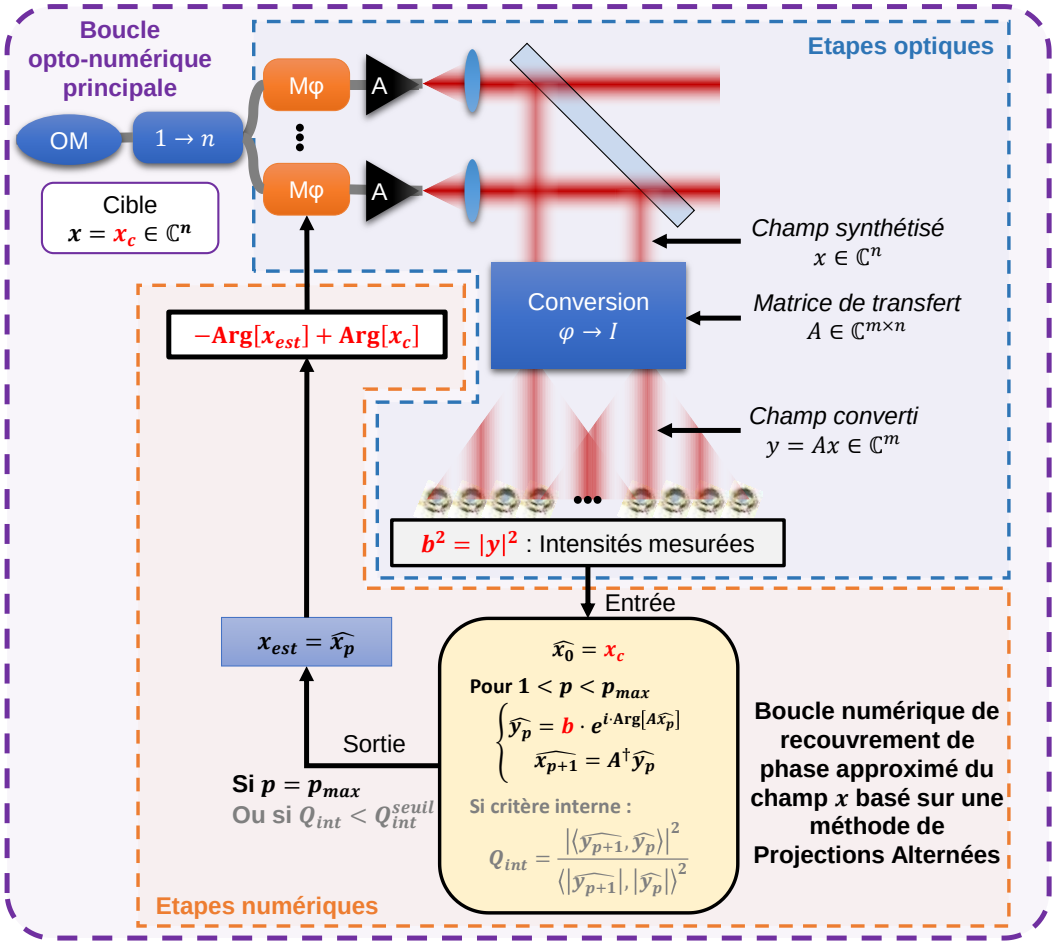


Figure II-12 : Schéma de principe détaillé de la méthode PIM-PR de verrouillage des phases sur un front d'onde synthétique ajustable à façon. OM : oscillateur maitre, Mφ : modulateur de phase.

La partie numérique est en revanche plus complexe et comporte une boucle numérique de recouvrement de phase interne à la boucle opto-numérique principale. Cette boucle interne permet de fournir une valeur approchée des phases du réseau de lasers calculées à partir de mesures intensimétriques effectuées à chaque itération de la boucle principale dans le plan du réseau et après transformation par la matrice A. Un synoptique de la boucle interne, du type de celui de la Figure II-1 illustrant le fonctionnement de l'algorithme de Gerchberg & Saxton, est présenté sur la Figure II-13. Pour retrouver une approximation du champ synthétique inconnu x, à partir des intensités mesurées $b^2 = |Ax|^2$, on initialise tout d'abord le champ inconnu à un vecteur χ faisant partie de l'espace des champs synthétiques, au vecteur cible x_c que l'on souhaite atteindre avec le réseau de lasers. Ce champ χ est converti par la matrice de transfert A du convertisseur phase-intensité, formant un nouveau champ complexe Υ faisant partie de l'espace des champs convertis. L'intensité du champ Υ est une approximation de l'intensité b^2 mesurée à l'aide des photodétecteurs. On remplace donc le module de Υ par la racine de l'intensité réellement mesurée, tout en conservant la phase de Υ. Cette opération de projection mathématique forme un nouveau champ complexe Υ'. Le pseudo-inverse de Moore-Penrose $A^\dagger$ de la matrice de transfert A est alors appliqué au champ Υ' et donne un nouveau champ χ dans l'espace des champs synthétiques. Cette opération correspond à la conversion phase-intensité inverse. Le nouveau champ χ obtenu est une approximation du champ x inconnu formé par le réseau de lasers. Ces étapes sont répétées pour affiner l'approximation de phase à chaque itération, jusqu'à convergence ou stagnation de la boucle. Cette boucle numérique de recouvrement de phase étant intégrée à une boucle

Licence CC BY-NC-ND 3.0

opto-numérique, plus le réseau de lasers s'approche de son état cible x_c et meilleure est l'initialisation de la boucle numérique interne.

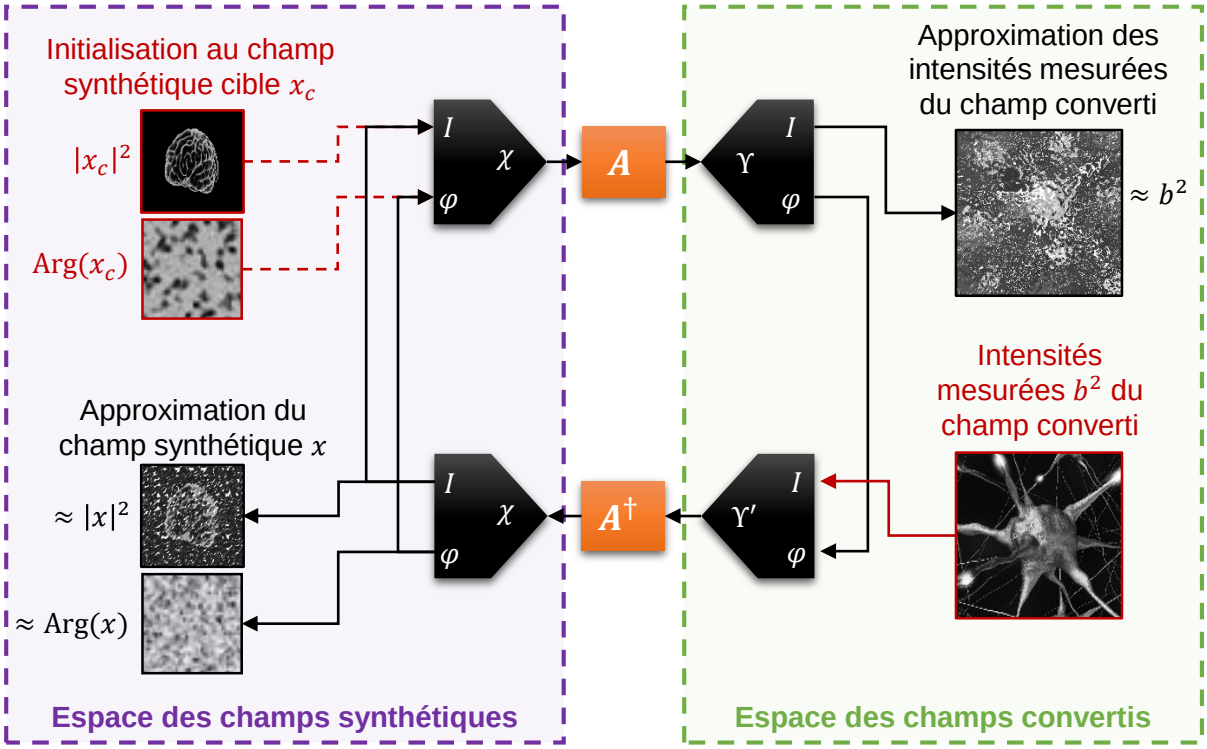


Figure II-13 : Synoptique de l'algorithme à Projections Alternées formant la boucle numérique de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR. A : Matrice de transfert du convertisseur phase-intensité. $A^\dagger$: Pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice de transfert du convertisseur phase-intensité. Les données d'entrée du problème sont affichées en rouge. L'initialisation du champ synthétique inconnu, se fait à partir du champ cible.

En sortie de boucle de recouvrement de phase, l'argument du vecteur x_{est} constitue une approximation de la phase du champ synthétique réel x. Pour verrouiller le réseau sur les phases $\mathrm{Arg}[x_c]$ du front d'onde cible, la somme des phases cibles et du conjugué des écarts de phase $\mathrm{Arg}[x_{est}]$ estimés est appliquée aux faisceaux par les modulateurs de phase. Cette correction initie une nouvelle itération de la boucle opto-numérique principale.

L'algorithme associé à la méthode PIM-PR à recouvrement de phase inspiré des méthodes de projections alternées peut donc être écrit sous la forme suivante :

Méthode de phasage PIM-PR pour verrouiller un réseau d'émetteurs laser sur un front d'onde synthétique arbitraire x_c

Entrées : Champ cible $x_c \in \mathbb{C}^n$, matrice de transfert du système de conversion phase-intensité $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$.

1. *Initialisation*

   Compteur de boucle externe $k = 0$. Etat du réseau $x_k = x_0$ dont les phases sont inconnues.

2. *Conversion phase-intensité et mesure*

   Les mesures réalisées donnent un jeu d'amplitudes $b_k = |y_k|$ associées à des mesures ponctuelles du champ converti.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

3. *Algorithme interne de recouvrement de phase*

Cet algorithme vise à calculer une solution approximée[14] $\widehat{x_k} \in \mathbb{C}^n$ de l'équation $|Ax_k| = b_k$.

Entrées : le champ cible $x_c \in \mathbb{C}^n$, la matrice de transfert du système de conversion phase-intensité $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, et les amplitudes mesurées à l'itération k de la boucle opto-numérique principale.

Sortie : L'estimation x_{est} du champ synthétique renvoyée après p itérations de recouvrement de phase.

i. Initialisation :

Compteur de boucle interne $p = 0$. $\widehat{x_{k,0}} = x_c$.

ii. Pour $p = 1,2, \ldots, P$, faire :

$$\widehat{x_{k,p+1}} = A^{\dagger}\left(b_k \cdot \frac{A\widehat{x_{k,p}}}{\left|A\widehat{x_{k,p}}\right|}\right)$$

$$p = p + 1$$

Fin pour

$$x_{est} = \widehat{x_{k,p}}$$

4. *Correction de phase du réseau d'émetteurs*

La correction de phase appliquée au champ x_k est :

$$\theta_k = \mathrm{Arg}[x_c] - \mathrm{Arg}[x_{est}]$$

Le nouvel état du réseau s'écrit alors :

$$x_{k+1} = x_k \cdot e^{j\theta_k}$$

5. *Itération*

Incrémentation du compteur de boucle opto-numérique $k = k + 1$ et redémarrage à l'étape 2.

La différence majeure de cette méthode par rapport à une méthode de recouvrement de phase classique qui s'effectue généralement en post-traitement à partir de mesures fixes vient du fait que les mesures alimentant la boucle de recouvrement de phases sont mises à jour à chaque initialisation de cette boucle, car elles dépendent de l'état du front d'onde à l'itération opto-numérique. Cette approche dynamique doit permettre de répondre aux contraintes en bande passante de l'ordre du kHz associées aux perturbations différentielles thermiques et mécaniques subies par les amplificateurs à fibre du réseau, en trouvant un compromis entre nombre de corrections de phase et nombre d'itérations pour le recouvrement de phase.

Maintenant que le principe de la méthode PIM-PR a été présenté, voyons les performances qu'elle permet d'atteindre.

[14] Les notations mathématiques surmontées d'un « chapeau », telles que $\widehat{x_k}$, seront utilisées pour toutes les grandeurs calculées numériquement dans la boucle interne.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

II.4.2. Tests numériques des performances de la méthode de phasage PIM-PR

Cette section présente les performances de la méthode PIM-PR à travers des simulations ainsi que des résultats expérimentaux pour différents systèmes de conversion phase-intensité, à savoir :

1. Des systèmes multi-diffusants à matrice de transfert aléatoire.
2. Des systèmes diffractants ou réfractants.

Dans chacun des cas, je présenterai les avantages et les inconvénients associés à ces systèmes de conversion phase-intensité ainsi que les performances de la méthode.

II.4.2.1. Système de conversion phase-intensité : milieu multi-diffusant à matrice de transfert aléatoire complexe

La description de la méthode PIM-PR décrite dans la section précédente a montré l'utilisation d'un algorithme de recouvrement de phase. Historiquement, les algorithmes de recouvrement de phase tels que l'algorithme de Gerchberg & Saxton ou encore l'algorithme « Hybrid Input-Output » de Fienup (Fienup, 2013) utilisaient une transformée de Fourier entre les jeux de données à traiter. Les algorithmes de recouvrement de phase récents utilisent généralement une matrice de transfert complexe aléatoire reliant les données intensimétriques mesurées au champ complexe à retrouver (Candès, Li and Soltanolkotabi, 2015; Chen *et al.*, 2018). La raison est qu'une matrice aléatoire complexe, correspondant en optique à un système multi-diffusant, ou à des interférences à ondes multiples, permet généralement d'assurer la bonne convergence de ces algorithmes (Gower and Richtárik, 2015; Waldspurger, 2016, 2018). Ce type de matrice offre une meilleure richesse de mélange des faisceaux lors de la conversion phase-intensité, et par conséquent une meilleure diversité des informations mesurées.

Dans cette section II.4.2.1, nous allons caractériser les performances de la méthode PIM-PR au travers de simulations numériques. Nous caractériserons sa sensibilité au nombre d'émetteurs, aux conditions initiales, aux phases cibles arbitraires que l'on souhaite atteindre, ainsi que sa robustesse aux conditions expérimentales. Je vais tout d'abord évaluer les performances de la boucle numérique de recouvrement de phase, avant de l'intégrer dans la boucle opto-numérique principale.

II.4.2.1.1. Caractérisation de la boucle numérique interne de recouvrement de phase

La boucle de recouvrement de phase interne est alimentée par les intensités $b^2 = |Ax|^2 \in \mathbb{R}_+^m$ mesurées par le réseau de détecteurs après conversion phase-intensité du champ complexe $x \in \mathbb{C}^n$ à retrouver. C'est un algorithme de recouvrement de phase dit à projections alternées (dont les détails mathématiques sont présentés dans (Waldspurger, 2018)). Dans toutes ces simulations, hormis spécification particulière, la matrice de transfert $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ associée au système de conversion phase-intensité est une matrice complexe et aléatoire dont les coefficients sont générés selon une loi uniforme dans l'intervalle $[\,0\,;1]$ pour leur module et $[-\pi\,;+\pi]$ pour leur phase. L'algorithme de recouvrement de phase testé est identique à la **partie 3 « *Algorithme interne de recouvrement de phase* »** de la méthode de phasage décrite précédemment. La seule différence dans la caractérisation à venir des performances de cette boucle vient de l'initialisation, qui n'est plus le vecteur de phases cibles, mais un vecteur de phases aléatoires.

J'ai dans un premier temps cherché à évaluer les performances de cet algorithme de recouvrement de phase à projections alternées par des simulations numériques. La matrice

Licence CC BY-NC-ND 3.0

de transfert $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ est aléatoire complexe, et les n phases du réseau à retrouver $x \in \mathbb{C}^n$ sont également aléatoires. Pour analyser l'évolution de la convergence, j'ai utilisé un critère analogue à la qualité de phasage, baptisé cette fois qualité de recouvrement $Q_r \in [0\,;1]$. Ce critère compare les phases du champ recouvré à une itération donnée par rapport au conjugué des phases réelles à retrouver. Il est donc maximal lorsque les phases du champ recouvré $\widehat{x_{k,p}}$ sont égales à une constante près aux phases du champ x du réseau.

$$Q_r = \left(\frac{\left|\langle \widehat{x_{k,p}}, x \rangle\right|}{\langle \left|\widehat{x_{k,p}}\right|, |x| \rangle} \right)^2 = \left(\frac{\left|\sum_{i=1}^{n} \widehat{x_{k,p}}(i) \times x^*(i)\right|}{\sum_{i=1}^{n} \left|\widehat{x_{k,p}}(i)\right| \times |x(i)|} \right)^2$$

J'ai réalisé des statistiques sur les résultats numériques obtenus à partir de 1000 tirages aléatoires des $n = 16$ phases du réseau à recouvrer, tout en faisant varier le rapport entre le nombre m de détecteurs et le nombre n d'émetteurs de 1 à 4. Un exemple de qualités de recouvrement Q_r obtenues est présenté sur la Figure II-14.

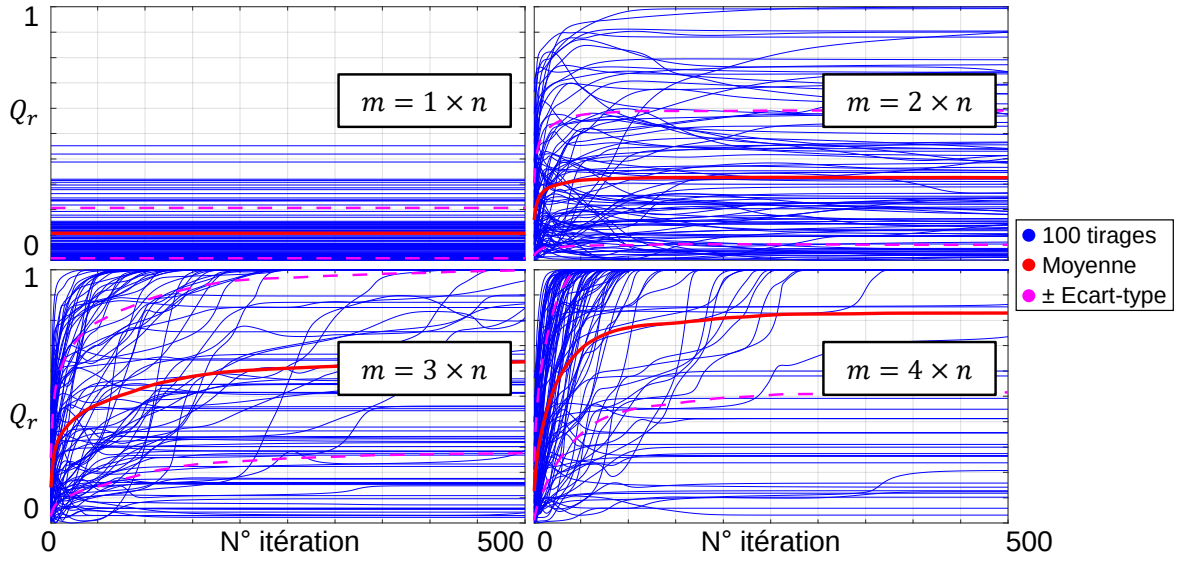


Figure II-14 : Exemples de courbes de convergence de la boucle de recouvrement de phase en fonction du nombre m de détecteurs utilisés. En bleu : affichage de 100 tirages pour lesquels les phases initiales et les phases à recouvrer sont tirées aléatoirement et suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. En rouge : Courbe de convergence moyenne calculée à partir de 1000 tirages. En rose : Moyenne ± écart-type.

De ces résultats, on constate que le rapport m/n entre le nombre de détecteurs et le nombre d'émetteurs doit être suffisamment important pour que la convergence de l'algorithme de recouvrement de phase soit monotone, rapide, robuste, et moins sensible aux phases à retrouver. Par exemple, pour $m/n = 4$, on observe que la plupart des cas ont convergé de façon monotone et en une cinquantaine d'itérations. Pour densifier l'information et déterminer la sensibilité de l'algorithme de recouvrement de phase, on peut quantifier la qualité de la convergence sous la forme d'un taux de succès. C'est-à-dire, parmi tous les tirages effectués, quel pourcentage de cas ont convergé jusqu'à un seuil de qualité de recouvrement ($Q_r >= 99\%$) donné en un nombre d'itérations donné (de 20 à 200). Ce seuil correspond à une erreur résiduelle de recouvrement de phase de λ/60 rms. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure II-15.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

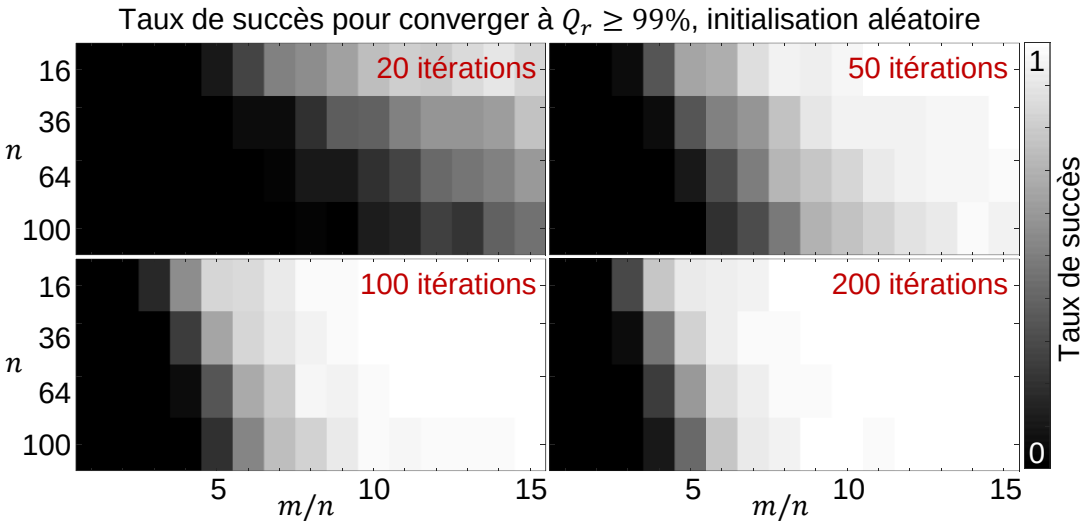


Figure II-15 : Taux de succès pour recouvrer des phases aléatoires avec une qualité de recouvrement de 99% et une initialisation aléatoire. Le nombre n de faisceaux ainsi que le rapport m/n entre le nombre de détecteurs et le nombre de faisceaux est variable, de même que le nombre d'itérations réalisées. Le taux de succès est calculé à partir de 100 tirages.

Ces résultats de simulations montrent que le nombre de détecteurs nécessaires pour converger est peu dépendant du nombre d'émetteurs. Par ailleurs, plus le nombre d'itérations effectuées augmente, plus le taux de succès est grand pour un nombre de détecteurs faible. De plus, le champ à retrouver est initialisé par des phases aléatoires. Ainsi, suivant le tirage effectué, la rapidité de la convergence peut par exemple être grandement améliorée si les phases aléatoires tirées sont proches des phases solution. Une initialisation aléatoire n'est généralement pas la plus efficace pour recouvrer un champ complexe. Une méthode d'initialisation dite « spectrale » offrant de bons résultats est présentée dans (Candès, Li and Soltanolkotabi, 2015) et utilise les mesures intensimétriques des champs convertis $|y_k|^2$ ainsi que la matrice de transfert A pour donner une première estimation du champ complexe.

Initialisation spectrale présentée dans (Candès, Li and Soltanolkotabi, 2015)

Entrées : Les mesures $|y_k|^2 \in \mathbb{R}_+^*$ réalisées à l'itération k de la boucle opto-numérique, la matrice de transfert $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$.

1. Calculer :

$$\lambda^2 = n \frac{\sum_{i=1}^{m} |y_k(i)|^2}{\sum_{i=1}^{m} \|A(i,:)\|^2}$$

2. Calculer x_0, normalisé à $\|x_0\| = \lambda$, pour être le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre de :

$$Y = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} |y_k(i)|^2 A(i,:) A^*(i,:)$$

Sortie : Champ initial x_0.

A des fins d'illustration, j'ai appliqué cette méthode d'initialisation à une image en niveaux de gris codée en phase sur l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]$ (Figure II-16). On peut voir que l'initialisation spectrale fournit une meilleure estimation de la phase à retrouver qu'une initialisation aléatoire.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

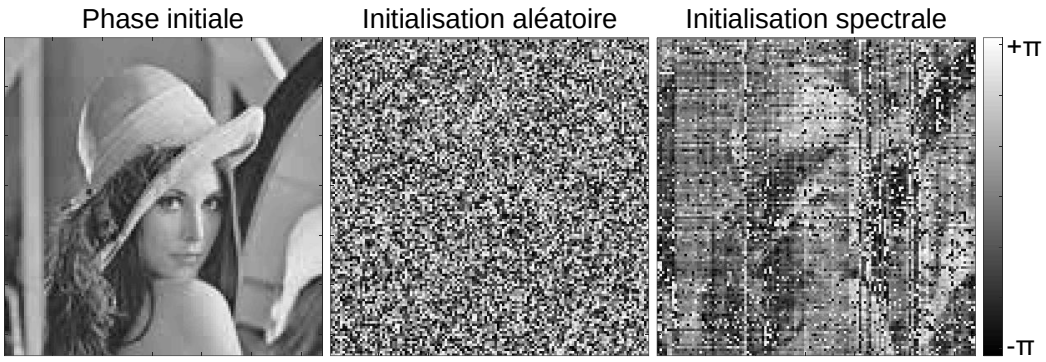


Figure II-16 : Comparaison du recouvrement de phase réalisé avec une initialisation spectrale par et une initialisation aléatoire. L'initialisation spectrale donne un champ dont la phase est plus proche de la phase à retrouver.

Pour des paramètres de nombre de faisceaux et de nombre de détecteurs identiques, les performances de l'algorithme de recouvrement de phase sont améliorées par l'initialisation spectrale (Figure II-17). La convergence nécessite moins d'itérations, et est également moins sensible à la phase à retrouver.

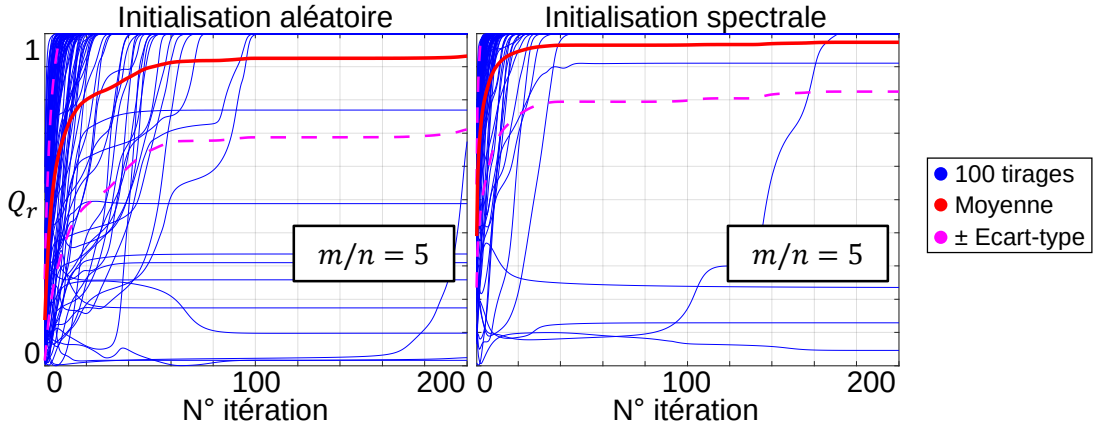


Figure II-17 : Comparaison du recouvrement de la phase de 16 faisceaux avec 5 fois plus de détecteurs que de faisceaux, suivant le type d'initialisation utilisé.

Une initialisation efficace telle que l'initialisation spectrale permet donc d'augmenter le taux de succès tout en réduisant le nombre d'itérations nécessaires pour converger ainsi que le rapport m/n (Figure II-18 à comparer à la Figure II-15). Le seul bémol de cette initialisation est qu'elle est coûteuse en temps de calcul[15], ce qui peut être pénalisant dans le cas d'un asservissement qui nécessite une bande passante élevée comme pour compenser les fluctuations dynamiques de phase entre les lasers à verrouiller. Notons également qu'il existe d'autres méthodes d'initialisation exploitant les données mesurées, soit plus rapides, soit donnant une meilleure estimation de la solution. Parmi elle, on peut citer la méthode d'initialisation spectrale tronquée (Chen and Candès, 2017), l'initialisation isotrope ou « null initialization » (Chen and Fannjiang, 2018), ainsi que la méthode décrite dans (Gao and Xu, 2017). D'autres références comparent ou optimisent ces méthodes d'initialisation (Luo, Alghamdi and Lu, no date; Lu, 2017).

[15] Le temps de calcul de l'initialisation, en utilisant le système d'exploitation Windows 7 64 bits, Matlab R2018b, un processeur Intel® Core™ i7-6600U cadencé à 2,60 GHz valent environ :

- Pour $n = 16$ et $m = 64$: 0,8 ms.
- Pour $n = 100$ et $m = 400$: 9 ms.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

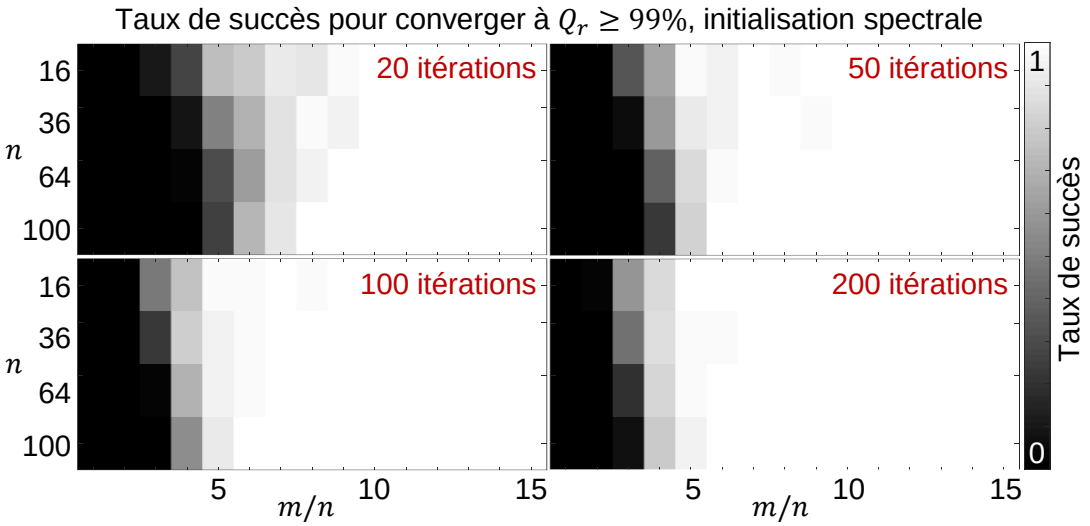


Figure II-18 : Taux de succès pour recouvrer des phases aléatoires avec une qualité de recouvrement de 99% et l'initialisation spectrale décrite dans (Candès, Li and Soltanolkotabi, 2015). Le nombre n de faisceaux ainsi que le rapport m/n entre le nombre de détecteurs et le nombre de faisceaux est variable, de même que le nombre d'itérations réalisées. Le taux de succès est calculé à partir de 100 tirages.

Il apparaît donc possible de recouvrir la phase du champ inconnu à travers une matrice aléatoire complexe qui, physiquement, correspondrait à la propagation du réseau de faisceaux lasers à travers un milieu multi-diffusant. Compte-tenu du nombre requis d'itérations, cette façon de procéder est plutôt adaptée aux objets de phase statiques. Dans le cas de réseaux de lasers à fibre subissant des fluctuations de phase, cette approche purement numérique ne peut être utilisée en l'état. En revanche, le recouvrement de phase réalisé par la boucle interne de la méthode PIM-PR sert à renseigner la boucle principale opto-numérique en lui fournissant une estimation des écarts de phase entre les éléments du réseau. Cette boucle interne bridée en nombre d'itérations (donc en performances) aide à la convergence de la boucle principale. L'optimisation du nombre d'itérations imposées à la boucle interne est discutée dans le paragraphe suivant.

II.4.2.1.2. Caractérisation de la méthode PIM-PR incorporant la boucle de recouvrement de phase

Dans cette section, la boucle numérique de recouvrement de phase basée sur un algorithme à projections alternées présenté dans la section précédente est incorporée dans le système PIM-PR global. L'objectif est de minimiser le temps de convergence de l'ensemble du processus et donc minimiser le nombre de détecteurs par rapport au nombre de faisceaux à phaser. Ce nombre de points de détection a un impact sur le nombre d'itérations numériques de recouvrement de phase, et le nombre d'itérations opto-numériques du système global, autrement dit le nombre d'actionnements des modulateurs de phase. La question est d'optimiser ces paramètres, tout en offrant une robustesse suffisante du processus de convergence aux défauts expérimentaux.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Influence de l'initialisation de la boucle numérique interne de recouvrement de phase sur la stabilité de la méthode PIM-PR

Dans la section II.4.2.1.1 précédente, nous avons évalué les performances de la boucle numérique de recouvrement de phase non intégrée au dispositif de contrôle de front d'onde PIM-PR. J'ai mis en avant l'importance de l'initialisation de la boucle. Sans surprise, une initialisation « intelligente » à l'aide d'une méthode spectrale par exemple, conduit à une convergence plus rapide, plus robuste, et à une probabilité de succès plus importante qu'une initialisation aléatoire. Le coût en temps de calcul de l'initialisation « intelligente » est en revanche bien plus grand, ce qui est délicat dans notre cas, puisque l'on cherche à verrouiller en phase un réseau de lasers évoluant rapidement au cours du temps du fait de l'environnement.

Dans le cas de la méthode de phasage PIM-PR, bien que l'on ne connaisse évidemment pas les phases initiales du réseau d'émetteurs, l'utilisateur connaît la carte de phases vers laquelle il souhaite verrouiller le réseau de lasers. Idéalement, une fois que le réseau de lasers a convergé vers un régime établi correspondant à l'état cible, il est judicieux d'initialiser la boucle de recouvrement de phase sur les phases cibles pour gagner en rapidité.

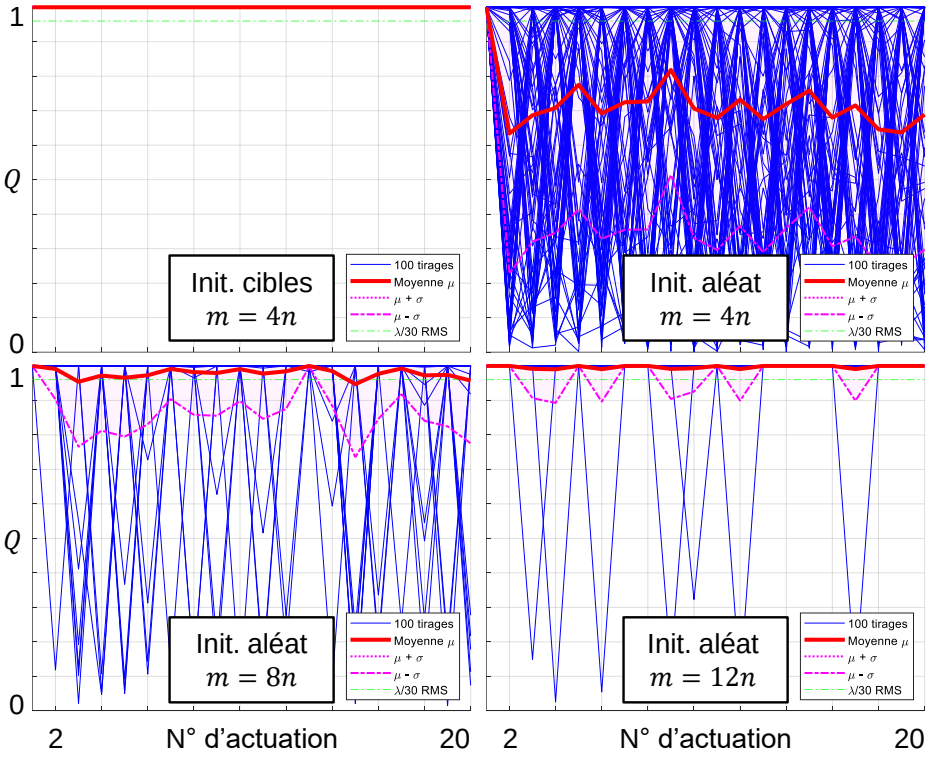


Figure II-19 : Influence de l'initialisation de l'algorithme interne de recouvrement de phase sur la stabilité de la méthode PIM-PR pour 19 faisceaux. Pour tester la stabilité de la méthode, les phases initiales du réseau sont égales aux phases cibles. Pour chacun de ces graphiques, 100 itérations de boucle de recouvrement de phase sont effectuées entre chaque actionnement. En bleu : affichage de 100 tirages pour lesquels les phases initiales et les phases cibles sont tirées aléatoirement et suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. En rouge : Courbe de convergence moyenne calculée à partir de 100 tirages. En rose : Moyenne ± écart-type.

J'ai réalisé des simulations numériques de stabilité de la méthode PIM-PR pour vérifier cela, en réalisant le phasage de 19 faisceaux sur des phases cibles choisies de manière aléatoire. J'ai comparé une initialisation avec les phases cibles à une initialisation avec des phases

Licence CC BY-NC-ND 3.0

aléatoires. Dans chacun des cas, 100 itérations numériques de boucle de recouvrement de phase sont effectuées entre chaque actionnement, et les statistiques sont obtenues à partir de 100 tirages. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure II-19. Ces résultats montrent que $m = 4n$ détecteurs assurent une parfaite stabilité de la méthode dans le cas où la boucle de recouvrement de phase est initialisée aux phases cibles. En revanche, pour une initialisation aléatoire de cette dernière et pour un nombre de détecteurs identique, la méthode est très instable. Cela peut s'expliquer en reprenant les résultats de simulations de taux de succès de la boucle interne pour une initialisation aléatoire (Figure II-15). Pour 100 itérations internes, le taux de succès est proche de 100% seulement pour un rapport $m/n > 10$, ce que l'on observe sur le graphique en bas à droite de la Figure II-19. Quoiqu'il en soit, on observe une fois de plus l'importance capitale d'une bonne initialisation de la boucle interne de recouvrement de phase. Pour un nombre de détecteurs identiques $m = 4n$ et 100 itérations par actionnement, une simple initialisation aux phases cibles améliore grandement les performances de la méthode. Par la suite, afin d'obtenir de bonnes performances tout en conservant un nombre raisonnable de détecteurs, je procède systématiquement à une initialisation de la boucle interne aux phases cibles.

Dépendance au nombre de faisceaux et au nombre d'itérations internes par actionnement

Voyons les performances offertes par la méthode PIM-PR pour un nombre donné d'itérations de la boucle de recouvrement de phase par actionnement. Les résultats de simulations numérique de phasage de $n = 16$ et $n = 100$ faisceaux pour $m = 4n$ détecteurs sont présentés sur la Figure II-20. Le nombre d'itérations de la boucle numérique interne de recouvrement de la phase (Itr) par actionnement (act) des modulateurs de phase (boucle globale) est fixé à 10, 20, puis 100.

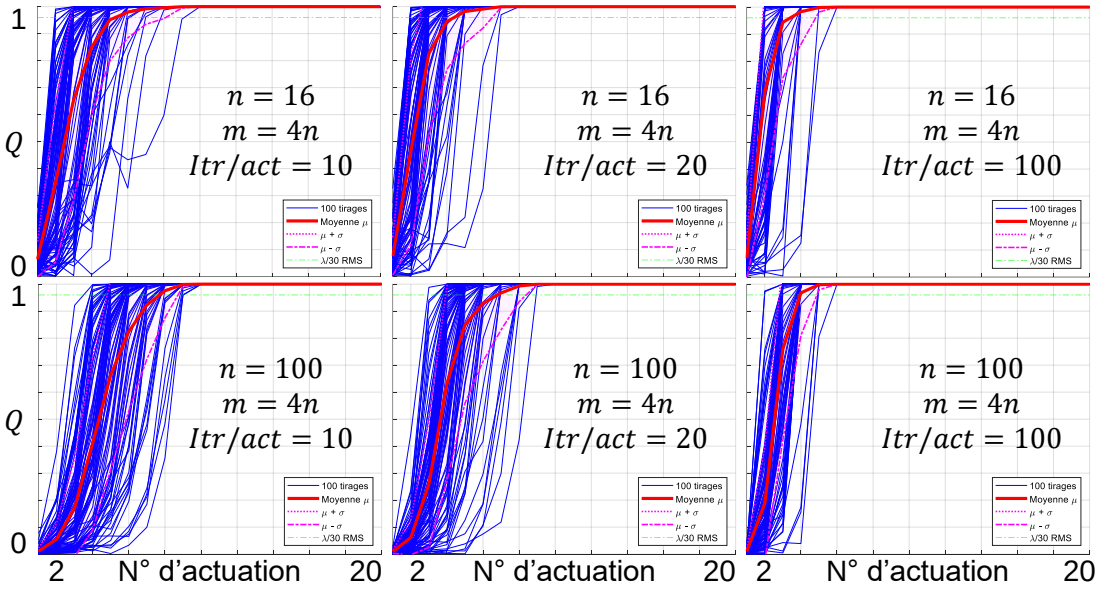


Figure II-20 : Simulation des performances de la méthode PIM-PR pour phaser 16 et 100 faisceaux réalisée avec 100 tirages de phases cibles et de phases initiales aléatoires. Le nombre d'itérations *Itr* de boucles de recouvrement de phase par actionnement varie de10 à 100. *act* : nombre d'actionnements des modulateurs de phase ou encore nombre d'itérations de la boucle principale. En bleu : affichage de 100 tirages pour lesquels les phases initiales et les phases à recouvrer sont tirées aléatoirement et suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. En rouge : Courbe de convergence moyenne calculée à partir de 1000 tirages. En rose : Moyenne ± écart-type.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Premièrement, les résultats obtenus montrent la faible sensibilité de la méthode PIM-PR au nombre de faisceaux dont on souhaite contrôler les phases relatives. A nombre d'itérations numériques internes identiques, 20 par exemple, il faut en moyenne 4 actionnements pour obtenir une erreur résiduelle de phase inférieure à λ/30 rms pour 16 faisceaux contre 7 actionnements pour 100 faisceaux. Aussi, comme le montrent les courbes d'écart-type en rose, la méthode PIM-PR semble peu sensible aux valeurs des phases initiales du réseau ainsi qu'à celles des jeux de phases cibles. De plus, à nombres de faisceaux identiques, augmenter le nombre d'itérations pour le recouvrement de phase a pour effet de diminuer le nombre de corrections de phase à appliquer pour phaser le réseau. Cela est cohérent avec le fait que la précision des phases recouvrées est d'autant plus élevée que le nombre d'itérations internes effectuées est grand. On peut donc déjà mettre en avant que pour atteindre une bande passante élevée un compromis sera à trouver entre nombre d'itérations de recouvrement de phase par actionnement et nombre de corrections à appliquer pour verrouiller en phase le réseau de faisceaux lasers. Le réglage de ces quantités dépendra fortement de l'implémentation de la méthode, selon la rapidité d'une itération numérique par rapport à celle d'une correction de phase.

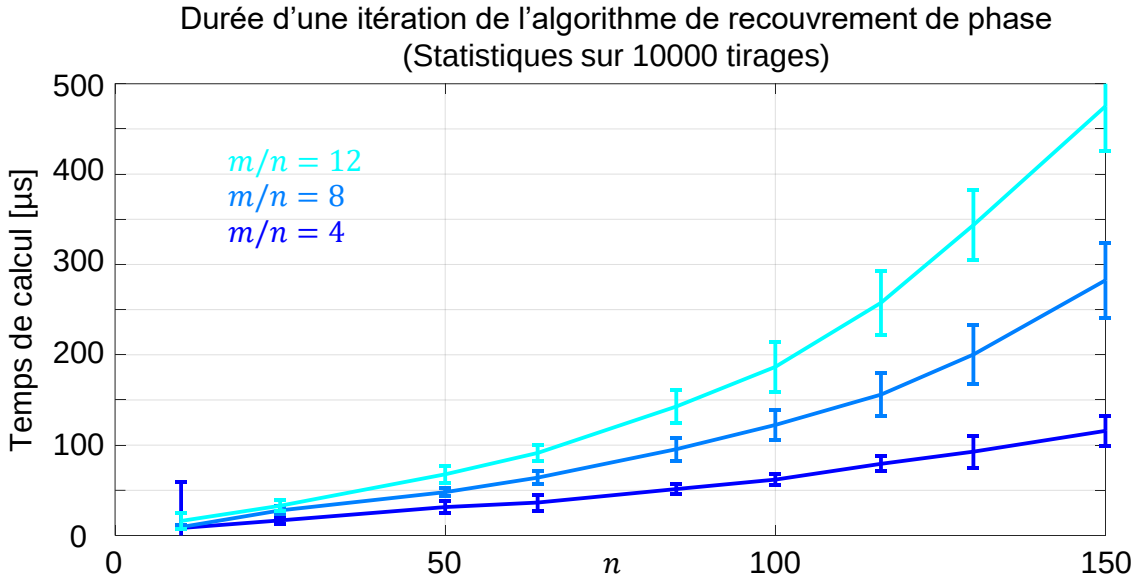


Figure II-21 : Moyenne et écart-type du temps de calcul d'une itération de l'algorithme de recouvrement de phase à projections alternées (statistiques sur 10000 tirages, PC sous Windows 7 64 bits, Matlab R2018b, processeur Intel® Core™ i7-6600U cadencé à 2,60 GHz).

Le PC sous Windows 7 64 bits sur lequel j'ai effectué les simulations à l'aide de Matlab R2018b contient un processeur Intel® Core™ i7-6600U cadencé à 2,60 GHz. Les temps d'itérations de la boucle numérique interne sont présentés sur la Figure II-21. Ce graphique montre que l'on a tout intérêt à privilégier un ratio m/n faible pour diminuer le temps de calcul d'une itération numérique de recouvrement de la phase. La dimension des données manipulées est en effet plus faible. Pour $n = 100$ et $m/n = 4$, une itération numérique interne est calculée en 64 µs en moyenne (l'écart-type est de 32 µs). L'initialisation spectrale prend quant à elle en moyenne 10 ms et est donc inutilisable pour verrouiller les phases d'un réseau de lasers avec une bande passante supérieure au kHz. Nous avons vu précédemment qu'il fallait en moyenne 7 corrections de phase pour contrôler 100 faisceaux avec 10 itérations internes par actionnement (Figure II-20). En négligeant la durée de traitement et d'application des données, la durée de phasage moyenne pour contrôler 100 faisceaux avec le processeur utilisé vaut donc 70x50 µs = 4,5 ms, soit une bande passante de 222 Hz. Toutefois, le temps de calcul

Licence CC BY-NC-ND 3.0

d'une itération dépend très fortement du processeur utilisé. Dans la même configuration, j'ai par exemple pu diviser le temps de calcul d'un facteur 10 en utilisant un processeur Intel® Core™ i5-8600K cadencé à 3,60 GHz. Une parallélisation du code de calcul est également possible et n'a pas encore été implémentée.

Ces estimations numériques grossières mettent en avant le besoin de contrôler avec finesse la convergence de la boucle numérique de recouvrement de phase. En effet, compte tenu de l'initialisation de la boucle de recouvrement de phase, il est préférable d'autoriser un nombre d'itérations internes plus fort lorsque l'on est loin de la solution et plus faible lorsqu'on s'en rapproche, plutôt que d'utiliser un nombre d'itérations fixe par actionnement.

Gestion de la boucle numérique de recouvrement de phase par utilisation d'un critère de convergence interne

Dans un système réel, si les phases cibles sont connues, les phases initiales des émetteurs ne sont en aucun cas connues. Leur transcription intensimétrique à travers la matrice de transfert aléatoire, c'est-à-dire les mesures réalisées, sont en revanche connues (quantité b^2 sur la Figure II-13). Il est en principe possible pour arrêter la boucle interne d'utiliser un critère appelé DSSE pour *Discrete Sum Squared Error* (Liu *et al.*, 2015). Ce critère compare les mesures intensimétriques réalisées $|y_k|^2 = b^2 \in \mathbb{R}_+^*$ aux valeurs intensimétriques $\left|\widehat{y_{k,p}}\right|^2 = \left|A\widehat{x_{k,p}}\right|^2$ calculées au cours de la convergence de l'algorithme de recouvrement de phase. La DSSE est définie de la façon suivante :

$$DSSE = 10\log_{10}\left\{\frac{\sum_{i=1}^{m}\left[\left|\widehat{y_{k,p+1}}\right| - |y_k|\right]^2}{\sum_{i=1}^{m}|y_k(i)|^2}\right\}$$

Toutefois, en pratique, les limites de précision sur les mesures $|y_k|^2$ réalisées ainsi que sur les coefficients de matrice de transfert sont inévitables. Ces imprécisions introduisent une erreur permanente entre mesures physiques et valeurs idéales, qui permettent difficilement de fixer un seuil au-delà duquel on considère la convergence comme établie. Pour pallier à ce problème, j'ai choisi un critère de contrôle de la convergence utilisant des données purement numériques. L'expression de ce critère est similaire à celle de la qualité de phasage Q et à celle de la qualité de recouvrement Q_r. Le champ filtré numérique entre deux itérations successives de recouvrement de phase est comparé à travers le critère de ressemblance interne $Q_{int} \in [0\,;1]$:

$$Q_{int} = \left(\frac{\left|\langle\widehat{y_{p+1}},\widehat{y_p}\rangle\right|}{\langle\left|\widehat{y_{p+1}}\right|,|\widehat{y_p}|\rangle}\right)^2 = \left(\frac{\left|\sum_{i=1}^{m}\widehat{y_{p+1}}(i)\times\widehat{y_p}^*(i)\right|}{\sum_{i=1}^{m}\left|\widehat{y_{p+1}}(i)\right|\times|\widehat{y_p}(i)|}\right)^2$$

Ainsi, la valeur de Q_{int} se rapproche de son maximum lorsque les champs filtrés de deux itérations successives sont similaires, ce qui permet, en définissant une valeur seuil Q_{int}^{seuil}, de considérer que l'algorithme de recouvrement de phase a convergé avec une certaine précision et ainsi d'arrêter les itérations. Par la suite, j'ai donc fixé un nombre d'itérations internes maximal au-delà duquel l'algorithme de recouvrement de phase est arrêté dans tous les cas. En revanche, si en cours de convergence l'inégalité $Q_{int} \geq Q_{int}^{seuil}$ est vérifiée, l'algorithme de recouvrement de phase est arrêté pour limiter le nombre d'itérations réalisées.

Voyons maintenant comment ce contrôle de boucle interne impacte les performances de la méthode de phasage. Pour cela, en faisant varier le nombre de faisceaux et la valeur de Q_{int}^{seuil}, j'ai relevé les statistiques de nombre d'actuations et de nombre d'itérations internes cumulées

Licence CC BY-NC-ND 3.0

pour atteindre une qualité de phasage supérieure à 96%, soit une erreur de phase résiduelle de λ/30 rms. Les statistiques ont été calculées à partir de 1000 tirages de phases cibles et de phases initiales aléatoires, en utilisant des matrices de transfert aléatoires complexes et quatre fois plus de détecteurs que d'émetteurs à phaser. Aussi, compte tenu des résultats de convergence présentés sur la Figure II-20, j'ai limité le nombre d'itérations internes par actionnement à 50. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure II-22.

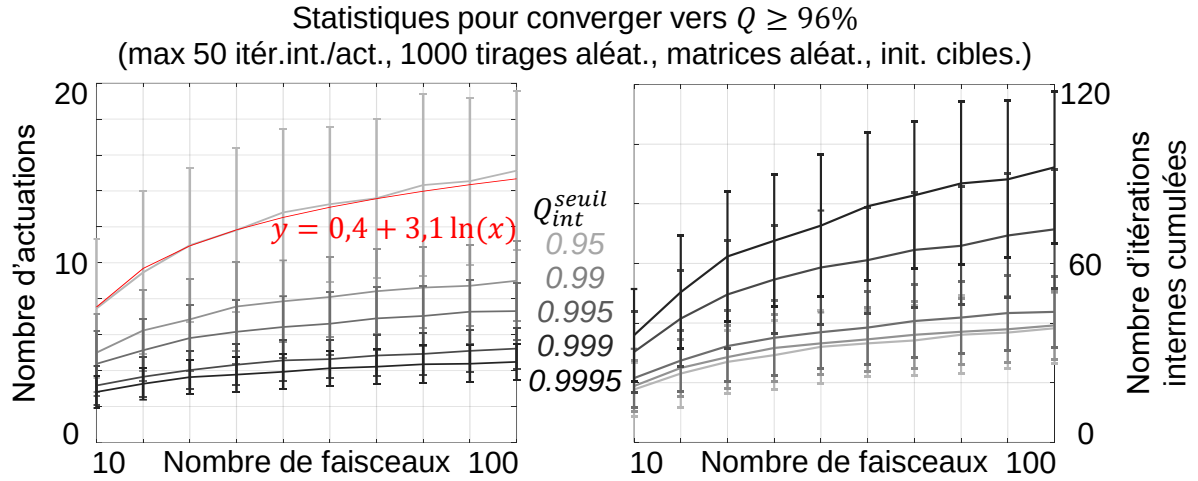


Figure II-22 : Nombre de corrections de phase et nombre d'itérations cumulé de boucles de recouvrement de phase nécessaires pour phaser un réseau d'émetteurs lasers avec une erreur résiduelle de λ/30 rms. Quatre fois plus de détecteurs que de faisceaux à phaser sont utilisés. La valeur de la qualité de ressemblance interne Q_{int}^{seuil} est variable.

Ils montrent la faible dépendance de la méthode de phasage PIM-PR au nombre de faisceaux à phaser. L'évolution du nombre d'actionnements moyen, tout comme le nombre d'itérations internes cumulé, suit une évolution logarithmique avec le nombre de faisceaux. Ces résultats témoignent encore une fois du choix à faire entre nombre d'itérations internes cumulé et nombre d'actionnements selon les vitesses relatives du calculateur et du système de modulation de phase électro-optique. Plus on autorise d'itérations internes, c'est-à-dire plus Q_{int}^{seuil} est élevé, moins le nombre d'actionnements nécessaires pour converger est grand. A l'inverse, un nombre d'actionnements plus grand permet de compenser une boucle de recouvrement de phase plus approximative. De plus, l'écart-type du nombre d'actionnements pour converger est inversement proportionnel à la valeur de Q_{int}^{seuil}, ce qui est logique puisque la phase est mieux estimée pour une valeur de Q_{int}^{seuil} élevée. En revanche, l'écart-type du nombre d'itérations internes cumulé est lui d'autant plus important que la valeur de Q_{int}^{seuil} est grande. La valeur de Q_{int}^{seuil} est donc à ajuster suivant ce qui demande le plus temps en configuration réelle entre itération interne et activation des modulateurs de phase. L'implémentation matérielle joue un rôle prépondérant quant au choix de Q_{int}^{seuil}.

Robustesse aux défauts expérimentaux

Maintenant que les performances numériques de la méthode PIM-PR ont été présentées dans un cas idéalisé, voyons la robustesse de cette méthode face aux inévitables imprécisions expérimentales. Je récapitule ici les différents types de défauts testés numériquement ainsi que la définition utilisée[16] :

[16] $\mathcal{N}(\mu\,;\sigma)$ est la loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

- Le bruit de mesure des informations intensimétriques par le réseau de photodiodes. A chaque actionnement, les mesures idéales b sont modifiées de la façon suivante :

$$b \leftarrow \sqrt{|b^2 \times [1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma)]|}$$

- Les fluctuations de la puissance émise par les amplificateurs lasers. A chaque actionnement, les amplitudes idéales $|x|$ sont modifiées de la façon suivante :

$$|x| \leftarrow \sqrt{||x|^2 \times [1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma)]|}$$

- L'impact d'une diversité de puissance des faisceaux non fournie à l'algorithme d'optimisation. Au lieu de choisir des puissances P uniformes pour les faisceaux, ces dernières sont choisies de la façon suivante :

$$P = |1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma)|$$

- L'impact d'une panne d'un certain nombre d'amplificateurs choisis aléatoirement.

- L'erreur d'estimation des coefficients c de la matrice de transfert aléatoire complexe. Les parties réelles et imaginaires de chaque coefficient sont modifiés de la façon suivante :

$$\begin{cases} \Re[c] \rightarrow \Re[c] \times [1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma)] \\ \Im[c] \rightarrow \Im[c] \times [1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma)] \end{cases}$$

Pour l'ensemble de ces tests, j'ai fixé le nombre d'émetteurs à $n = 36$, le nombre de détecteurs à $m = 4n = 144$, le nombre maximal d'itérations internes de la boucle de recouvrement de phase à $p_{max} = 20$, et la valeur du seuil de qualité de ressemblance interne à $Q_{int}^{seuil} = 0{,}995$. Les statistiques de qualité de phasage et de nombre d'itérations internes ont été obtenues à partir de 1000 tirages aléatoires de phases cibles, de conditions de phases initiales, et du défaut expérimental caractérisé. Les résultats obtenus sont présentés de la Figure II-23 à la Figure II-27.

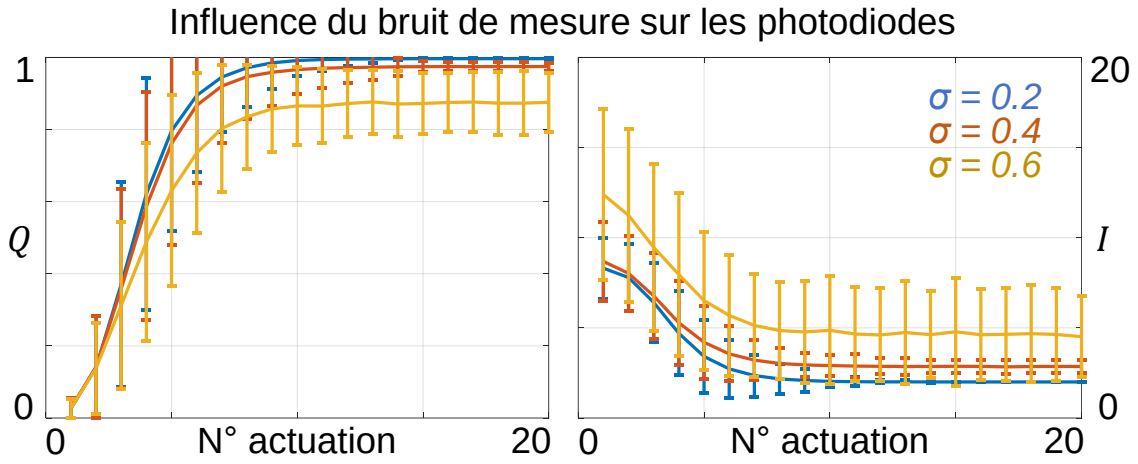


Figure II-23 : Influence du bruit de mesure des informations intensimétriques sur la qualité de phasage (figure de gauche) et sur le nombre d'itérations internes (figure de droite) de la méthode PIM-PR.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

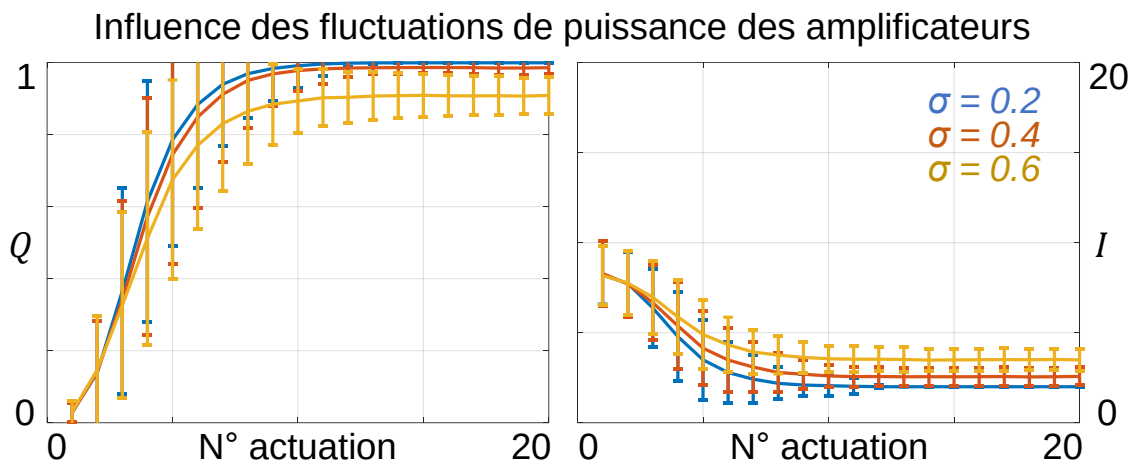


Figure II-24 : Influence de fluctuations dynamiques de la puissance des amplificateurs sur la qualité de phasage (figure de gauche) et sur le nombre d'itérations internes (figure de droite) de la méthode PIM-PR.

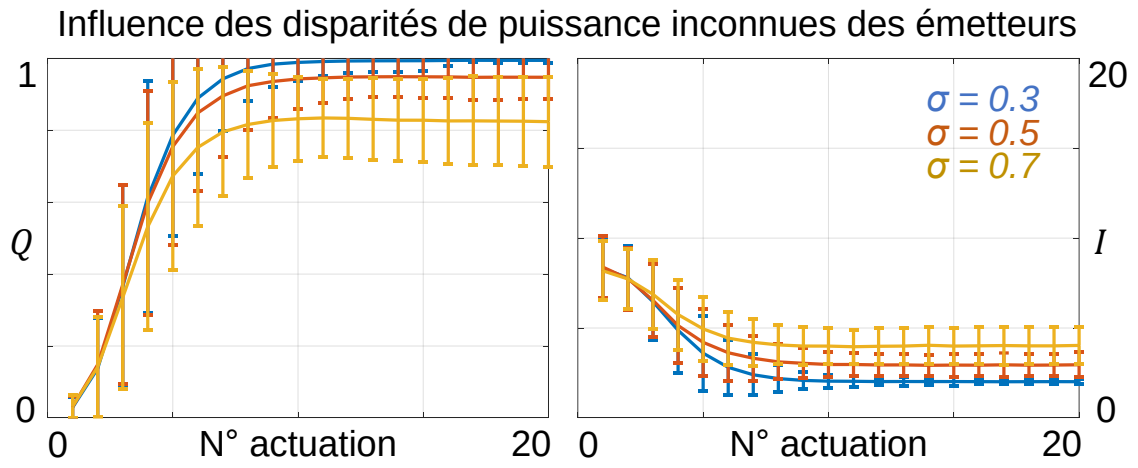


Figure II-25 : Influence des disparités de puissance statiques sur la qualité de phasage (figure de gauche) et sur le nombre d'itérations internes (figure de droite) de la méthode PIM-PR.

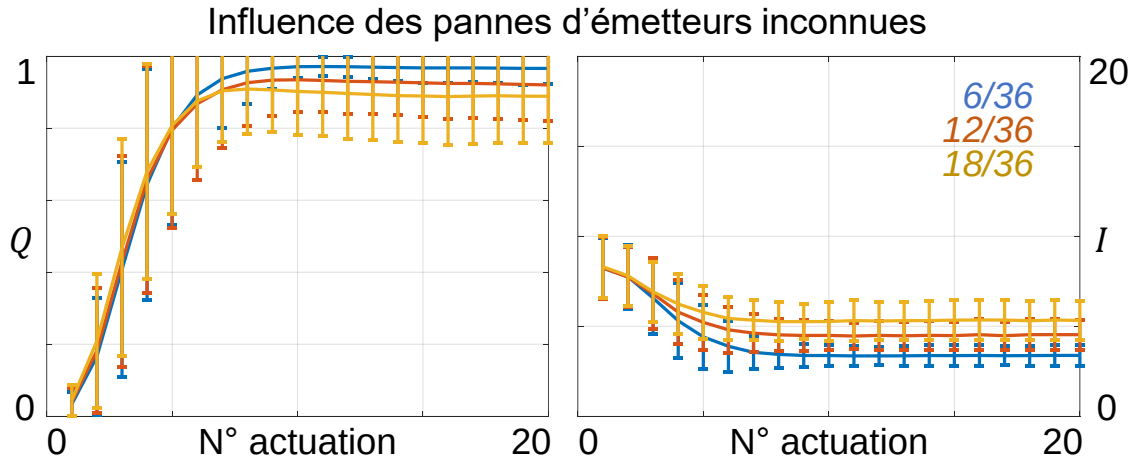


Figure II-26 : Influence de la panne d'émetteurs sur la qualité de phasage (figure de gauche) et sur le nombre d'itérations internes (figure de droite) de la méthode PIM-PR.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

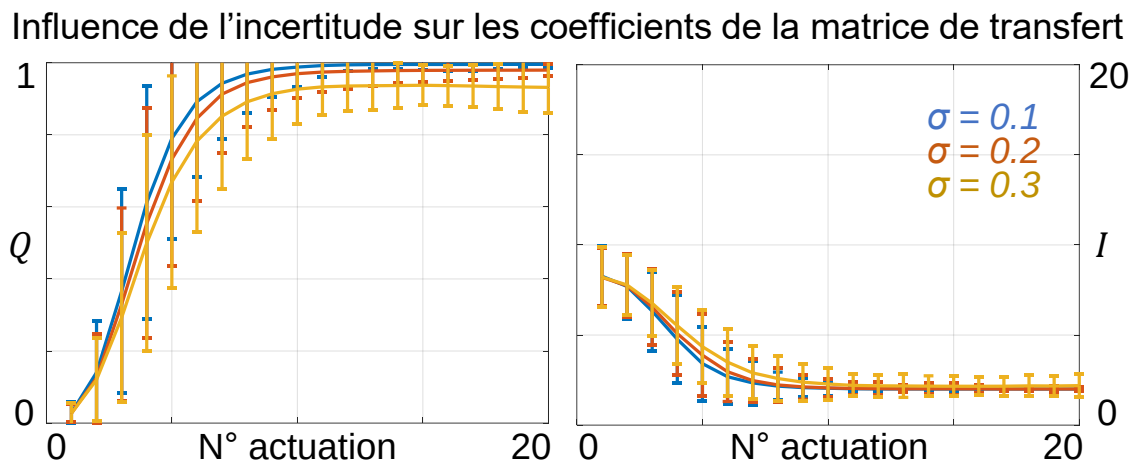


Figure II-27 : Influence de l'imprécision sur les coefficients complexes de la matrice de transfert sur la qualité de phasage (figure de gauche) et sur le nombre d'itérations internes (figure de droite) de la méthode PIM-PR.

Les résultats obtenus montrent qu'une qualité de phasage moyenne $Q \geq 96\%$ correspondant à une erreur de phase résiduelle de λ/30 rms peut être obtenue en présence de bruit de mesure avec un écart-type $\sigma \leq 0{,}4$ (Figure II-23), de fluctuations de puissance des amplificateurs avec un écart-type $\sigma \leq 0{,}4$ (Figure II-24), de disparités de puissance des amplificateurs avec un écart-type $\sigma \leq 0{,}4$ (Figure II-25), avec un sixième des émetteurs du réseau en panne (Figure II-26), et une erreur sur les parties réelles et imaginaires des coefficients de la matrice de transfert avec un écart-type $\sigma \leq 0{,}2$ (Figure II-27). Par ailleurs, pour chacun des défauts simulés, l'importance du défaut ne modifie pas le nombre de corrections de phases moyen nécessaire pour atteindre un régime établi. En revanche, l'erreur résiduelle en régime établi, ainsi que l'écart-type de la qualité de phasage sur l'ensemble des tirages est d'autant plus grande que le défaut introduit est important. Concernant le nombre d'itérations moyen à chaque itération, il augmente avec l'amplitude du défaut introduit, sans pour autant diverger ou atteindre la valeur maximale $p_{max} = 20$ fixée. L'écart-type du nombre d'itérations internes est quant à lui indépendant du défaut introduit. Au lieu de cela, il est lié à l'avancement de la convergence du système : un plus grand nombre d'itérations internes moyennes sont nécessaires en début de convergence, c'est-à-dire lorsque l'état du réseau est fortement éloigné de son état cible.

Enfin, notons que les défauts expérimentaux simulés numériquement ici ne correspondent peut-être pas rigoureusement aux défauts qui seront présents dans le système réel. Ils mettent toutefois en avant la robustesse de la méthode PIM-PR développée, et laissent espérer son bon comportement expérimental.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

II.4.2.1.3. Conclusion sur la méthode PIM-PR appliquée à des matrices de transfert aléatoires complexes et problématique de la connaissance de la matrice de transfert aléatoire complexe de systèmes multi-diffusant

Dans toute la section II.4.2, j'ai évalué les performances de la méthode PIM-PR qui se veut être une généralisation de la méthode PIM permettant le verrouillage des phases d'un réseau d'émetteurs sur un front d'onde cible synthétique arbitraire. Cette méthode généralise la transcription de la phase des faisceaux en intensité de la méthode PIM en exploitant un objet de conversion phase-intensité arbitraire, tout en conservant les forces de la méthode PIM, à savoir sa faible sensibilité au nombre de faisceaux dont les phases sont à verrouiller, sa faible sensibilité aux conditions de phases initiales des faisceaux, et sa forte robustesse aux défauts expérimentaux.

Les résultats de simulation obtenus en utilisant des matrices de transfert aléatoires et complexes, généralement utilisées pour caractériser des algorithmes de recouvrement de phase dans la littérature scientifique, laissent espérer un excellent comportement de cette méthode PIM-PR en conditions expérimentales réelles. Cependant, il reste à trouver un composant ou un dispositif qui réalise une transformation décrite par une matrice aléatoire complexe. Nous avons initialement pensé à la propagation à travers un milieu multi-diffusant. Une mesure de la matrice de transfert en amplitude et phase est cependant impensable. Celle-ci est en général effectuée à l'aide d'une onde de référence qui vient interférer avec un champ propagé dans l'objet diffusant. Pour s'affranchir de cette mesure délicate, je présenterai dans le Chapitre III de ce manuscrit une méthode que nous avons développée à cet effet. Cependant, j'ai dans un premier temps cherché à utiliser un autre type de mélangeur de faisceaux, basé sur un élément diffractant. Pour ce type d'élément, la matrice de transfert du système de conversion phase-intensité peut être estimée par le calcul. Dans la partie II.4.2.2 suivante, je vous présente donc les résultats de simulation ainsi que les résultats expérimentaux obtenus en utilisant un élément diffractif comme mélangeur de faisceaux.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

II.4.2.2. Système de conversion phase-intensité : objet diffractant/réfractant

Les phénomènes interférométriques permettent d'obtenir des informations sur l'écart de phase entre deux faisceaux. Il est donc en principe possible d'utiliser un mélangeur de faisceaux basé sur un objet diffractant ou réfractant suivi d'une propagation en espace libre pour obtenir des franges d'interférences entre faisceaux voisins proches, ou entre tous les faisceaux. La figure d'interférence observée dépend alors des relations de phase entre les faisceaux en champ proche. Pour vérifier ce principe en simulation, j'ai réalisé un programme de calcul diffractif qui modélise des objets diffractants mélangeurs (par exemple un réseau de trous placés devant le réseau de faisceaux, qui par diffraction se mélangent à courte distance). Les valeurs des coefficients complexes de la matrice de transfert de cet objet sont calculées en déterminant le champ issu de chaque émetteur propagé jusqu'à l'ensemble des détecteurs. Chaque calcul de ce type renseigne une colonne de la matrice de transfert.

II.4.2.2.1. Exemples de simulations et sensibilité de positionnement des détecteurs

Au regard du nombre de paramètres pris en compte, une myriade de systèmes optiques sont modélisables. C'est pourquoi je donnerai seulement quelques exemples dans cette section, en précisant les contraintes à respecter. Outre l'aspect rendement énergétique, ce sont des contraintes de placement des détecteurs qui sont à respecter :

- L'espacement entre deux détecteurs adjacents doit être supérieur au diamètre d'un grain de speckle ou à la largeur d'une frange dans la figure d'interférence. En effet, deux détecteurs placés dans un même grain de speckle mesureraient une information fortement corrélée.
- La dimension d'un détecteur doit être inférieure à la dimension d'un grain de speckle. Sans cela, comme le détecteur intègre l'énergie collectée sur sa surface, il est insensible aux variations d'intensité liées aux variations de phase des faisceaux. Plus le détecteur utilisé est petit, plus il est sensible aux variations d'intensité, mais moins l'énergie collectée est importante.
- Comme nous l'avons vu dans la section précédente présentant le principe de la méthode PIM-PR, le nombre de détecteurs utilisés doit être au moins 4 fois plus important que le nombre de faisceaux à phaser.

Les exemples de simulations présentés par la suite considèrent un réseau de faisceaux en maille carrée. Le principe est applicable à une maille hexagonale, ainsi qu'à un arrangement linéaire. Un arrangement bidimensionnel est toutefois préférable à un arrangement linéaire pour obtenir un mélange d'un plus grand nombre de faisceaux à distance de propagation identique. La Figure II-28 montre l'exemple d'un réseau de 16 faisceaux en maille carrée de pas 1,6 mm, filtré par un réseau de trous de diamètre 400 µm centré sur les faisceaux.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

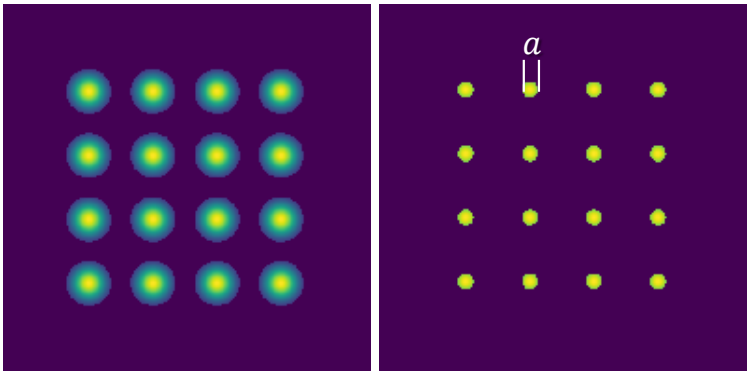


Figure II-28 : A gauche : Eclairement du champ proche à 16 faisceaux arrangés suivant une maille carrée de pas 1,6 mm. Le diamètre à 1/e² en intensité des faisceaux vaut 1,2 mm. A droite : Eclairement du champ proche après filtrage par un réseau de trous en maille carrée de pas 1,6 mm. Chaque trou possède un diamètre a de 400 µm.

Rappelons que le régime de diffraction de Fresnel d'une ouverture de diamètre D intervient pour une distance de propagation z telle que $0{,}62\sqrt{D^3/\lambda} < z < 2D^2/\lambda$. On peut également caractériser le régime de diffraction à l'aide de la longueur de Fresnel de l'ouverture $L_F = D^2/\lambda$, ou encore par le nombre de Fresnel $N_F = D^2/(\lambda z) = L_F/z$. Plus le nombre de Fresnel est petit, plus le champ diffracté a rapidement l'allure du champ lointain.

La largeur minimale des franges d'interférences observées après diffraction par le réseau de n trous en maille carrée est donnée par $\Lambda \approx \lambda z/\left(\left(\sqrt{n}-1\right)p\right)$, où p correspond au pas du réseau. De façon approchée, on peut considérer qu'une ouverture de diamètre D diffracte de l'énergie dans un demi-angle $\theta \approx \lambda/D$. Dans notre exemple de faisceaux en maille carrée, la distance z_{adj} à laquelle deux faisceaux adjacents se recouvrent est donnée en résolvant l'équation suivante suivante :

$$-\theta z_{adj} + \frac{p-a}{2} = 0 \Leftrightarrow z_{adj} = \frac{p-a}{2\theta} = 226\ mm$$

Si l'on souhaite placer des détecteurs dans une zone de recouvrement total des faisceaux, selon cette approximation, la distance de propagation doit être d'au moins :

$$-\theta z_{all} + \frac{\left(\sqrt{n}-1\right)p-a}{2} = 0 \Leftrightarrow z_{all} = \frac{\left(\sqrt{n}-1\right)p-a}{2\theta} = 850\ mm$$

Pour ce mélange complet des faisceaux sur l'axe optique, la dimension des franges d'interférences les plus petites vaut :

$$\Lambda(z_{all}) = \frac{\lambda z_{all}}{\left(\sqrt{n}-1\right)p} = 266\ \mu m$$

En guise d'exemple, l'allure de l'éclairement du champ cophasé à 750 mm, 1000 mm et 1250 mm pour un réseau de 16 faisceaux de pas 1,6 mm, et des trous filtrants de diamètre 400 µm est présenté sur la Figure II-29.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

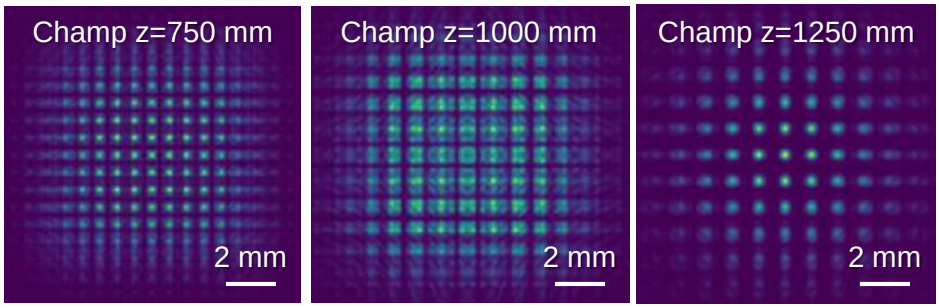


Figure II-29 : Eclairement du champ diffracté associé à 16 faisceaux cophasés diaphragmés par un réseau de 16 trous pour différentes longueurs de propagation[17].

La Figure II-30 montre des exemples de résultats obtenus en plaçant un réseau de 64 détecteurs en maille carrée de pas variable à des distances variables du réseau de faisceaux qui est aussi le plan contenant la plaque de trous (la surface active des détecteurs fait 21 µm²). On peut voir que les valeurs singulières et le conditionnement de la matrice de transfert sont fortement dépendants de ces paramètres. En particulier, le phasage est fortement instable pour un conditionnement supérieur à 100. Les paramètres de la méthode PIM-PR sont $p_{max} = 20$ (nombre maximal d'itérations internes) et $Q_{int}^{seuil} = 0{,}999$ (critère de seuil de recouvrement interne).

Ces résultats montrent que l'arrangement des détecteurs vis-à-vis des trous diffractants pour obtenir des informations non-redondantes est critique et est difficilement prévisible. Pour obtenir une meilleure diversité d'informations, on peut par exemple briser la périodicité du réseau de trous diffractants, ou encore briser la périodicité du réseau de détecteurs (Figure II-31). L'observation des valeurs singulières des configurations A (trous périodiques, détecteurs périodiques), B (trous périodiques, détecteurs apériodiques) et C (trous apériodiques, détecteurs périodiques), montrent que le conditionnement du problème est amélioré par la non-périodicité, qui offre de meilleures performances de qualité de phasage. Pour ces simulations, les paramètres de la méthode PIM-PR sont $p_{max} = 20$ (nombre maximal d'itérations internes) et $Q_{int}^{seuil} = 0{,}999$ (critère de seuil de recouvrement interne).

[17] L'éclairement des champs diffractés à z=750 mm et z=1250 mm est particulier et reproduit le champ proche. Cela vient du fait que cette représentation a été calculée à partir d'émetteurs cophasés en arrangement périodique de pas p et que la distance de propagation correspond à une fraction de la distance de Talbot donnée par : $z_T = \frac{\lambda}{1-\sqrt{1-\lambda^2/p^2}} = 4812\ mm$ (Lord Rayleigh F.R.S, 1881; Kyvalsky, 2003).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

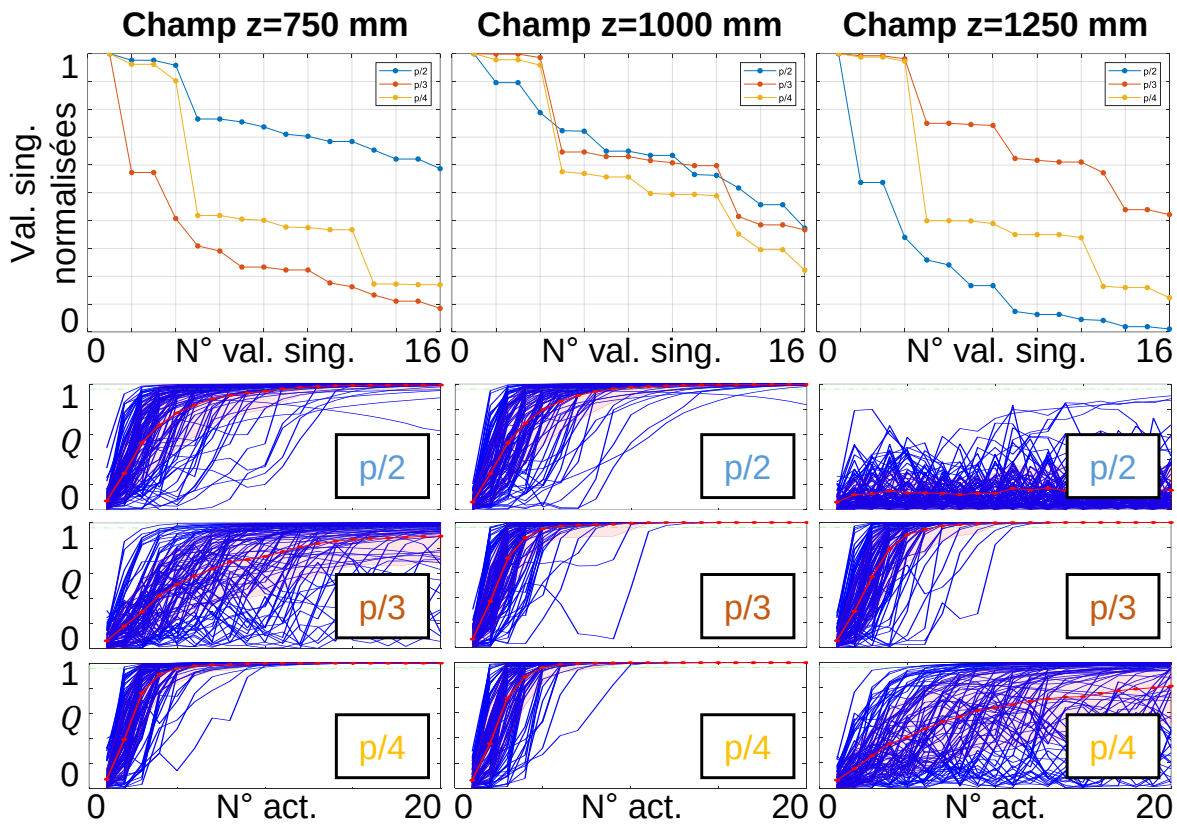


Figure II-30 : Ligne du haut : Valeurs singulières normalisées des matrices de transfert entre le plan du réseau de faisceaux et le plan des détecteurs positionnés en réseau. Elles sont calculées pour un réseau de 64 détecteurs en maille carrée de pas p/2, p/3 et p/4, centré sur le réseau de faisceaux de pas p. Graphiques du bas : Qualités de phasage en fonction du nombre d'actionnements obtenues numériquement pour différentes distances de propagation et différents pas entre détecteurs.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

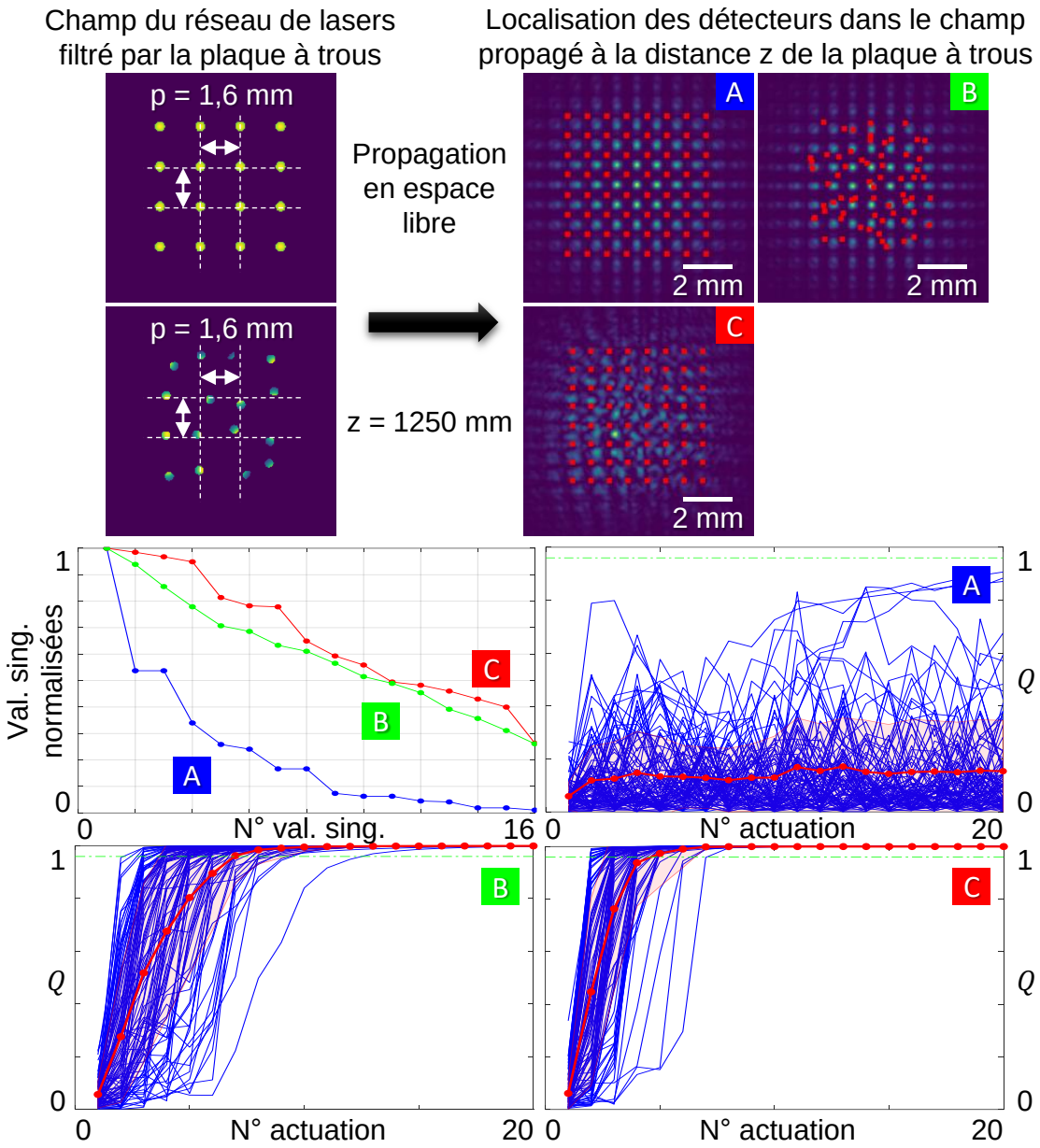


Figure II-31 : Images du haut : Différents positionnements des détecteurs et des trous diffractants séparés par une même distance pour comparaison. Graphiques du bas : Valeurs singulières normalisées et qualités de phasage en fonction du nombre d'actionnements, obtenues numériquement pour une distance z = 1,25 m du réseau de détecteurs et un pas de ce réseau de 1,6 mm.

Enfin, dans le cadre d'une mise en œuvre pratique, même s'il est possible de faire une estimation de la matrice de transfert en connaissant la distribution transverse des émetteurs, l'objet diffractant, la distance séparant l'objet diffractant et le plan des détecteurs, ainsi que la répartition des détecteurs, il faut être capable de positionner correctement la matrice de détecteurs vis-à-vis du réseau d'émetteurs après filtrage. C'est pourquoi les simulations suivantes traitent de la sensibilité à un défaut de positionnement relatif entre le réseau de trous et le réseau de détecteurs. Parmi les défauts possibles, j'ai pris l'exemple d'une translation transversale ou longitudinale des détecteurs par rapport au cas calculé. Les simulations ont été effectuées pour une distance nominale entre la matrice de trous et la matrice de détecteurs de 1250 mm. Le pas des détecteurs en maille carrée est égal à p/3.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Pour simuler les erreurs de positionnement évoquées, l'algorithme utilise une matrice représentant celle de la partie analogique de la méthode PIM-PR (Figure II-12), calculée avec un jeu de positionnements transverse et longitudinal, et une seconde matrice correspondant au positionnement attendu des détecteurs et représentant celle du bloc numérique de cette même Figure II-12. La Figure II-32 représente la moyenne et l'écart-type de la qualité de phasage atteinte au quinzième actionnement (régime établi sans défaut) sur 100 tirages pour lesquels les phases initiales ainsi que les phases cibles sont tirées aléatoirement et selon une loi uniforme dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$.

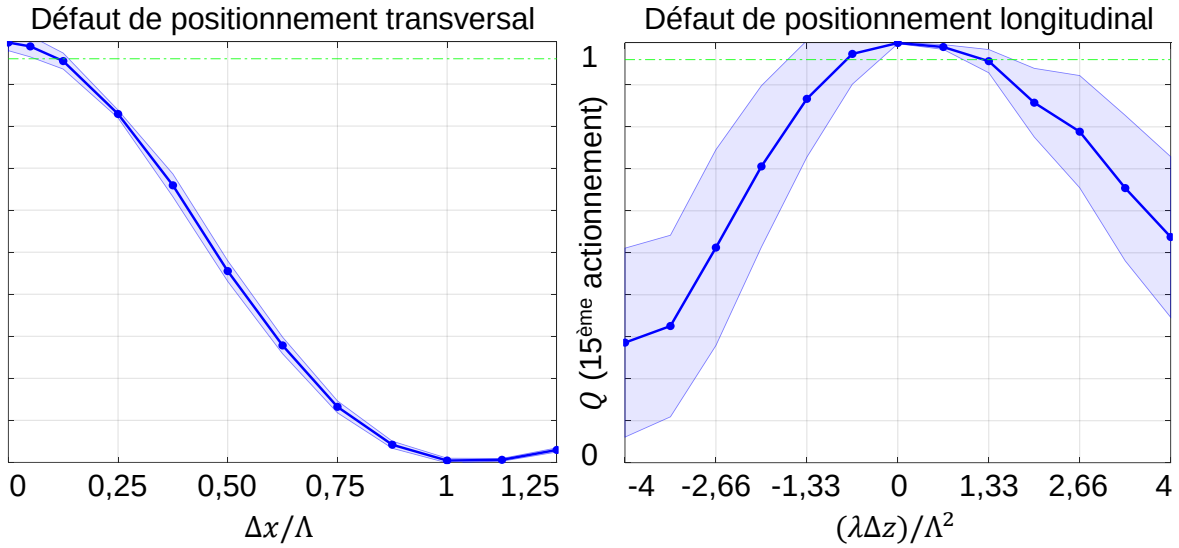


Figure II-32 : Dégradation de la qualité de phasage au 15ème actionnement en présence d'un défaut de positionnement transversal et longitudinal de la matrice de détecteurs vis-à-vis de la matrice de trous diffractants. Le défaut de positionnement transversal est normalisé à la dimension minimale des franges ($\Lambda = 266\ \mu m$), le défaut de positionnement longitudinal à la longueur de Fresnel de la dimension minimale des franges ($\Lambda^2/\lambda = 67\ \mu m$).

Ces résultats témoignent de la rapide dégradation de la qualité de phasage moyenne en présence d'un défaut de positionnement de la matrice de détecteurs vis-à-vis du réseau de trous. Ainsi, dans cet exemple, on conserve un phasage avec une erreur résiduelle inférieure à λ/30 rms pour un défaut de positionnement transversal inférieur à un dixième d'interfrange, ou pour un défaut de positionnement longitudinal inférieur à la longueur de Fresnel des franges (ici, 2% de la distance nominale entre les trous et les détecteurs). Rappelons que la matrice de transfert est calculée en « allumant » les faisceaux un par un, en les faisant traverser l'objet diffractant, en faisant propager le champ transmis jusqu'au plan des détecteurs, et en relevant le module et la phase sur l'ensemble des détecteurs. Un trou filtrant, après propagation, crée une tache d'Airy à phase parabolique (Figure II-33), dont le rayon de courbure augmente avec la distance de propagation.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

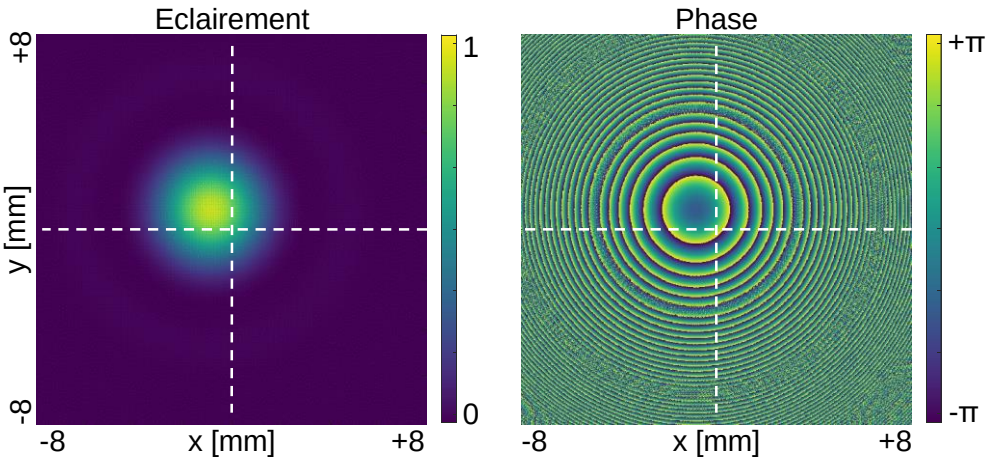


Figure II-33 : Eclairement et phase d'un faisceau gaussien filtré par un trou de diamètre 400 µm diffracté jusqu'à la distance z=1250 mm.

Ainsi, une erreur de positionnement transverse des détecteurs conduit à une légère variation de l'amplitude des coefficients de de la matrice de transfert, ainsi qu'à une variation de phase quasi constante sur chaque colonne de la matrice de transfert (Figure II-34). Une erreur de positionnement longitudinal introduit une variation de phase parabolique sur chaque colonne de la matrice de transfert, liée à la différence de rayons de courbure entre le plan nominal et le plan réel.

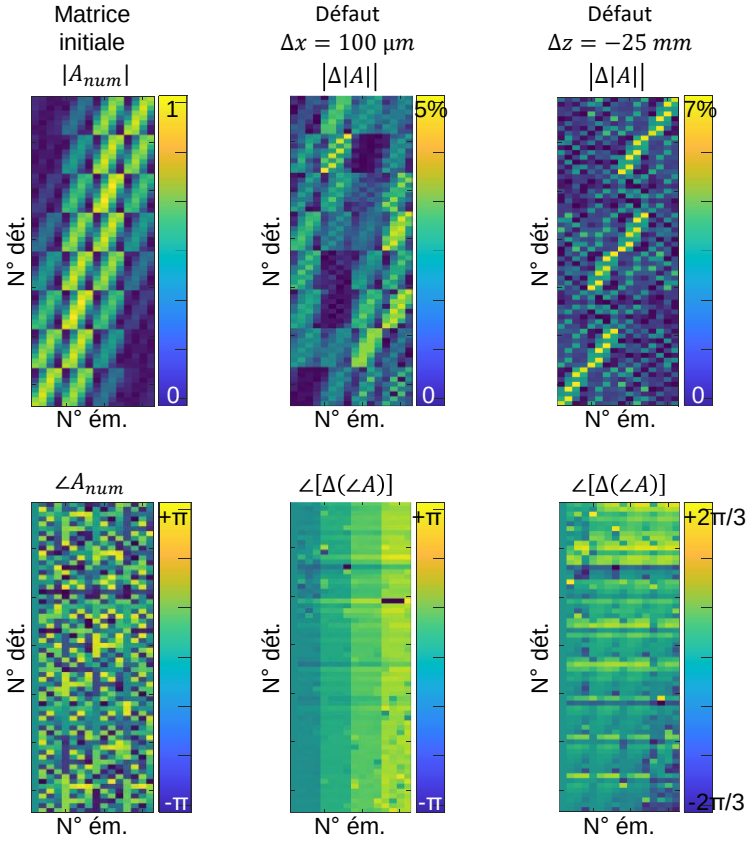


Figure II-34 : Colonne de gauche : Exemple de matrice de transfert. Colonne centrale : Erreur sur la matrice de transfert commise par un décalage transverse de 100 µm du réseau de détecteurs. Colonne de droite : Erreur sur la matrice de transfert commise par un décalage longitudinal de -25 mm du réseau de détecteurs.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Quel impact a cette différence de matrices de transfert sur la convergence de l'algorithme ? Comme le montre la Figure II-35, en présence d'un défaut de positionnement transverse, l'algorithme converge toujours, mais vers le conjugué de l'erreur de phase moyenne de chaque colonne. On observe une légère dispersion liée aux coefficients de phase non constants sur l'erreur entre les deux matrices de transfert. Pour un défaut de positionnement longitudinal, l'erreur de phase sur une colonne de la matrice de transfert est fortement variable. L'algorithme devient alors instable mais rapproche malgré tout les phases du réseau de faisceaux vers les phases cibles. Cette instabilité rend difficile la comparaison de l'erreur de phase moyenne en régime établi à l'erreur sur la phase de la matrice de transfert.

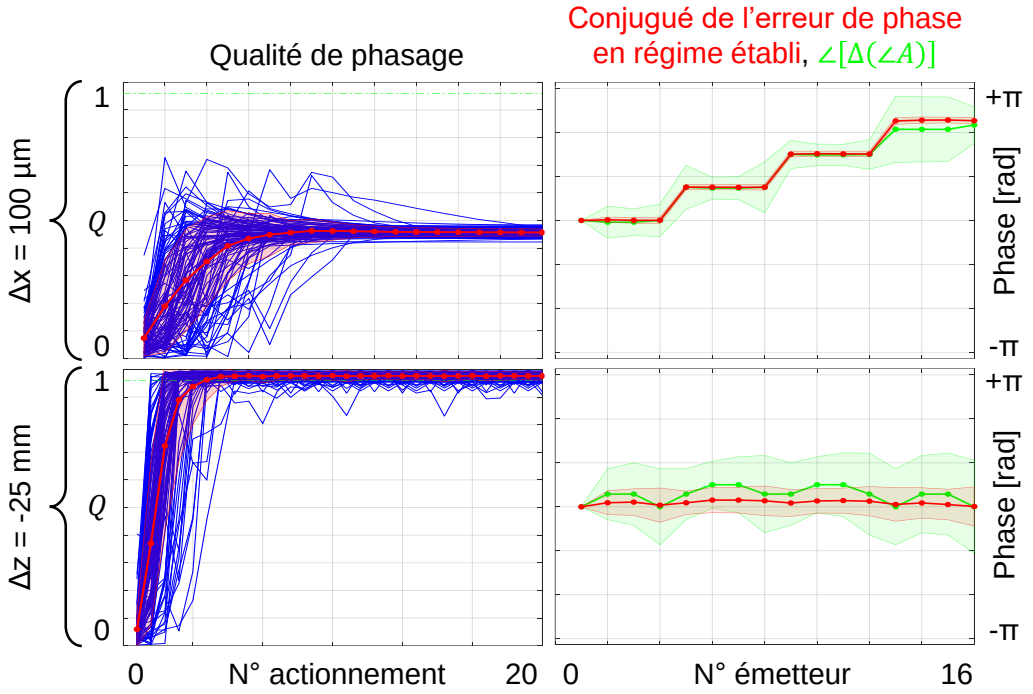


Figure II-35 : Colonne de gauche : Qualités de phasage associées aux défauts de positionnement transversaux et longitudinaux. Colonne de droite : Conjugué de l'erreur de phase en régime établi (en rouge) et déphasage des colonnes de l'erreur sur la matrice de transfert (en vert). Les résultats ont été obtenus pour 100 tirages de phases initiales et de phases cibles aléatoirement choisies dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$.

Ces simulations ont montré la possibilité de phaser un réseau d'émetteurs en utilisant un mélangeur associant un réseau de trous diffractants une propagation en espace libre. La matrice de transfert d'un tel système n'est pas aléatoire, et sa singularité dépend fortement du positionnement relatif entre les trous et le réseau de détecteurs. Dans le cas d'un défaut de positionnement par rapport au cas calculé, la méthode PIM-PR reste stable si le défaut introduit une erreur de phase constante sur chaque colonne de la matrice de transfert erronée. Plus l'erreur de phase sur une colonne de la matrice erronée est grande, plus la méthode est instable. La méthode est donc robuste à un défaut de positionnement transverse de la matrice de détecteurs, dans la mesure où le défaut n'excède pas la dimension d'un grain de speckle.

Voyons maintenant si ce principe fonctionne en réalité, dans le cadre d'expérimentations sur un banc modèle à base de SLMs[18]. Je n'avais à ce stade aucun moyen simple de mesurer la matrice de transfert du système. Il est donc nécessaire que le banc modèle soit entièrement

[18] SLM : *Spatial Light Modulator*, ou *Modulateur Spatial de Lumière* en français.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

contrôlable pour placer une matrice de détecteurs à la position attendue ayant servie pour estimer la matrice de transfert par calcul diffractif.

II.4.2.2.2. Banc modèle à base de SLMs et résultats expérimentaux

Les deux sections précédentes ont montré la capacité d'un objet diffractant placé devant les faisceaux à phaser un réseau d'émetteurs lasers. J'ai cherché à vérifier expérimentalement ce principe en réalisant le banc modèle présenté sur la Figure II-36.

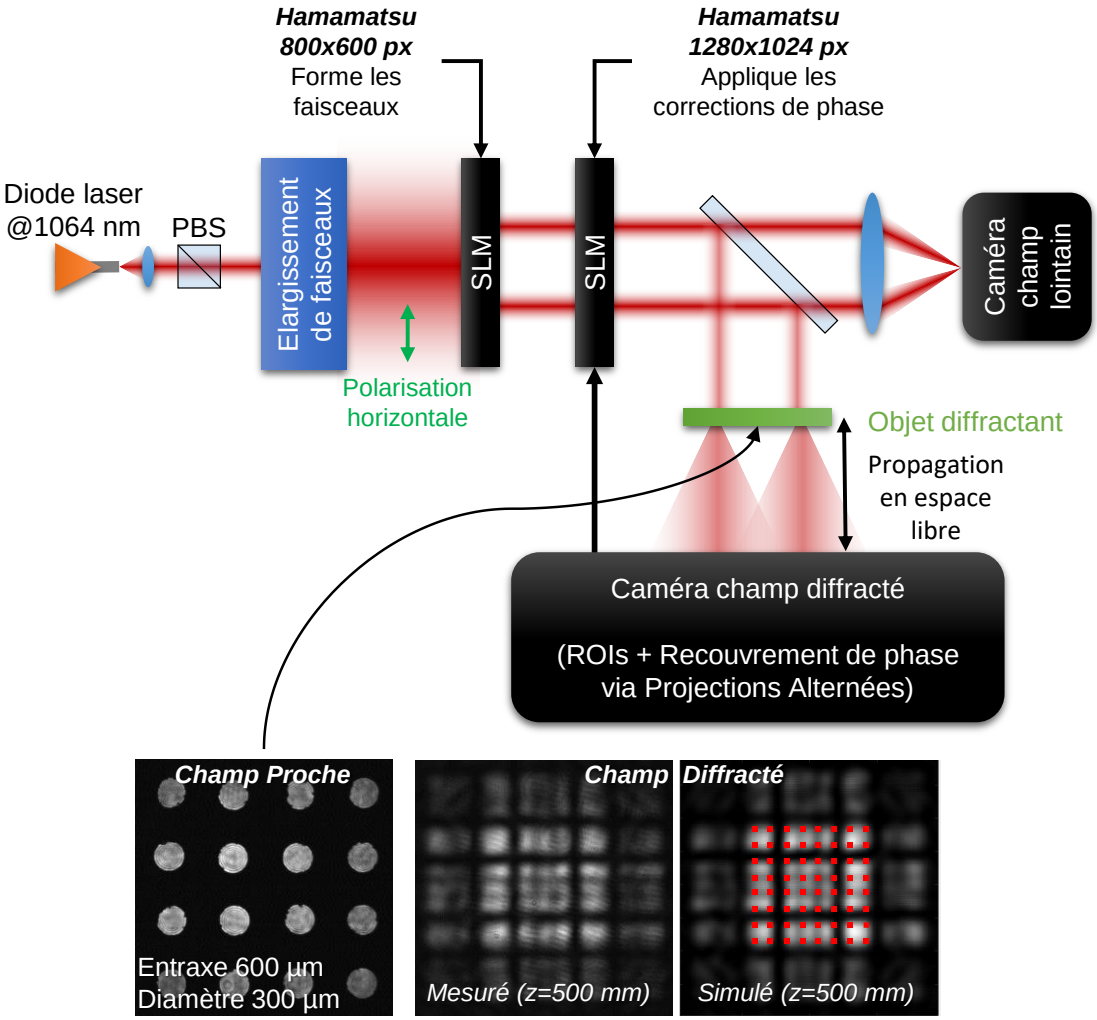


Figure II-36 : Synoptique simplifié du montage expérimental réalisé. Les positions du réseau de détecteurs sont affichées en rouge dans le champ diffracté. Chaque ROI[19] jouant le rôle de détecteur fait 5x5 pixels de la caméra. PBS : *Polarizing Beam Splitter.*

Le rayonnement émis par une diode laser fibrée à 1064 nm est collimaté, et traverse un cube polarisant pour ne conserver que la polarisation rectiligne parallèle à la table de manipulation. Un montage afocal agrandit le faisceau collimaté. Un ensemble de réseaux de diffraction est formé sur un premier SLM de façon à former un réseau de faisceaux disjoints et cohérents entre eux sur le premier ordre de diffraction (Figure II-37). L'alignement des traits des réseaux disjoints renseigne sur le déphasage entre les faisceaux formés sur l'ordre de diffraction 1. Le filtrage des ordres de diffraction indésirables est effectué au foyer d'une lentille convergente. Ce premier SLM permet donc de simuler des faisceaux d'entrée de phase quelconque en

[19] ROI : *Region Of Interest*, ou *Région d'Intérêt* en français.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

modifiant l'alignement des traits des réseaux individuels les uns par rapport aux autres. Pour des réseaux alignés, la planéité du front d'onde composite formé, liée à la planéité du front d'onde du faisceau collimaté, est contrôlée à l'aide d'un analyseur de Shack-Hartmann. Les faisceaux formés ont un entraxe de 600 µm et un diamètre de 500 µm. Un second SLM est placé dans un plan image du premier SLM, et joue le rôle de réseau de modulateurs de phase pour appliquer les corrections de phase issues de la boucle opto-numérique. Une séparatrice permet d'afficher sur un bras le champ lointain du réseau de faisceaux, et de placer le filtre diffractant sur l'autre bras. L'objet diffractant est ici un réseau de trous circulaires d'entraxe 600 µm et de diamètre 300 µm. Il est placé dans un plan image des deux SLM, donc dans le plan du réseau de faisceaux. Une caméra est placée dans le champ diffracté à distance du filtre. De multiples zones (ROIs) de la caméra, de petite dimension (5x5 pixels), sont utilisées en tant que photodétecteurs et collectent des portions de l'intensité du champ diffracté. La carte d'intensité collectée alimente l'algorithme de recouvrement de phase à projections alternées de la méthode PIM-PR, qui à son tour renvoie une correction de phase à appliquer sur le SLM.

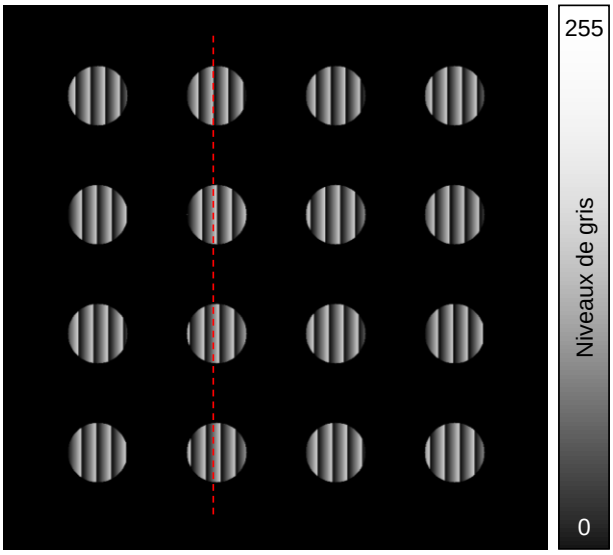


Figure II-37 : Image en niveaux de gris affichée sur le SLM1 pour former un réseau de faisceaux cohérents entre eux sur l'ordre de diffraction 1. L'alignement relatif entre les traits de chaque réseau définit les écarts de pistons de phase des faisceaux du réseau.

Pour estimer la matrice de transfert du système optique formé, j'ai mesuré l'intensité du champ proche filtré à l'aide d'une caméra. La phase du champ proche filtré est supposée nulle. Je modélise la propagation de chacun des faisceaux filtrés à une distance suffisante pour mélanger l'ensemble des faisceaux (500 mm dans cet exemple), calcule l'amplitude et la phase sur les zones de détection de la caméra. En s'assurant de la bonne correspondance de l'indexation des faisceaux et des détecteurs numériques et physiques, le calcul effectué fournit une estimation de la matrice de transfert du système, représentée sur la Figure II-38. Pour des raisons de simplicité, j'ai choisi un réseau de détecteurs en maille carrée indexé linéairement. La matrice de transfert obtenue dans ce cas apparaît très structurée en module. En revanche, en mélangeant les lignes et les colonnes de cette matrice, c'est-à-dire en choisissant une indexation aléatoire du réseau d'émetteurs et de détecteurs, la matrice paraît visuellement aléatoire et contient toujours la même information (décomposition en valeurs singulières identique).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

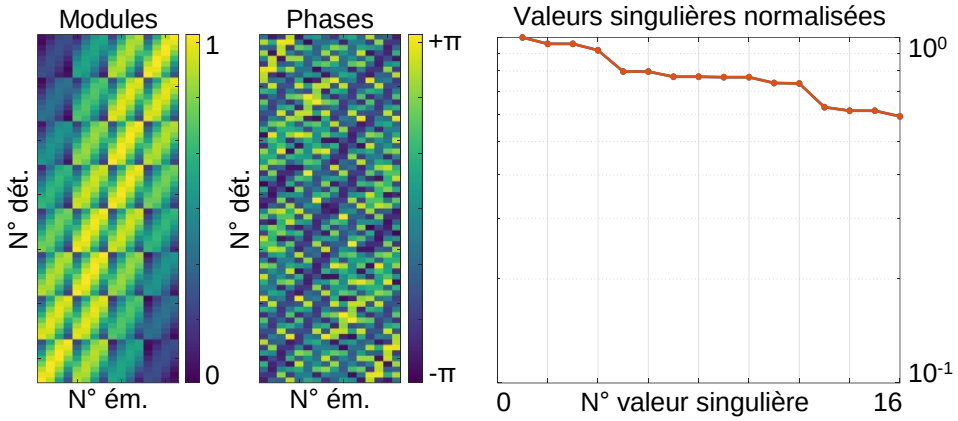


Figure II-38 : Allure de la matrice de transfert estimée par calcul en indexation « linéaire » des émetteurs et des détecteurs.

L'avantage d'utiliser un SLM dans cette démonstration de principe est qu'il est possible de figer les phases relatives entre les émetteurs et donc de comparer le placement transversal des détecteurs physiques à la position attendue. Ce positionnement peut être repéré par rapport à la figure d'éclairement du champ cophasé diffracté à la distance voulue par exemple. Cela permet un alignement du système réel proche du système calculé, et de ce fait une matrice de transfert proche de celle calculée. Le positionnement transverse est ajusté en maximisant la qualité de phasage obtenue en lançant la méthode PIM-PR en mode cophasage.

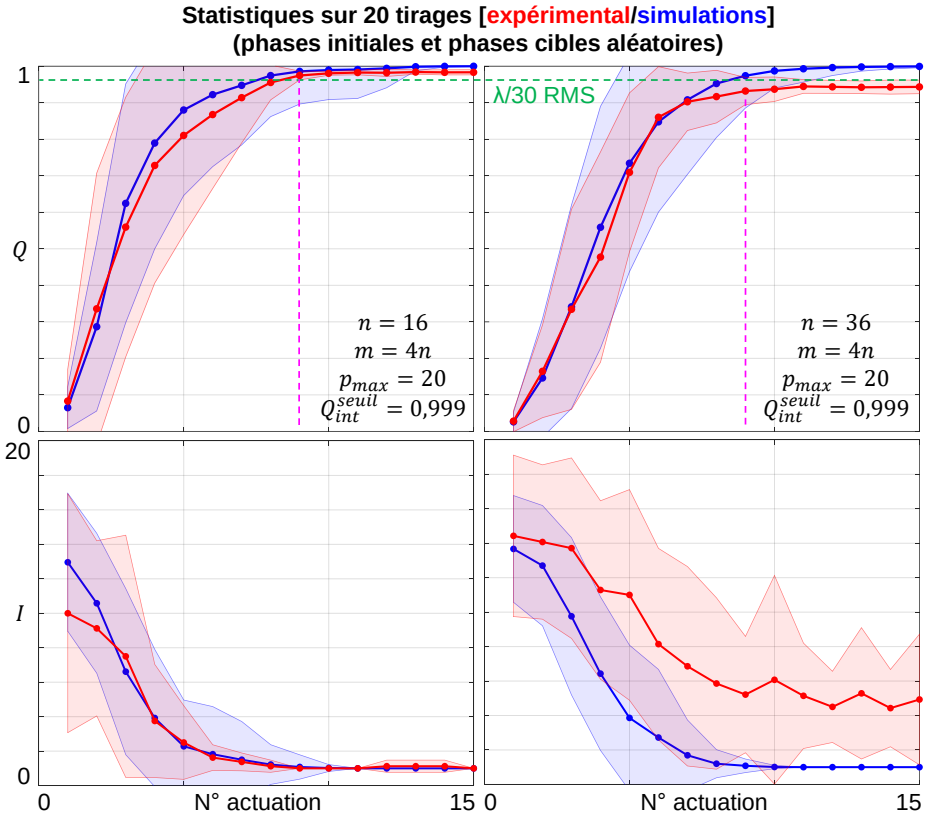


Figure II-39 : Statistiques sur les résultats expérimentaux obtenus (en rouge), comparés aux résultats numériques (en bleu). Les courbes en gras correspondent à la moyenne, tandis que les aires colorées représentent l'écart-type autour de la moyenne. La ligne du haut représente la qualité de phasage, celle du bas le nombre d'itérations internes. La colonne de gauche présente les résultats à 16 faisceaux, celle de droite les résultats à 36 faisceaux.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

La Figure II-39 présente les résultats obtenus pour phaser $n = 16$ et $n = 36$ faisceaux en maille carrée, pour $m = 4n$ en utilisant la démarche décrite précédemment. Les faisceaux « top hat » de diamètre 300 µm formés par le filtre diffractif sont arrangés suivant une maille carrée de pas 600 µm. Le rayonnement filtré est propagé en espace libre sur une distance de 500 mm. Le nombre maximal d'itérations internes a été fixé à $p_{max} = 20$, tandis que le critère de seuil de recouvrement interne est fixé à $Q_{int}^{seuil} = 0{,}999$. Les résultats obtenus témoignent d'une bonne cohérence entre les mesures expérimentales (en rouge) et les simulations (en bleu). Les statistiques sont calculées à partir d'une vingtaine de tirages pour lesquels les phases cibles ainsi que les phases initiales sont aléatoirement choisies. Dans les deux cas, le régime établi est atteint en moins de 10 actionnements. Pour 16 faisceaux, l'erreur résiduelle en régime établi est inférieure à λ/30 rms. Pour 36 faisceaux, elle est inférieure à λ/20 rms. La dégradation de la qualité de phasage provient de la différence entre la matrice de transfert obtenue par calcul diffractif et la matrice de transfert du système optique réel. En effet, plus on cherche à phaser de faisceaux, plus le nombre de détecteurs est grand et plus il est délicat de les aligner vis-à-vis du champ diffracté. Ces erreurs se ressentent sur le nombre d'itérations internes qui est de quelques unités en régime établi à 36 faisceaux. De plus, la section du faisceau collimaté, dans lequel on vient découper le réseau de faisceaux avec le premier SLM, est plus grande et ses aberrations résiduelles sont prises en compte par l'algorithme de phasage. Or, la qualité de phasage est calculée à partir des phases affichées sur le SLM de correction, qui compense les aberrations amont, ce qui fait donc diminuer la qualité de phasage calculée.

Enfin, en verrouillant la phase des faisceaux lasers sur des phases cibles arbitraires, j'ai montré qu'il était possible de façonner la répartition énergétique du champ lointain (Figure II-40). Par exemple, en verrouillant les faisceaux adjacents en opposition de phase, on retrouve bien en champ lointain les 4 lobes d'intensité identique caractéristiques de ce jeu de phases. Plus le nombre de faisceaux contrôlés est grand, plus le nombre de degrés de liberté est important, et plus il est possible de sculpter l'énergie lumineuse suivant des formes complexes.

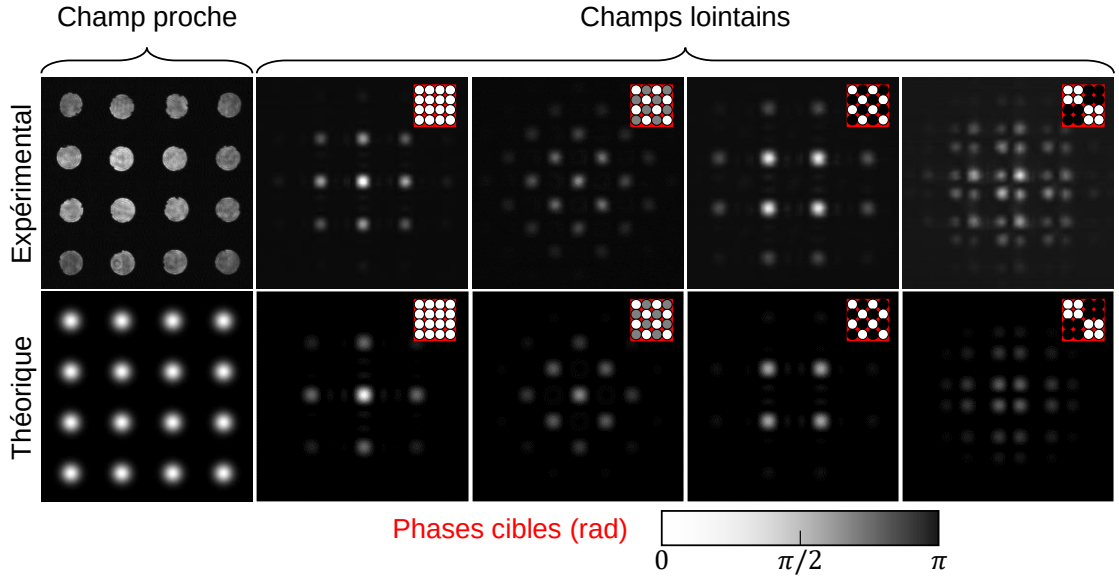


Figure II-40 : Exemple d'éclairements champs lointains obtenus en régime établi pour 16 faisceaux verrouillés en phase. Pour chaque champ lointain, les 16 disques en niveaux de gris dans les zones rouges représentent les phases cibles. Les résultats obtenus montrent les capacités de mise en forme de faisceaux offertes par la méthode PIM-PR.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté le développement d'une méthode itérative de verrouillage des phases de réseaux de faisceaux lasers vers des jeux cibles arbitraires. Une telle méthode permettrait, après mesure des distorsions atmosphériques, de pré-distordre le front d'onde synthétique de façon à former un lobe central brillant sur une cible après traversée de l'atmosphère turbulente.

Dans un premier temps, les modifications algorithmiques apportées à la méthode PIM développée par David Kabeya (Kabeya, 2016), ne m'ont pas permis de profiler à façon le front d'onde synthétique d'un réseau d'émetteurs lasers. Les fronts d'onde accessibles sont limités à des cartes de phase comprises dans l'intervalle $[-\pi/3\,;+\pi/3]^n$. Dans un second temps, j'ai présenté la méthode PIM-PR, développée au cours de ma thèse. Cette nouvelle méthode est une généralisation de la méthode PIM en ce qu'elle permet l'utilisation d'un mélangeur de faisceaux quelconque, là où la méthode PIM était limitée à un système de filtrage à contraste de phase. Cette nouvelle méthode emploie une boucle interne de recouvrement approché de la phase du champ laser synthétique, et permet le verrouillage d'un réseau d'émetteurs sur des phases arbitraires, c'est-à-dire comprises dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. L'asservissement comprend donc une boucle numérique interne intégrée dans une boucle opto-numérique principale. L'algorithme a été développé en collaboration avec Paul Armand, un mathématicien d'Xlim.

Des simulations numériques de cette nouvelle méthode, en supposant le dispositif d'encodage phase-intensité représenté par une matrice de transfert aléatoire, ont montré sa faible sensibilité au nombre de faisceaux, aux conditions initiales, ainsi qu'aux défauts expérimentaux. En particulier, en utilisant quatre fois plus de détecteurs que d'émetteurs (cette condition est nécessaire au bon fonctionnement de la boucle interne de recouvrement de phase), la durée nécessaire au verrouillage des phases du réseau de lasers évolue de façon logarithmique avec le nombre de faisceaux à contrôler.

Sur le plan expérimental, le principe de cette nouvelle méthode a été validé en utilisant un mélangeur de faisceaux basé sur la diffraction, réalisé par un réseau de diaphragmes placés sur le trajet du réseau de faisceaux. Les résultats obtenus sur un banc modèle utilisant des modulateurs spatiaux de lumière ont montré le verrouillage de 16 et 36 faisceaux sur des phases cibles arbitraires en moins de 10 actionnements, et avec une erreur résiduelle de λ/30 rms et λ/20 rms respectivement. Un mélangeur basé sur un objet diffractant a été choisi car je ne disposais pas, à ce moment de ma thèse, de moyen pratique de mesure de la matrice de transfert du système de conversion phase-intensité. Or, un objet diffractant simple, couplé à un banc modèle contrôlable, permet d'estimer par le calcul la matrice de transfert du système de conversion et de régler le système réel sur le système calculé.

Toutefois, un système mélangeur à élément diffractant n'est pas idéal car pour certaines configurations la matrice de transfert est singulière et entraîne une instabilité de la méthode. De plus, dans le cas d'un système réel, du fait des fluctuations dynamiques des phases entre les émetteurs à verrouiller, il devient difficile de régler le système réel pour qu'il corresponde au système calculé. Il reste toujours possible d'éclairer le filtre diffractif du système réel avec une onde plane de référence comme dans le cas du banc test. Toutefois, en ajoutant des perturbations de phase supplémentaires connues à cette onde de référence, nous verrons dans le chapitre suivant, comment il est possible d'extraire les coefficients complexes de la matrice de transfert du système optique.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chapitre III. Méthode de mesure de la matrice de transfert d'un système optique

III.1. Introduction

Le chapitre précédent présentait la méthode de phasage PIM-PR au cœur de mes travaux de thèse. J'ai décrit tout d'abord le principe de cette méthode qui utilise un objet diffractant comme mélangeur de faisceaux pour l'analyse des phases. Par la suite, j'ai rapporté la première démonstration de verrouillage des phases de 16 puis 36 faisceaux sur un front d'onde discret arbitraire, réalisée avec un banc modèle à base de SLMs. Le régime établi a été atteint en moins de 10 actionnements de phase, avec une erreur résiduelle de $\lambda/30$ rms et $\lambda/20$ rms respectivement.

Dans cette première démonstration de principe, j'ai estimé par calcul diffractif la matrice de transfert du système mélangeur, puis fait en sorte de régler celui du banc expérimental pour que sa matrice de transfert corresponde au mieux à celle calculée. Cette étape de réglage nécessite de caler avec le système de détection un champ expérimental diffracté par l'objet mélangeur sur celui donné par le calcul. Malheureusement, ce réglage n'est pas transposable à un cas réaliste pour lequel les phases relatives non contrôlées pendant l'étape d'alignement (boucle d'asservissement ouverte) sont susceptibles d'évoluer en permanence.

De plus, nous avons vu que la matrice de transfert liant le positionnement des lasers arrangés en réseau aux points de détection, après propagation à travers un objet diffractant utilisé comme mélangeur de faisceaux peut être, selon les positions des émetteurs et détecteurs, singulière. Cette singularité rend le système fortement instable et ne permet pas le phasage du réseau. Aussi, numériquement, ce sont les matrices aléatoires complexes, correspondant par exemple à la traversée d'un milieu diffusant par les faisceaux, qui offrent les meilleures performances pour verrouiller à façon les phases d'un réseau de faisceaux lasers.

Pour répondre à la problématique de positionnement des détecteurs en utilisant un objet diffractant, ou bien pour se permettre d'utiliser un objet diffusant pour mélanger les faisceaux, il est nécessaire de mesurer la matrice de transfert du système de conversion phase-intensité formé. Après une très brève introduction aux méthodes existantes de mesure de matrices de transfert, ce chapitre présente la méthode que j'ai baptisée PIM-TMR[20], développée dans ma thèse pour mesurer des matrices de transfert.

[20] PIM-TMR : Phase-Intensity Mapping for Transfer Matrix Retrieval

Licence CC BY-NC-ND 3.0

III.2. Quelques méthodes de mesure de matrices de transfert existantes

Je vais dans un premier temps vous présenter très brièvement quelques méthodes de mesure de matrices de transfert optique existantes dans la bibliographie. Rappelons qu'en optique, nous n'avons un accès direct qu'à l'amplitude du champ électrique. La mesure de la phase est en général délicate et indirecte. Ainsi, jusqu'en 2015, les mesures de matrices de transmission se faisaient principalement à l'aide d'une onde de référence, par des méthodes d'interférométrie à saut de phase. La première matrice de transfert d'un milieu diffusant a été mesurée par une équipe de l'institut Langevin (Popoff *et al.*, 2010). Le schéma de la méthode utilisée est présenté sur la Figure III-1. La matrice de transfert recherchée relie les pixels de la caméra aux pixels contrôlés par le SLM, choisis en nombre identique. Les pixels contrôlés par le SLM sont excités suivant une base de Hadamard. L'onde de référence est formée par la lumière non modulée réfléchie par le SLM.

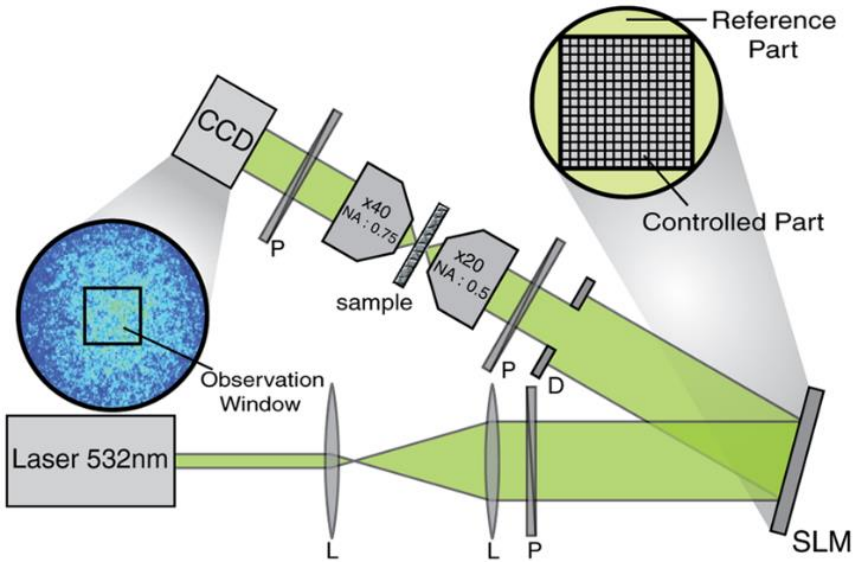


Figure III-1 : Schéma expérimental de la méthode de mesure de matrice de transfert utilisée dans (Popoff *et al.*, 2010).

Pour extraire l'information de phase correspondant à chaque vecteur d'entrée sur les pixels de la caméra, le déphasage entre l'onde de référence et les vecteurs de Hadamard est modifié via le SLM pour prendre séquentiellement les valeurs $\left\{0;\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2};\pi\right\}$. L'intensité correspondant à chaque déphasage est mesurée sur la caméra CCD (Charge-Coupled Device) et permet de retrouver le champ complexe recherché. Cette méthode nécessite donc de faire l'acquisition de 4 images par mode d'entrée, soit au total $4n$ mesures pour calculer une matrice de transmission de dimension $n \times n$. Dans ce cas, la matrice est calculée à la phase près du front d'onde de référence ayant traversé le milieu, ce qui n'est plus le cas lorsqu'une onde de référence connue a traversé le milieu à caractériser. Dans le cadre de la mise en phase d'un réseau de lasers, on peut vouloir verrouiller la phase d'un nombre relativement faible de faisceaux (9 arrangés selon une maille carrée par exemple). Notons que ce principe est applicable en utilisant une onde de référence provenant d'un bras extérieur au prix d'un montage optique plus complexe et moins stable.

Les techniques de mesure de matrices de transfert n'utilisant pas d'onde de référence nécessitent des algorithmes plus complexes. Parmi les algorithmes utilisés, on peut citer l'algorithme de recouvrement de phase de Gerchberg & Saxton (Gerchberg and Saxton, 1972)

Licence CC BY-NC-ND 3.0

déjà présenté dans le chapitre précédent, ou encore les méthodes d'optimisation bayesiennes, comme cela a été fait dans (Drémeau *et al.*, 2015) en utilisant l'algorithme « Variational Bayesian EM algorithm » (Beal, 2003). Avec ce dernier algorithme, en appliquant 6000 modulations binaires aléatoires sur les 900 pixels d'un DMD[21] (seulement environ 50% des pixels du DMD sont utilisés), Drémeau et al ont réussi à mesurer une matrice de 400x400 éléments en environ 5 minutes. Cette approche pourrait en principe être appliquée à notre problématique mais sa mise en œuvre algorithmique est complexe.

III.3. Présentation de la méthode de mesure de matrice de transfert PIM-TMR

III.3.1. Principe de la méthode PIM-TMR et présentation de l'algorithme à Projections Alternées « Multi-start »

Il est possible de considérer le problème de la mesure d'une matrice de transfert sous la forme d'un problème de recouvrement de phase. Dans un premier temps, rappelons le problème de recouvrement de la phase d'un champ complexe discrétisé suivant n échantillons et modélisé sous la forme d'un vecteur colonne $x \in \mathbb{C}^n$. On mesure des informations intensimétriques à partir d'une transformation du champ x en un champ complexe $y \in \mathbb{C}^m$. Une matrice de transfert $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ relie le champ inconnu x au champ y à travers l'équation $y = Ax$. Le problème de recouvrement de phase consiste à retrouver le champ inconnu x en connaissant la matrice de transfert A, à partir de mesures intensimétriques $b^2 = |y|^2 \in \mathbb{R}_+^*$ du champ y. Mathématiquement, cela revient à résoudre l'équation suivante :

$$|Ax| = \sqrt{|y|^2} = b$$

Pour relier le problème de la mesure d'une matrice de transfert à celui du recouvrement de phase, je vais m'appuyer sur la Figure III-2.

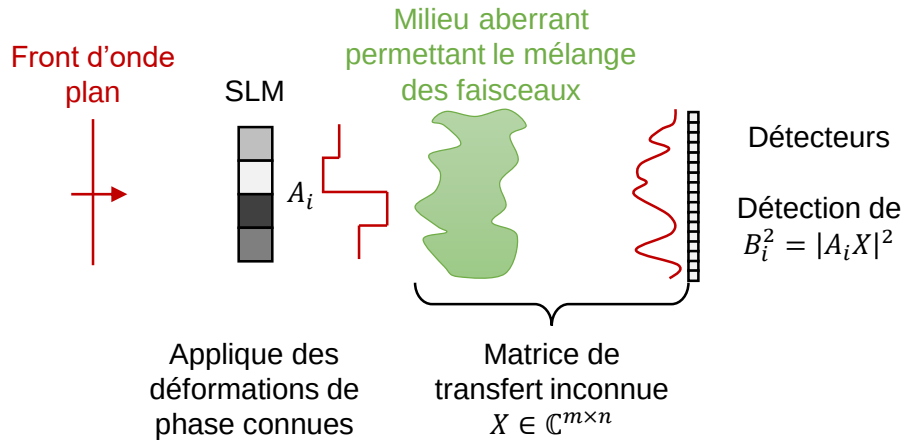


Figure III-2 : Principe de la méthode de mesure de la matrice de transfert du système optique PIM-TMR.

Sur cette figure, la matrice de transfert caractérise la transformation du champ d'entrée à travers le milieu de mélange des champs, sa propagation, et son échantillonnage dans le plan de détection. En utilisant une onde de référence connue, par exemple un front d'onde plan, ou

[21] DMD : Digital Micro-mirror Device. C'est un modulateur spatial d'amplitude composé d'une matrice de micro-miroirs actionnés par un microcontrôleur contrôlant leur orientation.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

un état de phase figé et connu du réseau de lasers, on peut utiliser un élément annexe (SLM sur la Figure III-2) qui lui applique des jeux de phases également connus. De cette façon, à chaque carte de phase $A_i \in \mathbb{C}^{1\times n}$ (n étant le nombre d'émetteurs dans le problème de mise en phase au cœur de ma thèse) appliquée au champ de référence, on associe une carte de mesures $B_i = \sqrt{|A_i X|^2} \in {\mathbb{R}_+^*}^{1\times m}$ (m est le nombre de détecteurs utilisés) après transformation par la matrice de transfert inconnue $X \in \mathbb{C}^{n\times m}$. En appliquant N cartes de phases connues sur le champ de référence et en relevant l'intensité sur les détecteurs à travers la matrice de transfert inconnue, on obtient une matrice de tests $A \in \mathbb{C}^{N\times n}$ et une matrice de mesures $B \in {\mathbb{R}_+^*}^{N\times m}$. Chaque colonne de ces matrices correspond à un couple de cartes phases-intensités testé. Mathématiquement, retrouver la matrice de transfert $X \in \mathbb{C}^{n\times m}$ inconnue revient donc à résoudre l'équation :

$$|AX| = B$$

Dans le problème précédent, on recherchait le vecteur champ x (champs du réseau de lasers) donnant le vecteur mesure b (amplitudes collectées par le réseau de photodiodes) à travers la matrice de transfert A (propagation à travers un objet diffractant ou diffusant). Cette fois, comme schématisé sur la Figure III-2, on recherche la matrice X (propagation à travers un objet diffractant ou diffusant) reliant la matrice de tests d'entrée A (N structures de champs des lasers en réseau) à la matrice des mesures correspondantes B (N jeux d'amplitudes collectées par le réseau de photodiodes). Même si le problème est cette fois sous forme bidimensionnelle, l'équation à résoudre reste la même, avec cependant beaucoup plus de variables complexes.

Compte tenu des performances offertes par la boucle interne de la méthode PIM-PR qui réalise une opération de recouvrement de phases, on peut réadapter le principe de cette boucle à ce nouveau problème. Toutefois, l'objectif de la boucle de recouvrement est différent sur plusieurs points :

- Dans la méthode PIM-PR, les mesures évoluaient à chaque correction de phase appliquée. Dans la méthode PIM-TMR, schématisée sur la Figure III-3, on mesure des jeux d'intensité correspondant aux cartes de phase appliquées, à partir desquelles la matrice de transfert est recherchée en post-traitement. **Les données d'entrée de l'algorithme PIM-TMR sont mesurées une fois et n'évoluent donc pas lors du calcul de la matrice de transfert**.
- La méthode PIM-PR possédait des contraintes en bande passante qui obligeaient à réduire le nombre d'itérations internes. Ici, la matrice de transfert est supposée stable sur plusieurs minutes voire plusieurs heures. **Les contraintes de rapidité sont atténuées**.
- Dans la méthode PIM-PR, on cherchait à verrouiller les phases du réseau de lasers sur un jeu cible servant par ailleurs pour l'initialisation rapide de la méthode. Ici, on ne dispose d'aucun a priori sur la matrice de transfert. On peut utiliser une **initialisation aléatoire** des coefficients complexes de la matrice de transfert, à condition de disposer d'un nombre suffisant de jeux de phases tests. On peut également utiliser une **initialisation spectrale**, qui appliquée à ce nouveau problème s'écrit :

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Initialisation spectrale présentée dans (Candès, Li and Soltanolkotabi, 2015)***, adaptée à un problème bidimensionnel***

Entrées : Les mesures réalisées $B \in {\mathbb{R}_+^*}^{N \times m}$, la matrice d'entrée $A \in \mathbb{C}^{N \times n}$.

1. Calculer :

$$\lambda^2 = n \frac{\sum_{i=1}^{N} B^2(i,:)}{\sum_{i=1}^{N} \|A(i,:)\|^2}$$

2. Calculer x_0, normalisé à $\|x_0\| = \lambda$, pour être le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre de :

$$Y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A^*(i,:) B^2(i,:) A(i,:)$$

Sortie : Matrice de transfert initiale $\widehat{X_0}$.

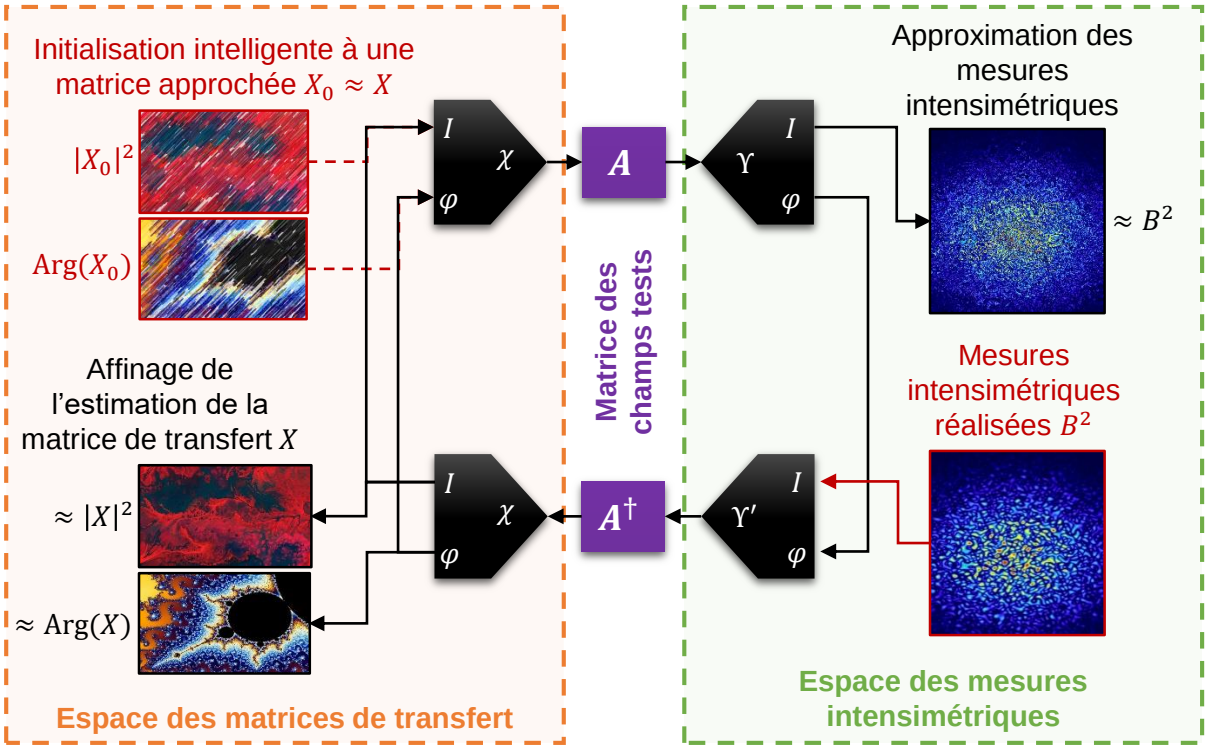


Figure III-3 : Synoptique de l'algorithme à Projections Alternées formant la boucle numérique de recouvrement de matrice de transfert de la méthode PIM-TMR. A : Matrice des champs tests. $A^\dagger$: Pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice des champs tests. B : matrice des mesures associées aux champs tests (amplitudes après transformation par la matrice X). Les données d'entrée du problème sont affichées en rouge. La matrice de transfert inconnue est soit initialisée à des coefficients complexes aléatoires, soit à partir d'une initialisation « intelligente » telle que l'initialisation spectrale présentée plus haut.

Comme le recouvrement se fait sans a priori, il faut trouver un critère de convergence pour contrôler le fonctionnement de l'algorithme. On ne dispose que des matrices A (matrice de tests) et B (matrice de mesures) liées par la relation $|AX| = B$. Numériquement, on obtiendra

Licence CC BY-NC-ND 3.0

à chaque itération k une matrice numérique[22] $\widehat{X_k}$ ainsi que des amplitudes calculées $\widehat{B_k} = \left|A\widehat{X_k}\right|$. Un critère de convergence consiste donc à comparer les matrices B et $\widehat{B_k}$ à chaque itération. L'algorithme développé, permettant de recouvrir en parallèle les colonnes de la matrice $X \in \mathbb{C}^{n\times m}$, est présenté ci-dessous :

Algorithme à Projections Alternées « Multi-start » de recouvrement de matrice de transfert

Cet algorithme vise à calculer une solution approximée $\widehat{X_k} \in \mathbb{C}^{n\times m}$ de l'équation $|AX| = B$.

Entrées :

- Les N champs tests $A \in \mathbb{C}^{N\times n}$ et les N cartes d'intensité correspondantes $B \in \mathbb{C}^{N\times m}$.
- La valeur seuil τ de similitude entre les valeurs intensimétriques mesurées et calculées, en deçà de laquelle considérer que l'algorithme a convergé.
- La valeur seuil v_{stag} permettant de considérer la convergence d'une colonne comme stagnante.
- Le nombre maximal d'itérations de stagnation d'une colonne, i_{reset}, avant de réinitialiser ladite colonne.
- L'ensemble ζ des colonnes n'ayant pas convergé.

Sortie : L'estimation X_{est} de la matrice de transfert après k itérations de recouvrement de matrice.

i. Initialisation :

Compteur d'itérations $k = 0$. La matrice $\widehat{X_0}$ est initialisée à des coefficients complexes aléatoires ou suivant la méthode spectrale présentée ci-dessus par exemple. L'ensemble $\zeta = \{1,2,\dots,m\}$ contient initialement toutes les colonnes de la matrice, indexées par l'indice j. Les lignes de la matrice sont indexées par l'indice i.

ii. Pour $\boldsymbol{k = 1,2,\dots,k_{max}}$, faire :

a. Itération de Projections Alternées :

$$\widehat{X_{k+1}}(:,\zeta) = A^{\dagger}\left(B(:,\zeta)\cdot\frac{A\widehat{X_k}(:,\zeta)}{\left|A\widehat{X_k}(:,\zeta)\right|}\right)$$

b. Comparaison des valeurs intensimétriques mesurées B et calculées $\widehat{B_k}$:

Valeurs calculées : $\widehat{B_k} = \left|A\widehat{X_k}\right|$

Matrice des résidus : $R_k = \left|\frac{\widehat{B_k}}{\|\widehat{B_k}\|_F} - \frac{B}{\|B\|_F}\right|$

c. Test de convergence de la matrice colonne par colonne et gestion de la progression de l'algorithme :

Pour $j \in \zeta$:

$$\beta_k(j) = \sum_{i=1}^{N} R_k(i,j)$$

[22] Comme pour la présentation de l'algorithme associé à la méthode PIM-PR du chapitre précédent, j'utilise un « chapeau » pour dissocier les grandeur calculées des grandeurs mesurées pouvant porter à confusion. Le notation avec un « chapeau » concerne les grandeurs calculées.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Si $\beta_k(j) \leq \tau$:

$$\zeta \leftarrow \zeta \backslash \{j\}$$

Sinon :

Si $\frac{|\beta_k(j)-\beta_{k-1}(j)|}{\beta_k(j)} < \nu_{stag}$:

Incrémentation d'un compteur d'itérations de stagnation associé à la colonne d'indice j

$$i_{stag}(j) = i_{stag}(j) + 1$$

Sinon :

Remise à zéro du compteur d'itérations de stagnation associé à la colonne d'indice j

$$i_{stag}(j) = 0$$

Fin si

Si $i_{stag}(j) \geq i_{reset}$: Réinitialisation de la colonne j à des coefficients complexes aléatoires

Fin si

Fin si

Fin pour

d. Incrémentation du compteur d'itérations :

$$k = k + 1$$

Fin pour

$$X_{est} = \widehat{X_k}$$

Le contrôle de la convergence d'une colonne de la matrice de transfert se fait un comparant la somme des résidus $\beta_k(j)$ de cette colonne à la valeur seuil τ. Le recouvrement de chaque colonne peut être traité en parallèle. Plus la qualité du recouvrement souhaitée est grande, plus la valeur seuil τ choisie doit être faible, et plus le nombre d'itérations à effectuer est grand. Pour éviter les problèmes de minima locaux ou de stagnation de l'algorithme, le contrôle de la dynamique de recouvrement se fait en comparant l'écart relatif entre les résidus de chaque colonne à deux itérations consécutives. Si l'écart relatif est inférieur à la valeur seuil ν_{stag}, un compteur propre à chaque colonne est incrémenté. Lorsque ce compteur dépasse le nombre d'itérations i_{reset} choisi, la colonne correspondante est réinitialisée à des valeurs aléatoires. Cet algorithme est donc complètement parallélisable, et le temps de calcul d'une itération est d'autant plus rapide que la convergence progresse, puisque le nombre de colonnes non résolues diminue.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

III.3.2. Performances numériques de la méthode PIM-TMR

Le traitement parallèle du recouvrement de chaque colonne permet de réemployer les conclusions tirées du chapitre précédent à propos de la boucle de recouvrement de phase. En effet, le problème du recouvrement de chaque colonne est identique au problème précédent de boucle interne (PIM-PR). Dans ce problème, nous avons vu que le taux de succès de recouvrement était d'autant plus proche de l'unité que le ratio m/n entre le nombre de détecteurs et le nombre d'émetteurs était grand (Figure II-18). Dans ce « nouveau » problème, de façon similaire, c'est le ratio N/n entre le nombre de tests et le nombre d'émetteurs qui importe. Avec une initialisation aléatoire, nous avions vu qu'il fallait $m/n \geq 10$ et une centaine d'itérations pour converger avec un taux de succès de 99%. Avec une initialisation spectrale, et le même nombre d'itérations, un ratio $m/n \geq 6$ suffisait pour obtenir les mêmes performances.

En guise d'introduction aux performances de ce nouvel algorithme, commentons les exemples présentés Figure III-4. Pour chacun de ces exemples, je cherche à recouvrir les 16×64 coefficients aléatoires complexes de la matrice de transfert d'un système optique associant $n = 16$ émetteurs à $m = 64$ détecteurs. Je compare les résultats obtenus avec $N/n = 6$ et $N/n = 10$ (soit $N = 96$ et $N = 160$ tests de champ), pour une initialisation aléatoire et une initialisation spectrale.

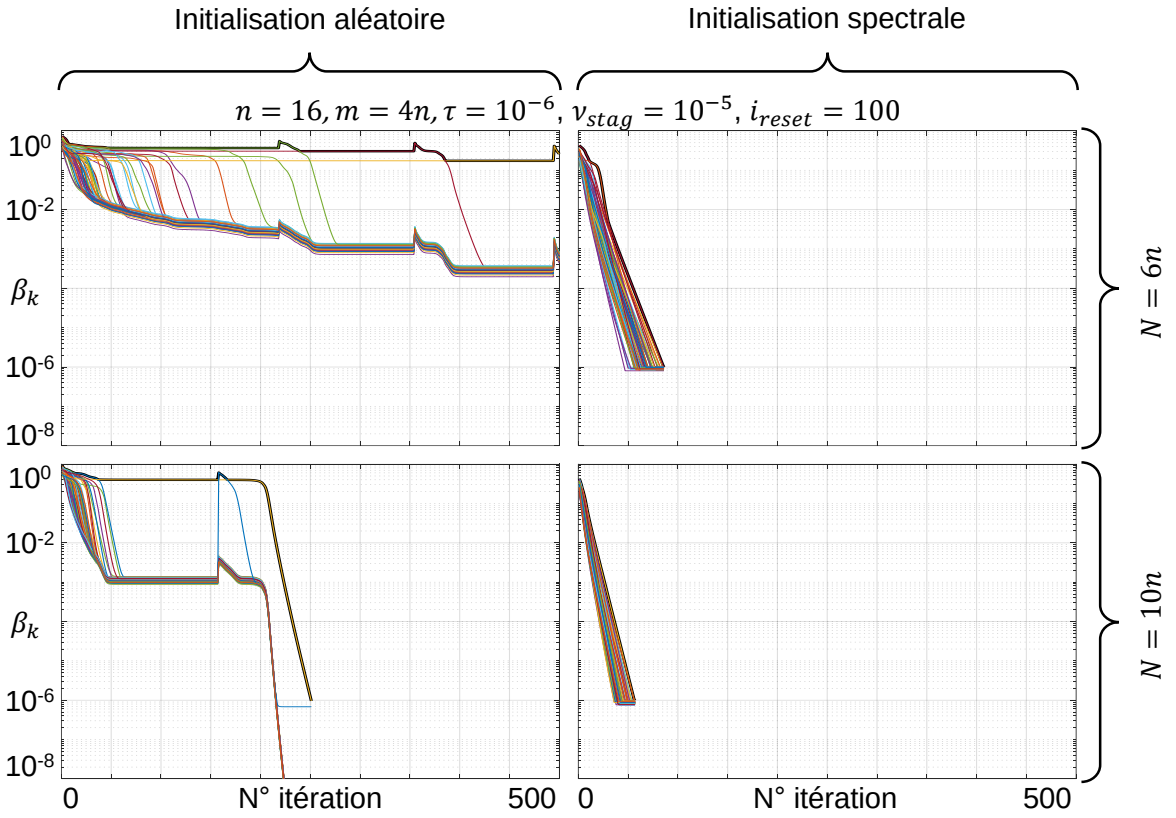


Figure III-4 : Quelques exemples de courbes de convergence pour recouvrir des matrices de transfert de dimension 16x64. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. N : nombre de champs tests. i_{reset} : nombre d'itérations durant lesquelles l'écart-relatif des résidus normalisés $\beta_k(j)$ associés à une colonne d'indice j de la matrice de transfert peut être inférieure à la valeur seuil v_{stag}, après quoi les coefficients de la matrice de transfert associés à ladite colonne j sont réinitialisés à des coefficients complexes aléatoires. τ : valeur seuil des résidus normalisés $\beta_k(j)$ en deçà de laquelle le colonne j de la matrice de transfert est considérée comme recouvrée.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chaque courbe colorée représente le paramètre β_k, résidu associé à une colonne de la matrice à recouvrer et calculé à chaque itération k. La convergence de chaque colonne est indépendante. Pour tous ces cas comparatifs, l'algorithme s'arrête lorsque $\beta_k(j) \leq \tau \; \forall \; j \in [\![1\,;m]\!]$. Pour ces exemples, j'ai arbitrairement fixé $\tau = 10^{-6}$. Nous verrons par la suite comment choisir la valeur de τ en fonction de la qualité de recouvrement souhaitée, mais également en fonction de la qualité de phasage minimale souhaitée en utilisant la matrice de transfert recouvrée pour verrouiller les phases d'un réseau de lasers par la méthode PIM-PR. Pour une initialisation aléatoire (graphiques de gauche sur la Figure III-4), on observe dans les deux cas des discontinuités dans la convergence. Elles correspondent à une réinitialisation aléatoire des colonnes considérées comme stagnantes durant $i_{reset} = 100$ itérations consécutives. Pour une initialisation aléatoire, le rapport N/n doit être élevé pour obtenir un taux de succès satisfaisant et pouvoir se passer de redémarrage. Augmenter ce rapport conduit à une convergence avec un nombre d'itérations réduit. Comme nous l'avions observé pour la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR, une initialisation spectrale réduit fortement le nombre d'itérations nécessaires à la convergence, tout en augmentant le taux de succès de la convergence. La diminution des résidus normalisés est alors exponentielle. Par exemple, pour $N/n = 10$, les 16x64 coefficients complexes sont recouvrés en une cinquantaine d'itérations seulement. Tous les résultats présentés par la suite ont été obtenus à l'aide d'une initialisation spectrale.

III.3.2.1. Influence des erreurs quadratiques moyennes de la matrice de transfert recouvrée sur les performances de la méthode de phasage PIM-PR

Le paramètre τ compare les valeurs intensimétriques mesurées par les détecteurs aux valeurs calculées au cours de la convergence. Toutefois, pour quantifier les performances de cet algorithme, et pouvoir évaluer l'impact de la qualité de recouvrement sur la qualité de phasage d'un réseau de lasers, il est intéressant de disposer de l'erreur quadratique moyenne sur les coefficients de la matrice. Pour cela, définissons les erreurs quadratiques moyennes en module et en phase à partir des erreurs en module et en phase des matrices de transfert normalisées par leur module maximal et référencées par les phases associées à l'émetteur n°1 (Tableau III-1).

Critère	Module [u.a.]	Phase [rad]
Erreurs différentielles	$\Delta\lvert X\rvert = \big\lvert\lvert X_{est}\rvert - \lvert X\rvert\big\rvert$	$\mathrm{Arg}[\Delta X] = \mathrm{Arg}[X_{est}] - \mathrm{Arg}[X]$
Erreurs quadratiques moyennes[23] (rms)	$\epsilon_m = \frac{\lVert\Delta\lvert X\rvert\rVert_F}{\sqrt{n \times m}}$	$\epsilon_\varphi = \frac{\lVert\mathrm{Arg}[\Delta X]\rVert_F}{\sqrt{n \times m}}$

Tableau III-1 : Définition des erreurs quadratiques moyennes en module et en phase à partir des erreurs différentielles associées. Les matrices X_{est} et X sont normalisées à leur module maximal, et référencées aux phases associées à l'émetteur n°1.

[23] $\lVert X\rVert_F$ désigne la norme de Froebius (voir **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** pour plus de d étails).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

L'avantage de ces paramètres est qu'ils sont indépendants du nombre de coefficients de la matrice de transfert à retrouver, et donc de la dimension du problème considéré. J'ai alors cherché à déterminer l'évolution de la qualité de phasage obtenue en régime établi, c'est-à-dire au bout d'une dizaine de corrections de phase pour une matrice aléatoire complexe, en fonction des erreurs de recouvrement de la matrice de transfert en module et en phase. Pour cela, j'ai utilisé dans la méthode PIM-PR une matrice « optique » idéale, et une matrice « numérique » présentant une erreur quadratique moyenne variable. L'idée ici est bien de modéliser le fonctionnement de la méthode de phasage PIM-PR avec une matrice exploitée dans l'algorithme de recouvrement de phase numérique qui ne représente pas fidèlement la matrice optique. Les performances sont estimées dans ces conditions à travers la qualité de phasage. Les résultats obtenus pour 16 faisceaux et un nombre variable de détecteurs sont présentés sur la Figure III-5.

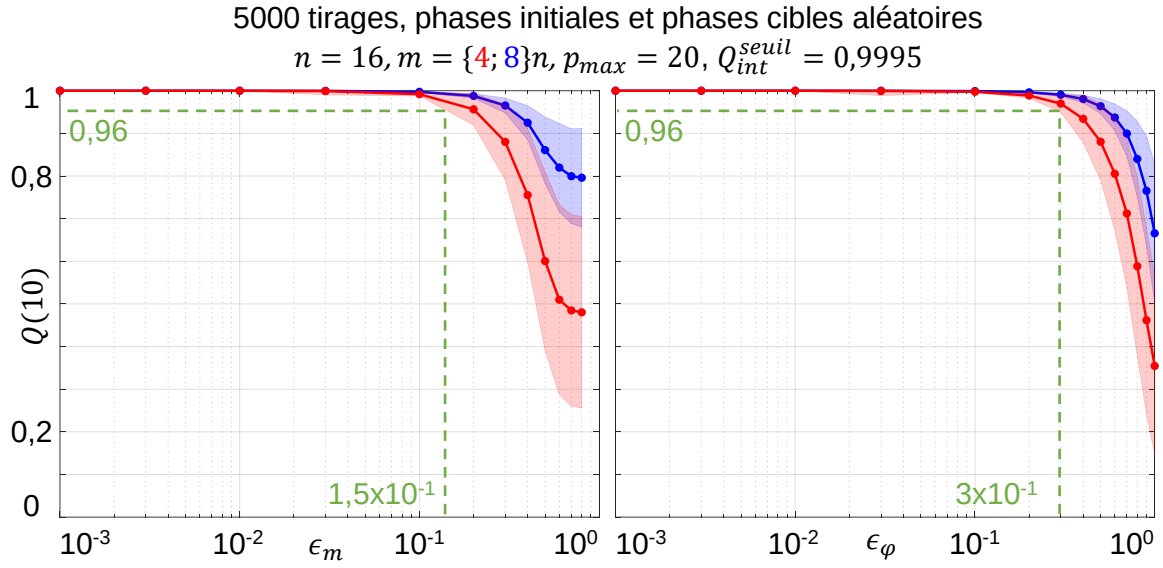


Figure III-5 : Qualité de phasage après dix actionnements (en régime établi) en fonction des erreurs quadratiques moyennes en module (ϵ_m) et en phase (ϵ_φ) entre la matrice de transfert du système réel et la matrice de transfert recouvrée. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. p_{max} : nombre maximal d'itérations internes de la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR. Q_{int}^{seuil} valeur seuil de la qualité de ressemblance interne de la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR.

Pour chaque valeur d'erreur, j'ai effectué des calculs statistiques pour 100 tirages de matrices aléatoires et 50 tirages de phases cibles aléatoires par matrice pour seulement 16 faisceaux par soucis de rapidité de calcul. Toutefois, les allures de la qualité de phasage tout comme les valeurs obtenues sont identiques avec un plus grand nombre de faisceaux. Cela est valable pour tous les résultats présentés dans la suite de cette section III.3.2. Rappelons que pour un réseau de lasers, des qualités de phasage en régime établi de 99% et 96% correspondent à des erreurs résiduelles de phase de λ/60 et λ/30 rms respectivement. Ainsi, à la lecture de la Figure III-5, on tolère une erreur jusqu'à environ 0,15 u.a. rms sur le module et jusqu'à 0,3 rad rms sur la phase pour garder une erreur de phase résiduelle inférieure à λ/30 rms en régime établi. Au-delà de ces valeurs, la qualité de phasage moyenne diminue rapidement, tandis que l'écart-type augmente rapidement et témoigne de l'instabilité du système d'asservissement. Notons qu'il est possible de rendre le système plus robuste à ces erreurs en augmentant le rapport entre le nombre de détecteurs et le nombre de faisceaux ($8n$ détecteurs pour la courbe bleue contre $4n$ détecteurs pour la courbe rouge).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

En pratique, il est improbable que l'erreur de recouvrement de la matrice de transfert soit purement réelle. C'est le cas même si son module est mesuré expérimentalement en allumant les faisceaux un par un, et que l'on ne cherche à recouvrir que la phase des coefficients de la matrice. Cela vient des incertitudes lors de la mesure des modules de la matrice de transfert au préalable. L'erreur de recouvrement consiste en un mélange d'erreurs en module et d'erreurs en phase. C'est pourquoi, pour les mêmes paramètres, je présente sur la Figure III-6 la moyenne et l'écart-type de la qualité de phasage obtenue après 10 actionnements pour des erreurs quadratiques moyennes variables à la fois en module et en phase. L'évolution est similaire aux courbes présentées sur la Figure III-5.

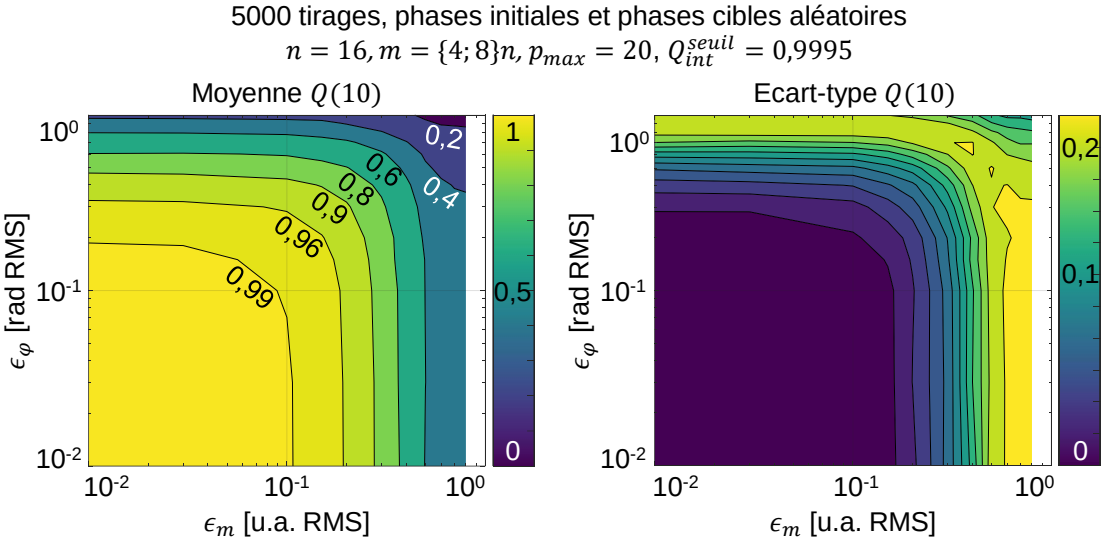


Figure III-6 : Moyenne et écart-type de la qualité de phasage après dix actionnements (en régime établi) en fonction des erreurs quadratiques moyennes en module (ϵ_m) et en phase (ϵ_φ) entre la matrice de transfert du système réel et la matrice de transfert recouvrée. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. p_{max} : nombre maximal d'itérations internes de la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR. Q_{int}^{seuil} valeur seuil de la qualité de ressemblance interne de la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR.

Maintenant que nous connaissons le lien entre la qualité de phasage en régime établi et l'erreur de recouvrement de matrice de transfert, il est possible d'évaluer les performances de l'algorithme de recouvrement de matrice et de régler ses différents paramètres. En particulier, l'algorithme compare à chaque itération k la somme β_k des résidus R_k associés à chaque détecteur j au paramètre τ servant à arrêter l'algorithme si $\beta_k(j) \leq \tau \; \forall \; j \in [\![1; m]\!]$. Voyons donc comment évoluent les erreurs quadratiques moyennes en module et en phase en fonction de τ. Les résultats de simulation obtenus pour des rapports N/n variables sont présentés sur le graphique de gauche de la Figure III-7. A valeurs de τ identiques, l'erreur en phase est prépondérante devant l'erreur en module. Les erreurs obtenues après convergence de l'algorithme de recouvrement de matrice évoluent exponentiellement en fonction de τ et sont d'autant plus faibles que le rapport N/n est grand. De plus, le nombre d'itérations de l'algorithme PIM-TMR pour converger est d'autant plus grand que l'on est exigeant sur la qualité de recouvrement, et donc que la valeur cible de τ est faible. Les résultats obtenus sont présentés sur le graphique de droite de la Figure III-7. Pour $n = 16$ et $m = 4n$, le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre $\tau < 10^{-8}$ est inférieur à 100. Ce nombre d'itérations est d'autant plus faible que le rapport N/n est grand.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

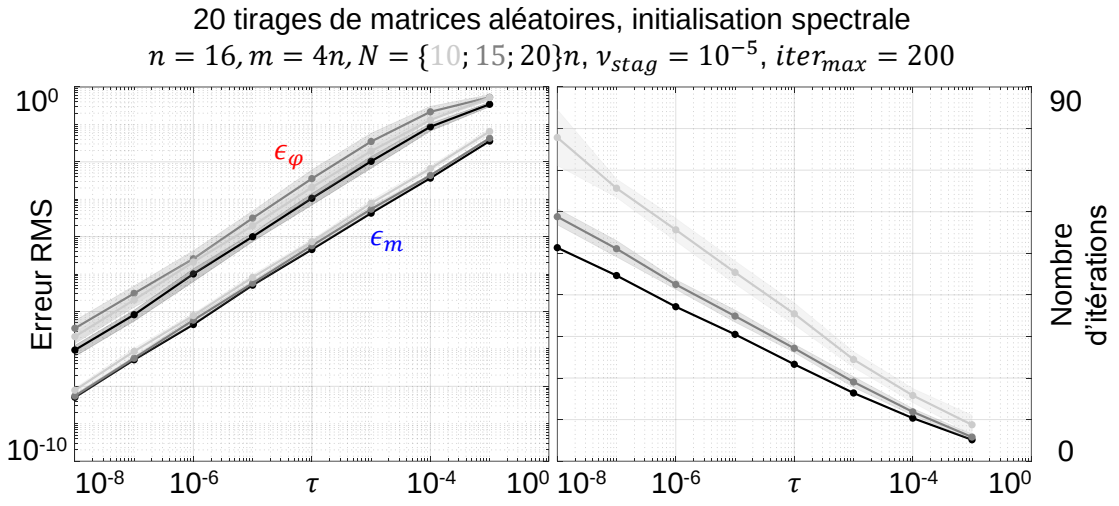


Figure III-7 : Evolution des erreurs quadratiques moyennes (ϵ_m et ϵ_φ) et du nombre d'itérations de l'algorithme de recouvrement de matrices aléatoires, nécessaires pour converger vers une tolérance τ variable. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. N : nombre de champs tests. $iter_{max}$ nombre maximal d'itérations de recouvrement de matrices de transfert autorisées. ν_{stag} : valeur seuil en deçà de laquelle la somme des résidus normalisés $\beta_k(j)$ associés à une colonne d'indice j de la matrice de transfert permettent de considérer que ladite colonne de matrice de transfert a été recouvrée.

Enfin, j'ai cherché à déterminer quelle valeur maximale des résidus était autorisée pour pouvoir verrouiller les phases d'un réseau de lasers avec une erreur résiduelle de λ/30 rms et λ/60 rms en régime établi. L'objectif est d'identifier une valeur seuil de τ, afin de déterminer si les matrices de transfert sont recouvrées avec une précision suffisante pour pouvoir verrouiller les phases du réseau avec l'erreur résiduelle désirée en utilisant la matrice de transfert recouvrée dans la méthode PIM-PR. Cette valeur seuil renseigne en effet sur la valeur maximale des résidus normalisés β_k requise après convergence. J'ai pour cela fait une simulation identique à celle présentée sur la Figure III-7, mais localisée dans les zones $\{\epsilon_m ; \epsilon_\varphi\} > 10^{-4}$ pour plus de lisibilité. Cette fois, les résultats statistiques ont été calculés à partir de 100 tirages de matrices aléatoires. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure III-8. Comme cela a été montré sur la Figure III-6, pour pouvoir atteindre une erreur résiduelle inférieure à λ/30 rms en utilisant les matrices recouvrées dans la méthode PIM-PR, on doit obtenir des erreurs quadratiques moyennes $\epsilon_m < 0{,}15$ et $\epsilon_\varphi < 0{,}3$ sur les coefficients complexes de la matrice de transfert. Pour une erreur résiduelle inférieure à λ/60 rms, ces valeurs deviennent $\epsilon_m < 0{,}1$ et $\epsilon_\varphi < 0{,}1$. Les résultats obtenus sur la Figure III-8 montre que les valeurs de τ minimales à atteindre valent $4 \cdot 10^{-2}$ pour une erreur résiduelle inférieure à λ/30 rms, et $4 \cdot 10^{-3}$ pour une erreur résiduelle inférieure à λ/60 rms.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

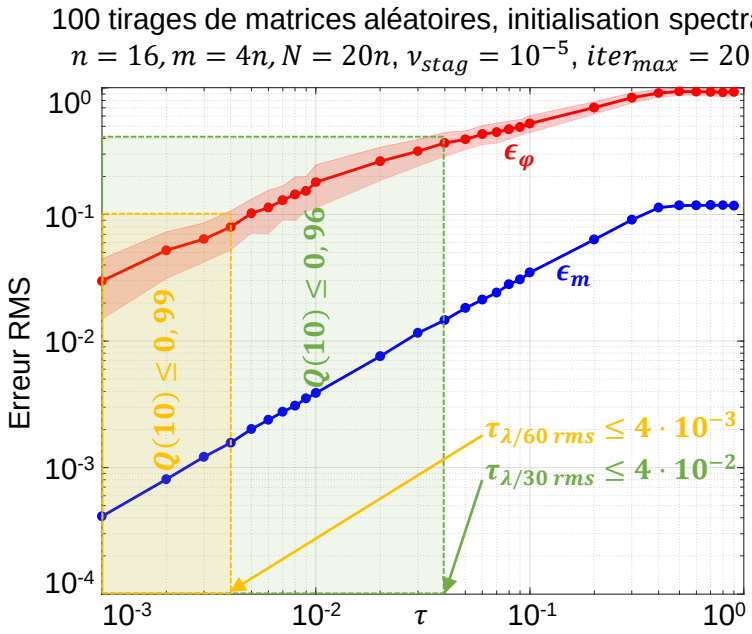


Figure III-8 : Evolution des erreurs quadratiques moyennes (ϵ_m et ϵ_φ) nécessaires pour converger vers une tolérance τ variable. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. N : nombre de champs tests. $iter_{max}$: nombre maximal d'itérations de recouvrement de matrices de transfert autorisées. ν_{stag} : valeur seuil en deçà de laquelle la somme des résidus normalisés $\beta_k(j)$ associés à une colonne d'indice j de la matrice de transfert permettent de considérer que ladite colonne de matrice de transfert a été recouvrée.

III.3.2.2. Robustesse de la méthode de recouvrement de matrice de transfert PIM-TMR vis-à-vis de défauts expérimentaux simulés

Les résultats précédents ont été obtenus dans le cadre d'un système optique idéal, c'est-à-dire en l'absence de défauts expérimentaux tels que le bruit de mesure, ou encore l'incertitude sur les champs tests. Pour déterminer numériquement l'impact de ce type de défauts sur la convergence du système et l'erreur de recouvrement de la matrice de transfert, je vais commencer par vous présenter le modèle numérique utilisé. J'ai choisi de modéliser le bruit de mesure en partant de la définition suivante du rapport signal à bruit :

$$SNR_{dB}(B^2) = 10 \log_{10} \frac{\overline{B^2}}{\sigma_{B^2}}$$

Où B^2 représente l'intensité lumineuse détectée. Ainsi, numériquement, l'écart-type du bruit de mesure sur un détecteur donné dépend de la moyenne de l'intensité collectée sur ce détecteur pour tous les tests réalisés, ainsi que du rapport signal à bruit imposé. En renseignant les rapport signaux à bruit associés à chaque détecteur, les écart-types sont définis par la relation suivante :

$$\sigma_{B^2} = \frac{\overline{B^2}}{10^{\frac{SNR_{dB}(B^2)}{10}}}$$

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Le bruit sur les intensités mesurées après traversée de l'objet diffusant ou diffractant associé à chaque colonne $j \in [\![1;m]\!]$ de la matrice de mesures B, est donc modélisé de la façon suivante :

$$B(:,j) \leftarrow \sqrt{|B(:,j)^2 \times [1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma_{B^2}(j))]|}$$

De façon similaire, pour évaluer la robustesse du système vis-à-vis des incertitudes sur les intensités des tests (intensités des faisceaux en réseau), en supposant les phases appliquées parfaitement connues, j'ai modélisé le bruit sur les intensités des signaux de test par une loi normale :

$$A \leftarrow \sqrt{\left||A|^2 \times \left[1 + \mathcal{N}(0\,;\sigma_{|A|^2})\right]\right|} \times e^{j\mathrm{Arg}[A]}$$

Ces fluctuations d'intensité peuvent également être exprimées sous la forme d'un rapport signal à bruit via l'équation suivante :

$$SNR_{dB}(|A|^2) = 10\log_{10}\frac{\overline{|A|^2}}{\sigma_{|A|^2}}$$

Selon ce modèle, quels sont les rapports signaux à bruit tolérables pour pouvoir recouvrir la matrice de transfert de l'objet diffusant ou diffractant suffisamment précisément pour obtenir une qualité de phasage inférieure à λ/30 rms ? Pour le savoir, j'ai simulé les erreurs quadratiques moyennes obtenues pour des valeurs de $SNR_{dB}(B^2)$ et $SNR_{dB}(|A|^2)$ variables. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure III-9. Ils montrent que le rapport signal à bruit des mesures intensimétriques est le plus critique et doit être inférieur à environ 20 dB, tandis que le rapport signal à bruit sur l'intensité des tests doit être inférieur à environ 10 dB. Ces deux valeurs seuil sont raisonnables dans le cadre d'un système expérimental réel.

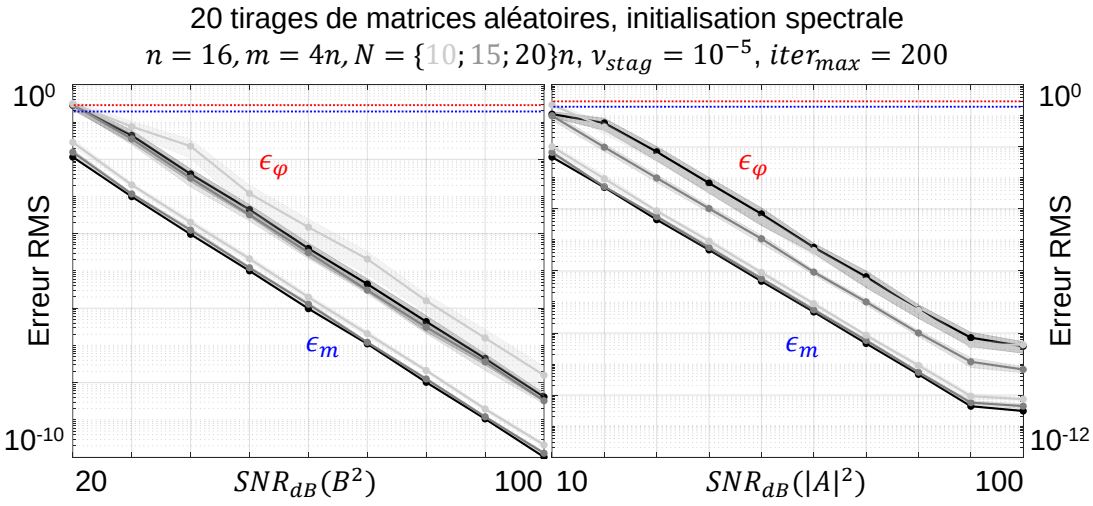


Figure III-9 : Erreurs quadratiques moyennes en module (ϵ_m) et phase (ϵ_φ) sur la matrice de transfert recouvrée par la technique PIM-TMR (statistiques calculées à partir de 20 tirages de matrice de transfert aléatoires), en fonction des rapports signaux à bruit des mesures ($SNR_{dB}(B^2)$) après passage dans la matrice aléatoire et des amplitudes tests ($SNR_{dB}(|A|^2)$). n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. N : nombre de champs tests. $iter_{max}$ nombre maximal d'itérations de recouvrement de matrices de transfert autorisées. ν_{stag} : valeur seuil en deçà de laquelle la somme des résidus normalisés $\beta_k(j)$ associés à une colonne d'indice j de la matrice de transfert permettent de considérer que ladite colonne de matrice de transfert a été recouvrée.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

De plus, la méthode PIM-TMR requiert l'application de cartes de phase connues pour recouvrir la matrice de transfert du système. Il est donc légitime de se demander quel est l'impact de l'incertitude sur les cartes de phase appliquées. Pour le savoir, j'ai modélisé l'incertitude sur les phases réellement appliquées lors des tests par un SLM par exemple, par une phase additionnelle aléatoire tirée selon une loi uniforme d'intervalle $\delta\varphi$ centrée autour de la valeur idéale. L'algorithme de recouvrement de matrice est alors lancé après avoir effectué les opérations suivantes :

$$|AX| = B$$

$$A \leftarrow A \cdot e^{j[\delta\varphi \times (-0{,}5 + \mathrm{rand}(N,n))]}$$

J'ai alors calculé les erreurs quadratiques moyennes en régime établi de l'algorithme de recouvrement de matrice de transfert pour une largeur d'intervalle $\delta\varphi$ variable. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure III-10. Pour recouvrer la matrice avec suffisamment de précision pour atteindre une qualité de phasage inférieure à $\lambda/30$ RMS, il est nécessaire de contrôler les phases tests avec une précision d'au moins 0,25 radians. Dans un cas expérimental, on peut par exemple appliquer les phases tests à l'aide d'un SLM. Les tensions de commande des écrans de SLMs sont typiquement codées sur 8 bits, soit 256 niveaux, et permettent un déphasage de l'ordre de 3π rad. La résolution en phase d'un tel SLM est de 0,037 rad. En calibrant correctement ce SLM, il est donc raisonnable de considérer connaître les phases tests appliquées avec une précision d'au moins 0,25 radians.

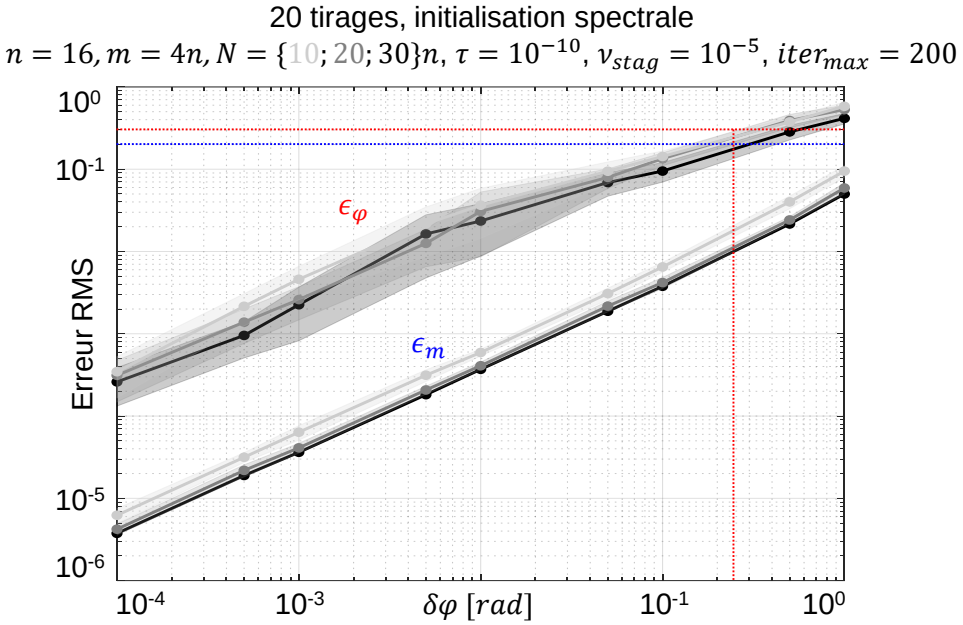


Figure III-10 : Erreurs quadratiques moyennes en module (ϵ_m) et phase (ϵ_φ) sur la matrice de transfert recouvrée par la méthode PIM-TMR en fonction de l'incertitude $\delta\varphi$ sur les phases tests appliquées. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. N : nombre de champs tests. $iter_{max}$ nombre maximal d'itérations de recouvrement de matrices de transfert autorisées. ν_{stag} : valeur seuil en deçà de laquelle la somme des résidus normalisés $\beta_k(j)$ associés à une colonne d'indice j de la matrice de transfert permettent de considérer que ladite colonne de matrice de transfert a été recouvrée. τ : valeur seuil des résidus normalisés $\beta_k(j)$ en deçà de laquelle le colonne j de la matrice de transfert est considérée comme recouvrée.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Les résultats des simulations numériques des performances de l'algorithme de recouvrement de matrice de transfert laissent espérer une bonne robustesse expérimentale. En résumé, si l'on souhaite utiliser la matrice mesurée pour verrouiller les phases d'un réseau d'émetteurs lasers via la méthode PIM-PR avec une erreur résiduelle inférieure à λ/30 rms en régime établi, il est nécessaire de s'assurer disposer des performances suivantes :

Caractéristique	**Symbole**	**Unité**	**Valeur seuil**
Rapport entre le nombre de champs tests et le nombre d'émetteurs	N/m	-	≥ 10
Erreur quadratique moyenne de recouvrement de la matrice de transfert normalisée (module)	ϵ_m	u.a. rms	$< 0{,}15$
Erreur quadratique moyenne de recouvrement de la matrice de transfert (phase)	ϵ_φ	rad rms	$< 0{,}3$
Somme des résidus normalisés	β_k	u.a.	$< 4 \cdot 10^{-2}$
Rapport signal à bruit sur les mesures intensimétriques	$SNR_{dB}(B^2)$	dB	> 20
Rapport signal à bruit sur les intensités des tests	$SNR_{dB}(\lvert A\rvert^2)$	dB	> 10
Incertitude sur les phases test	$\delta\varphi$	rad	$< 0{,}25$

Tableau III-2 : Valeurs seuils des paramètres de la méthode de recouvrement de matrice de transfert PIM-TMR pour pouvoir verrouiller avec la méthode PIM-PR les phases d'un réseau de faisceaux lasers avec une erreur résiduelle inférieure à λ/30 rms en régime établi.

Les performances numériques de la méthode de mesure de matrice de transfert PIM-TMR ayant été évaluées, vérifions maintenant son bon fonctionnement sur le banc modèle de phasage par la méthode PIM-PR d'un réseau de faisceaux lasers présenté dans le Chapitre II.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

III.4. Vérification expérimentale avec un objet diffractant utilisé comme mélangeur de faisceaux

Reprenons le banc modèle à base de SLMs présenté dans le chapitre précédent (Figure III-11). Sans modifier le montage optique de ce banc, il est possible de mettre en œuvre la méthode PIM-TMR pour cette fois mesurer la matrice de transfert du système diffractif de mélange de faisceaux. Les modifications à apporter concernent le pilotage du SLM2, ainsi que le pilotage de la caméra positionnée dans le champ diffracté.

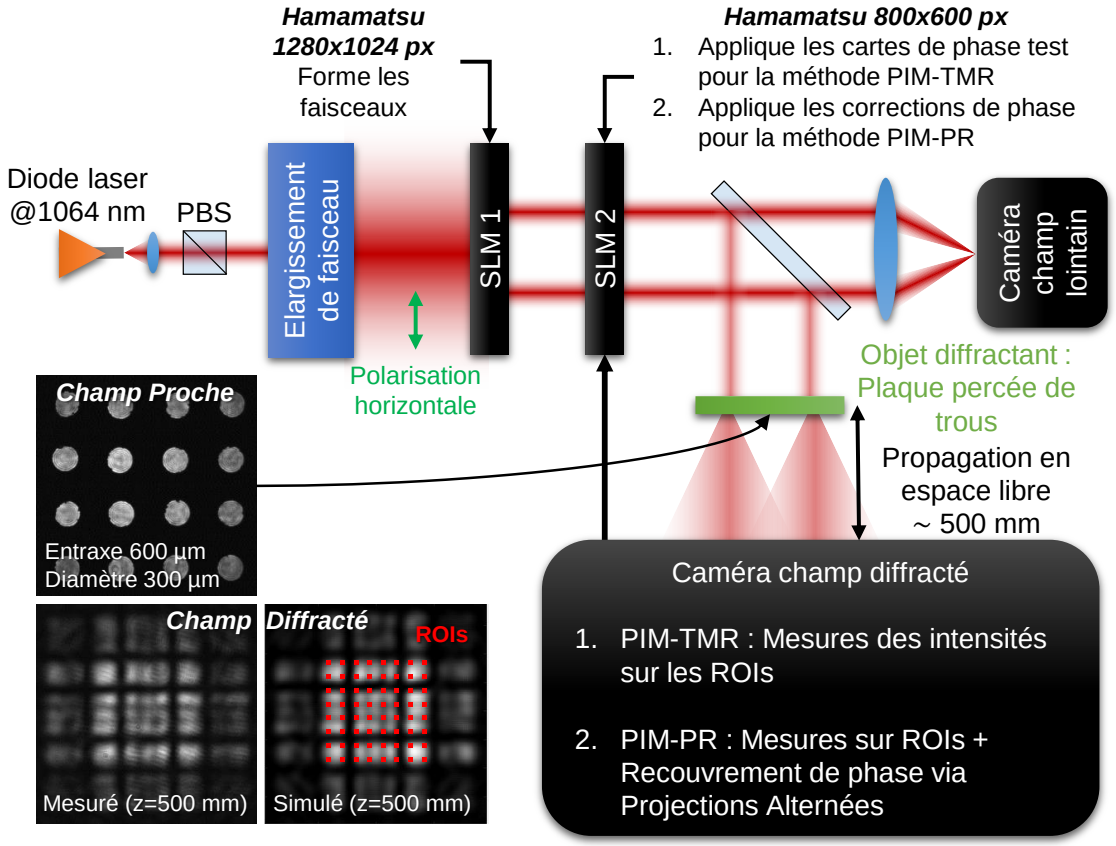


Figure III-11 : Synoptique du montage expérimental réalisé. Les positions du réseau de détecteurs sont représentées par des points rouges dans le champ diffracté. Chaque ROI jouant le rôle de détecteur fait 5x5 pixels. PBS : *Polarizing Beam Splitter*.

Le système mélangeur est constitué du réseau de trous, déjà décrit dans le Chapitre II (Figure II-36), qui viennent diaphragmer chacun des faisceaux à verrouiller en phase. Les faisceaux diaphragmés se mélangent à courte distance par diffraction. La figure d'interférence induite est détectée par la caméra « champ diffracté ». La mesure de la matrice de transfert de ce système mélangeur de faisceaux est obtenue par la méthode PIM-TMR décrite précédemment. Pour cela, on aligne les réseaux de diffraction servant à former les faisceaux sur le SLM1, de façon à avoir une phase identique sur les faisceaux formés, aux aberrations en amont du SLM1 près. Le SLM2 applique alors une séquence de cartes de phases aléatoires mais connues, formant la matrice de tests A. A chaque application de carte de phases test, les intensités mesurées par les multiples ROIs sur la caméra en champ diffracté sont relevées et permettent de former la matrice de mesures B. La connaissance de ces deux matrices sert à recouvrir la matrice de transfert du système en utilisant l'algorithme à projections alternées multistart présenté précédemment. Les courbes de convergence obtenues sont présentées sur la Figure III-12. On observe une convergence très rapide pour laquelle le régime établi est

Licence CC BY-NC-ND 3.0

atteint en moins de dix itérations. En régime établi, les résidus normalisés β_k sont inférieurs à la valeur seuil $\tau_{\lambda/60\,rms} = 4 \cdot 10^{-3}$ ce qui devrait permettre de verrouiller le réseau de lasers avec la méthode PIM-PR avec une erreur résiduelle inférieure à λ/60 rms en utilisant cette matrice recouvrée.

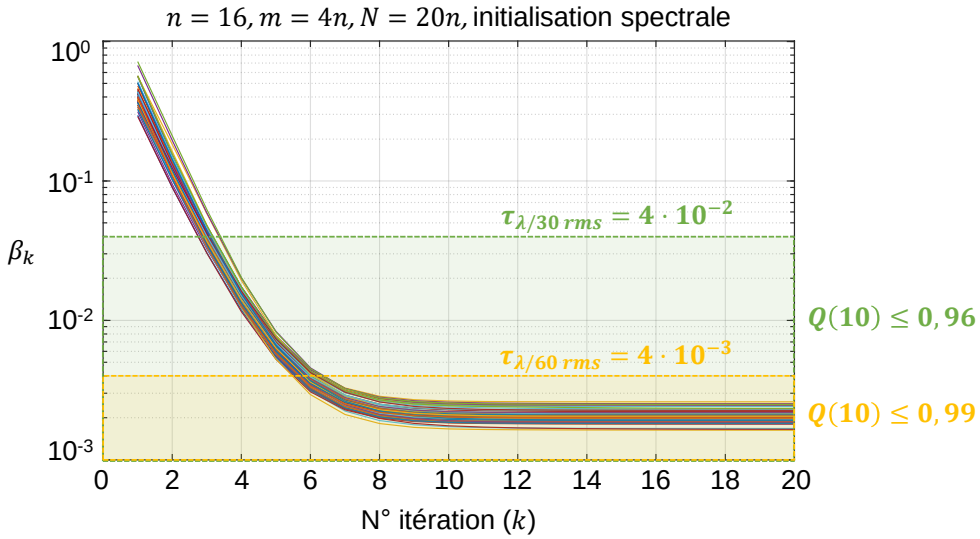


Figure III-12 : Convergence de l'algorithme à projections alternées multi-start avec les données d'entrée expérimentales. Chaque courbe correspond à la somme des résidus d'une colonne de la matrice de transfert. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. N : nombre de champs tests. k : Numéro d'itération de l'algorithme de recouvrement de matrice de transfert. β_k : Résidus normalisés de chaque colonne de la matrice de transfert à recouvrer, à l'itération k. Chaque couleur correspond à la convergence des résidus β_k d'une colonne de la matrice de transfert.

Du fait de la position du second SLM, la matrice de transfert mesurée intègre la totalité du système optique compris entre le SLM applicateur de phases tests et le plan des détecteurs. En appliquant $N = 20n$ cartes de phase test, j'ai pu recouvrir la matrice de transfert présentée sur la Figure III-13. La comparaison de la matrice mesurée à la matrice calculée analytiquement (calcul de propagation en espace libre) montre leur forte ressemblance en module comme en phase. Notons que la structuration de la matrice vient de l'indexation linéaire des émetteurs en maille carrée ainsi que de l'indexation linéaire des détecteurs en maille carrée. Elle témoigne d'un caractère faiblement aléatoire. A mon sens, il n'est pas pertinent de calculer la différence entre ces deux matrices. En effet, pour la matrice calculée, les aberrations du système optique ne sont pas prises en compte, et les détecteurs ne sont pas parfaitement placés sur les positions ayant servi pour le calcul. Pour la matrice mesurée, ce sont les aberrations du système optique en amont du SLM2 de correction qui ne sont pas prises en compte. Dans le cas du bon fonctionnement de l'algorithme de recouvrement de matrice, on peut toutefois penser que la matrice mesurée est plus proche de la matrice du système optique réel que la matrice calculée.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

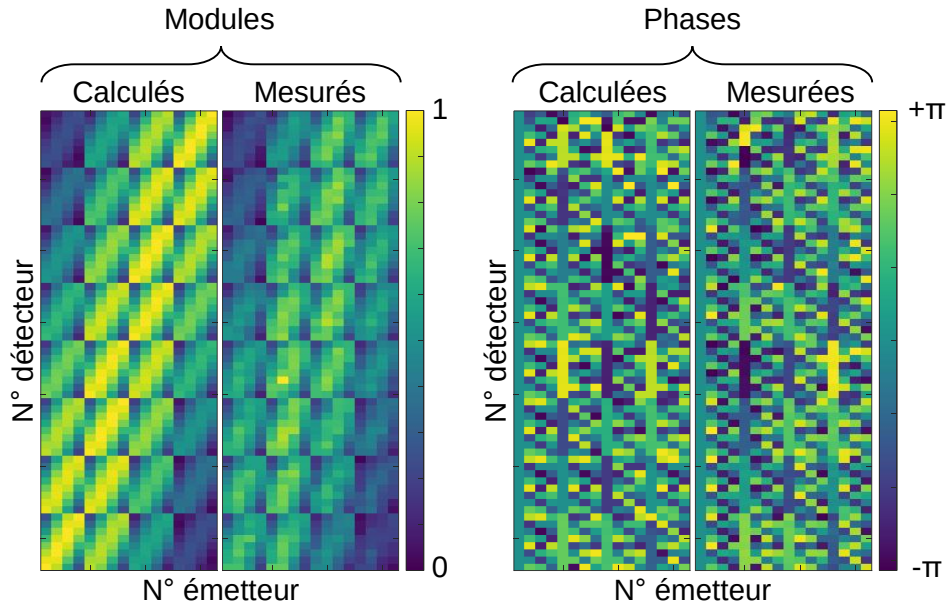


Figure III-13 : Comparaison de la matrice de transfert calculée analytiquement avec la matrice de transfert mesurée avec la méthode PIM-PR.

Comparons maintenant les résultats expérimentaux de verrouillage des phases des 16 faisceaux avec la matrice analytique et la matrice mesurée (Figure III-14). Les statistiques ont été calculées à partir de 20 courbes de convergence pour lesquelles les phases initiales ainsi que les phases cibles sont aléatoires. Les deux cas expérimentaux, que ce soit en utilisant la matrice calculée ou la matrice mesurée, concordent avec les résultats des simulations numériques réalisées avec des paramètres identiques. En régime transitoire, la convergence de la méthode PIM-PR est en moyenne plus lente lorsque la matrice utilisée est celle mesurée. Cette lenteur provient en partie de la faible qualité de recouvrement comme nous l'avons vu sur la Figure III-12. Quoi qu'il en soit, dans les deux cas, le régime établi est atteint en 8 actionnements environ, et l'erreur résiduelle de phase est de l'ordre de λ/50 rms. Ce résultat atteste du bon fonctionnement expérimental de la méthode de mesure de matrice de transfert PIM-TMR développée au cours de ma thèse et présentée dans ce troisième chapitre.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

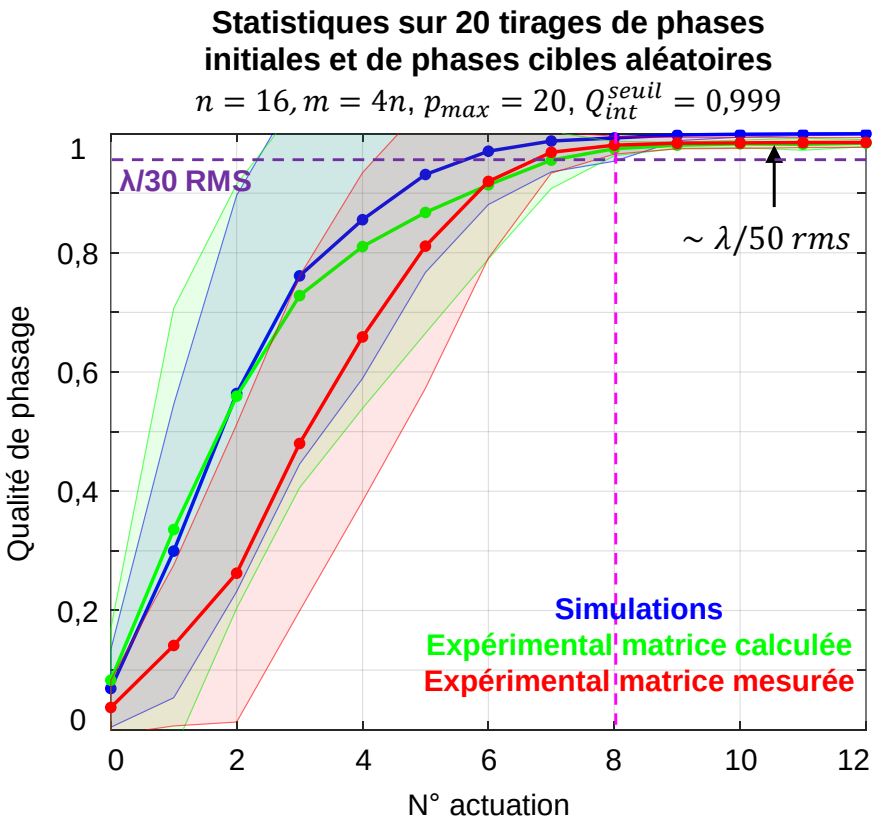


Figure III-14 : Comparaison expérimentale de la dynamique de phasage pour une utilisation de la matrice de transfert calculée (en vert) et de la matrice mesurée (en rouge). La courbe bleue présente un résultat de simulation numérique exempt de défauts expérimentaux. Les courbes solides représentent la qualité de phasage moyenne, tandis que les zones colorées correspondent à l'écart-type autour de la moyenne. Le mélange de faisceaux est formé à partir d'un objet diffractant (réseau de trous) suivi d'une propagation en espace libre. n : nombre de lasers. m : nombre de détecteurs. p_{max} : nombre maximal d'itérations internes de la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR. Q_{int}^{seuil} valeur seuil de la qualité de ressemblance interne de la boucle de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR.

Disposant de cette nouvelle méthode de mesure de matrice de transfert, pourquoi continuerions-nous à utiliser un mélangeur de faisceaux à base d'objet diffractant ? La Figure III-13 montre distinctement la structuration non aléatoire de la matrice de transfert d'un mélangeur de faisceaux utilisant un objet diffractant. Avec la méthode PIM-TMR, un mélangeur de faisceaux employant un milieu diffusant devient accessible. Utiliser un tel milieu pour mélanger les faisceaux doit en principe former une matrice de transfert aléatoire, ou en tout cas plus aléatoire que celles mesurées jusqu'ici !

Licence CC BY-NC-ND 3.0

III.5. Conclusion

J'ai profité de ce chapitre pour vous présenter la nouvelle méthode de mesure de matrice de transfert, baptisée PIM-TMR pour Phase-Intensity Mapping for Transfer Matrix Retrieval, développée au cours de ma thèse avec l'aide de Paul Armand, professeur de mathématiques à Xlim.

Du point de vue algorithmique, cette nouvelle méthode réemploie les acquis de la méthode PIM-PR en ce qu'elle comprend une boucle numérique de recouvrement de phase basée sur des projections alternées. Avant de résoudre le problème de recouvrement de phase, il est nécessaire de collecter un jeu de données. Pour cela, on applique une série de champs tests connus en entrée en amplitude et phase et on mesure leur réponse en intensité après traversée du système optique à caractériser.

Les simulations numériques ont montré les bonnes performances de cette méthode en termes de nombre de tests nécessaires en fonction du nombre d'émetteurs du système et de l'initialisation pour obtenir un taux de succès de convergence proche des 100%. Pour cela, l'initialisation spectrale que nous évitions dans la méthode PIM-PR du fait de son temps de calcul et de la faible bande passante d'asservissement disponible est ici privilégiée. J'ai également caractérisé la robustesse de cette méthode PIM-TMR vis-à-vis de défauts expérimentaux tels que les rapports signaux à bruit sur les intensités mesurées ($SNR_{dB}(B^2)$) et les intensités tests ($SNR_{dB}(|A|^2)$), ainsi que les incertitudes $\delta\varphi$ sur les phases tests. Les simulations numériques ont montré la robustesse de la méthode puisqu'elle permet, en utilisant la matrice recouvrée dans la méthode PIM-PR, de verrouiller les phases sur un jeu quelconque d'un réseau d'émetteurs lasers avec une erreur résiduelle de phase inférieure à λ/30 rms en régime établi pour $SNR_{dB}(B^2) > 20\ dB$, $SNR_{dB}(|A|^2) > 10\ dB$ et $\delta\varphi < 0{,}25\ rad$.

De plus, en appliquant cette nouvelle méthode au banc modèle à base de modulateurs spatiaux de lumière utilisé dans le chapitre précédent, j'ai pu mesurer la matrice de transfert du mélangeur de faisceaux exploitant un élément diffractant. La matrice mesurée est en accord avec la matrice calculée. L'algorithme PIM-PR alimenté par la matrice de transfert, calculée ou mesurée, du système mélangeur diffractif, a permis de verrouiller les phases de 16 faisceaux lasers en moins de 10 corrections de phase, avec une erreur résiduelle sur le jeu choisi de phases cibles inférieure à λ/50 rms. Ce résultat expérimental valide le bon fonctionnement de cette nouvelle méthode de mesure de matrice de transfert. Du point de vue pratique, elle permet de se passer d'un alignement relatif très précis entre le réseau de faisceaux et le réseau de détecteurs car les aberrations du montage optique compris entre les champs tests appliqués et la matrice de détecteurs sont prises en compte dans la matrice de transfert mesurée.

Enfin, comme nous l'avions vu en évaluant numériquement les performances de la méthode PIM-PR, c'est en utilisant des matrices de transfert aléatoires que l'on dispose du plein potentiel de cette méthode de verrouillage des phases. Ce type de matrice de transfert non-singulière est obtenu en utilisant un mélangeur de faisceaux de type milieu multi-diffusant par exemple. Utiliser un tel mélangeur était impensable avant de disposer d'une méthode de mesure de matrice de transfert. Avec le développement de la méthode PIM-TMR, utiliser un diffuseur pour mélanger les faisceaux lasers est devenu une réalité. Fort de cette avancée, les expérimentations visant à verrouiller un réseau de faisceaux lasers sur un jeu quelconque de phases, à travers un milieu diffusant vous seront présentées dans le chapitre suivant.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chapitre IV. Analyse et contrôle d'un front d'onde synthétique formé par un réseau de faisceaux lasers à l'aide d'un système interférométrique intégrant un milieu diffusant

IV.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, j'ai présenté une nouvelle méthode de mesure de la matrice de transfert d'un système optique. Cette méthode a été validée expérimentalement sur un banc modèle à base de SLMs en recouvrant la matrice de transfert d'un objet diffractant servant de mélangeur de faisceaux dans la méthode de verrouillage des phases PIM-PR. La mesure se fait in situ dans ce dispositif de verrouillage, ce qui permet de prendre en compte les imperfections du montage optique mélangeur dans la mesure de la matrice de transfert et de relâcher les contraintes d'alignement. La validation expérimentale de la mesure de matrice de transfert a été faite en exploitant le résultat de cette mesure dans l'algorithme PIM-PR et en démontrant le verrouillage de 16 faisceaux lasers sur des jeux de phase cible variés en moins de 10 ajustements de phase, et avec une erreur résiduelle inférieure à λ/50 rms.

Toutefois, n'oublions pas que la méthode de verrouillage de phase PIM-PR présente des performances numériques optimales lorsque la matrice de transfert du système mélangeur est complexe et aléatoire. Ce type de matrice de transfert peut s'obtenir en utilisant un milieu multi-diffusant par exemple. C'est pourquoi, fort du développement de la méthode de mesure de matrice de transfert PIM-TMR, je vous présente dans ce chapitre comment j'ai pu obtenir une matrice aléatoire à partir d'un diffuseur de surface, les contraintes de dimensionnement associées, ainsi que les résultats expérimentaux de verrouillage des phases.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.2. Matrice de transfert aléatoire à composantes complexes et milieu diffusant

La méthode PIM-PR présentée dans le Chapitre II offre des performances de verrouillage des phases optimales lorsque le système de conversion phase-intensité peut être modélisé par une matrice aléatoire rectangulaire et complexe. La méthode PIM-TMR présentée dans le Chapitre III permet quant à elle de mesurer des matrices de transfert. Je dispose donc de tous les outils numériques nécessaires au verrouillage des phases de réseaux de faisceaux lasers via une matrice aléatoire. Il reste toutefois à choisir un système optique de mélange des faisceaux réalisant la conversion phase-intensité dont la fonction de transfert est une matrice aléatoire complexe.

Pour cela, considérons le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diffusant (Goodman, 2000). Un milieu diffusant peut être représenté par un milieu dans lequel l'indice de réfraction est hétérogène et de répartition aléatoire. Une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans ce type de milieu voit son profil transverse et son spectre de fréquences spatiales fortement modifiés de façon déterministe. Le faisceau transmis est de façon générale structuré sous la forme de tavelures, communément appelées *speckles* (Figure IV-1). L'analyse des statistiques de speckles produits par une source cohérente est faite en détail dans (Dainty *et al.*, 1975). Dans la nature, le phénomène de diffusion se rencontre lorsque la lumière du soleil traverse du brouillard par exemple. Les gouttelettes en suspension dans l'air forment alors des inhomogénéités d'indice de réfraction aléatoirement réparties.

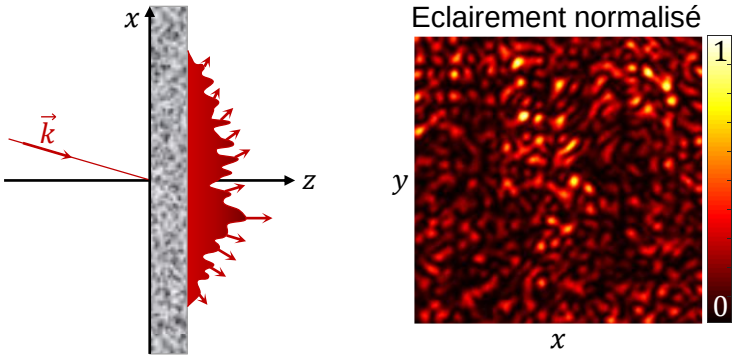


Figure IV-1 : Schéma de principe de la transformation des caractéristiques d'un rayonnement cohérent traversant un milieu diffusant. La répartition spatiale et angulaire de l'énergie est fortement modifiée.

Faire traverser un milieu diffusant à un réseau de faisceaux lasers cohérents, conduit à un mélange interférométrique de ces signaux qui peut être décrit par une matrice de transfert aléatoire. Ce champ d'interférence, de structure complexe mais parfaitement déterministe, dépend à la fois des caractéristiques spatiales et spectrales de chacun des faisceaux incidents et des caractéristiques opto-géométriques du diffuseur traversé. Ainsi, il est important de définir les paramètres critiques au positionnement des détecteurs dans le sous-système de conversion phase-intensité pour que le système PIM-PR puisse contrôler efficacement la phase d'un réseau de faisceaux lasers. Cette étude sera détaillée dans la suite du chapitre.

Pour rappel, ma problématique entre dans le cadre d'un besoin industriel. Je me dois donc de favoriser une solution simple, facilement réalisable, et robuste. Les faisceaux à phaser ayant une polarisation rectiligne commune pour former un champ d'interférences à haut contraste, l'élément diffusant mélangeur de faisceaux doit idéalement conserver la polarisation rectiligne des faisceaux du réseau. Un diffuseur de surface ne dégrade généralement pas la polarisation de l'onde incidente (George, Jain and Melville, 1974). En pratique, un morceau de verre dépoli

Licence CC BY-NC-ND 3.0

suffisamment fin forme un diffuseur de surface et est disponible commercialement. Voyons donc si un diffuseur de surface permet un vrai mélange aléatoire des faisceaux.

IV.3. Modélisation d'un diffuseur de surface et comparaison des statistiques des matrices de transfert associées aux statistiques des matrices aléatoires

IV.3.1. Modélisation du diffuseur de surface

En première approximation, un diffuseur de surface n'est autre qu'une surface rugueuse et non opaque, qui transforme une onde plane incidente en une surface d'onde à phase rapidement variable et aléatoire. Numériquement, pour générer ce type d'objet de phase, j'ai appliqué un filtre gaussien en amplitude à un vecteur de nombres aléatoires générés à partir d'une loi normale centrée et réduite. L'écart-type s du filtre gaussien permet de fixer la largeur spatiale moyenne des variations de phase, tandis qu'un scalaire k permet d'ajuster l'amplitude des variations de phase. Un exemple de résultat obtenu pour $k = 10$ et $s = 4$ est présenté sur la Figure IV-2-B.

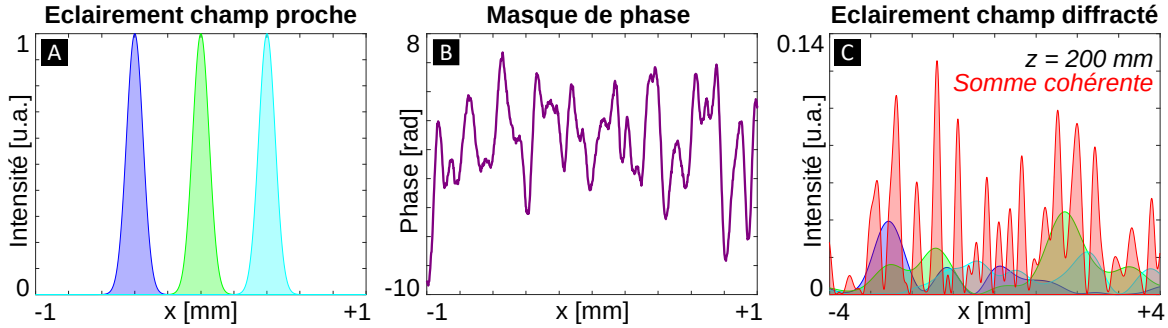


Figure IV-2 : Exemple de mélange interférométrique à l'aide d'un diffuseur de surface. **A** : Champ proche cohérent à mélanger (le col des faisceaux gaussiens mesure 200 µm). **B** : Objet de phase appliqué au champ proche, simulant une surface dépolie. **C** : Profil des champs diffusés après propagation sur 200 mm après l'objet de phase (leur somme cohérente, la figure de speckle, est représentée en rouge).

J'ai alors simulé dans un cas unidimensionnel l'influence de ce type d'objet de phase sur un réseau de lasers cohérents juxtaposés. La Figure IV-2-A montre un exemple de 3 faisceaux en phase, de diamètre (mesuré à 1/e² du maximum d'intensité) égal à 200 µm et dont les centroïdes sont espacés de 400 µm. La phase constante du champ proche ainsi formé est multipliée par le profil de phase modélisant le diffuseur de surface (Figure IV-2-B) et dont la granularité moyenne est inférieure à la section des faisceaux. Les faisceaux sont alors propagés sur une distance de 200 mm. Les figures intensimétriques obtenues pour chacun des faisceaux individuels, différenciées par leur couleur, sont représentées sur la Figure IV-2-C. Ces éclairements montrent la structuration en grains de speckle des faisceaux et leur recouvrement. La somme cohérente des champs est affichée en rouge sur cette même figure. Une modification de la phase relative entre les faisceaux conduit à une modification de la figure d'interférence observée. Un modèle de diffuseur de surface, même très simple, permet donc de réaliser une opération de conversion phase-intensité. Voyons si les matrices de transfert associées sont aléatoires ou non.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.3.2. Théorie des matrices aléatoires et loi de Marcenko-Pastur

Dans un premier temps, rappelons que la décomposition en valeurs singulières (SVD[24]) d'une matrice $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ est définie de la manière suivante[25] :

$$A = U\Sigma V^*$$

Dans le cas d'une décomposition SVD dite *réduite*, la matrice complexe U est de dimensions $m \times n$, et la matrice complexe V de dimensions $n \times n$. Ces deux matrices sont unitaires et forment les vecteurs des bases orthonormées de *sortie* et d'*entrée* du système. La matrice diagonale réelle Σ, de dimensions $n \times n$, contient sur sa diagonale les valeurs singulières $\lambda = \mathrm{diag}(\Sigma)$ du système, ordonnées de manière décroissante. Physiquement, la SVD d'une matrice d'un système physique permet d'étudier comment l'énergie transmise est répartie dans les différents canaux de transmission du système (Popoff, 2012).

Une matrice aléatoire est, par définition, une matrice à coefficients aléatoires complexes et indépendants, identiquement distribués, et de statistique gaussienne circulaire (Eugene P. Wigner, 1967; Verdú, 2004). La loi de Marcenko-Pastur (Marčenko and Pastur, 1967) prédit la distribution statistique $p(\tilde{\lambda})$ des valeurs singulières normalisées $\tilde{\lambda}$ d'une matrice dont les éléments sont des variables indépendantes de distribution gaussienne. Elle permet donc de vérifier si une matrice est aléatoire ou non. Les n valeurs singulières du système sont normalisées par la somme quadratique des valeurs singulières du système, c'est-à-dire :

$$\tilde{\lambda_i} = \frac{\lambda_i}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i^2}}$$

La distribution $p(\tilde{\lambda})$ des valeurs singulières normalisées d'une matrice aléatoire est définie selon la loi de Marcenko-Pastur :

$$p(\tilde{\lambda}) = \frac{\gamma}{2\pi\tilde{\lambda}}\sqrt{(\tilde{\lambda}^2 - \tilde{\lambda}_{min}^2)(\tilde{\lambda}_{max}^2 - \tilde{\lambda}^2)} \quad \forall \left[\tilde{\lambda}_{min}\ ;\ \tilde{\lambda}_{max}\right]$$

Dans cette équation, $\gamma = m/n$ correspond à la *rectangularité* de la matrice. Dans le cas d'un mélange de faisceaux lasers, c'est donc le rapport entre le nombre m de détecteurs et le nombre n de faisceaux. Ce rapport délimite les bornes $\tilde{\lambda}_{min} = 1 - \sqrt{1/\gamma}$ et $\tilde{\lambda}_{max} = 1 + \sqrt{1/\gamma}$ de la distribution.

IV.3.3. Comparaison des statistiques des matrices de transfert associées à un diffuseur de surface avec la loi de Marcenko-Pastur

J'ai modifié les simulations présentées dans la section IV.3.1 en augmentant le nombre de faisceaux à $n = 25$, mais en conservant tous les autres paramètres, y compris ceux de l'objet de phase ainsi que la distance de propagation de 200 mm. La raison de l'augmentation du nombre de faisceaux est que la loi de Marcenko-Pastur est une loi statistique, peu appropriée pour un système de faibles dimensions. J'ai alors considéré un nombre m de détecteurs ponctuels dans le plan d'analyse, périodiquement espacés de 200 µm. Cet espacement est supérieur à la dimension moyenne d'un grain de speckle de la figure d'interférence multi-faisceaux. L'ensemble des détecteurs reçoit de l'énergie provenant de chacun des faisceaux

[24] SVD : Singular Value Decomposition

[25] Plus de détails peuvent être trouvés dans l'annexe sur les propriétés des matrices.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

du réseau. Pour calculer la matrice de transfert du système, j'ai relevé l'amplitude et la phase du champ de tavelures collecté par les détecteurs et résultant de chacun des faisceaux du réseau. La matrice obtenue est ensuite normalisée par rapport à son coefficient de module maximal (un exemple pour $\gamma = 4$ est présenté à gauche de la Figure IV-3).

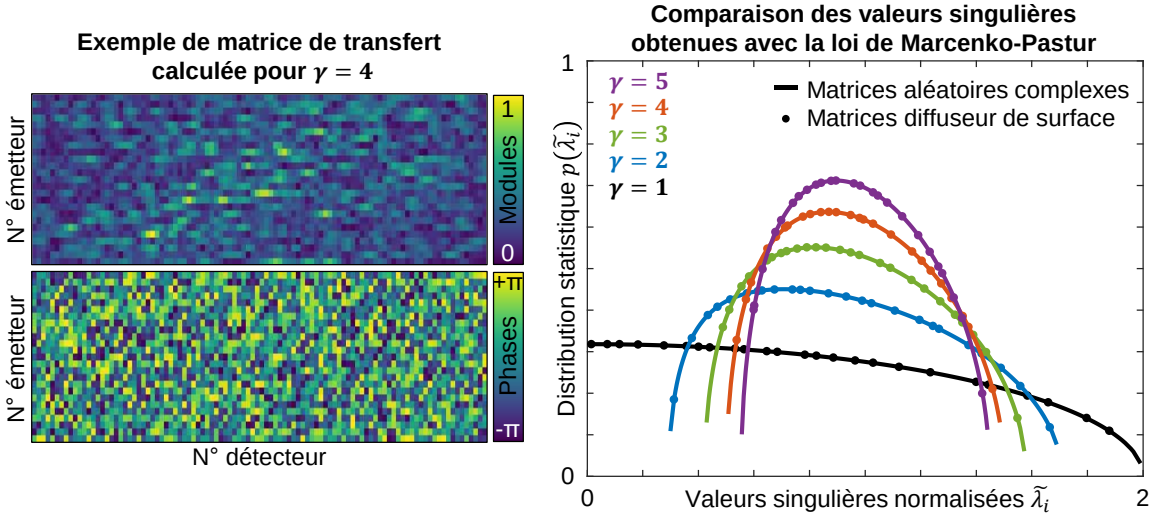


Figure IV-3 : A gauche : Exemple de matrice de transfert calculée pour $\gamma = 4$, soit $m = 100$ détecteurs pour $n = 25$ faisceaux. A droite : Comparaison des distributions des valeurs singulières normalisées des matrices associées au mélange des faisceaux par un diffuseur de surface (points) à la loi de Marcenko-Pastur (traits pleins).

Dans cet exemple, la matrice de transfert calculée affiche une allure aléatoire. Pour le vérifier, et ce pour différentes valeurs de γ, donc différents nombres m de détecteurs, j'ai comparé la distribution des valeurs singulières normalisées des matrices calculées à la distribution statistique théorique d'une matrice aléatoire donnée par la loi de Marcenko-Pastur. Les résultats obtenus sont présentés à droite de la Figure IV-3. Les distributions théoriques sont tracées pour des systèmes matriciels aléatoires et sont représentées par des traits pleins. Les distributions obtenues par calcul avec le diffuseur de surface pour $n = 25$ faisceaux sont représentées par des points. Chaque couleur correspond à une valeur de γ différente. Sans conteste, les distributions des valeurs singulières associées à la matrice décrivant un système mélangeur à base de diffuseur suivent bien la statistique de Marcenko-Pastur. Les matrices associées à ces systèmes comportent donc des coefficients aléatoires suivant une statistique circulaire gaussienne.

Ainsi, compte tenu de la simplicité d'un tel système, et de la disponibilité commerciale de diffuseurs de surface sous la forme de lames de verre dépoli, je vais vous présenter dans la fin de ce chapitre les résultats expérimentaux de verrouillage des phases d'un réseau de lasers à l'aide d'un diffuseur de surface.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.4. Banc modèle expérimental d'analyse et de contrôle des phases d'un réseau de faisceaux lasers intégrant un diffuseur

IV.4.1. Caractéristiques des diffuseurs utilisés et dimensionnement du système optique mélangeur de faisceaux

Les diffuseurs commercialisés sont généralement des lames dépolies, obtenues par sablage, meulage, ou polissage de substrats de silice fondue. Ce type de diffuseur est caractérisé par la dimension moyenne des structures diffusives à sa surface, liée à la dimension moyenne des particules abrasives utilisées. J'ai eu à ma disposition des diffuseurs commercialisés par Thorlabs, de références DG10-120-MD, DG10-220-MD, DG10-600-MD, DG10-1500-MD, correspondant aux tailles moyennes de zones diffusantes présentes dans le Tableau IV-1.

Type de granularité	Désignation ISO[26]/FEPA[27]	Taille moyenne des diffuseurs g [µm]
Fine	P120	125
Très fine	P220	68
Extra fine	P600	25,8
Ultra fine	P1500	12,6

Tableau IV-1 : Lien entre la norme ISO des abrasifs utilisés et la taille moyenne des structures obtenues après abrasion.

La dimension moyenne des structures diffusantes détermine la répartition angulaire moyenne de l'énergie diffusée. Les indicatrices de diffusion des quatre diffuseurs de surface à notre disposition sont présentées sur la Figure IV-4. En pratique, ces courbes sont obtenues en moyennant les images intensimétriques obtenues pour plusieurs positions transversales et angulaires du diffuseur. Pour la suite de ce document, j'appellerai θ_d le demi-angle à mi-hauteur de ces indicatrices de diffusion.

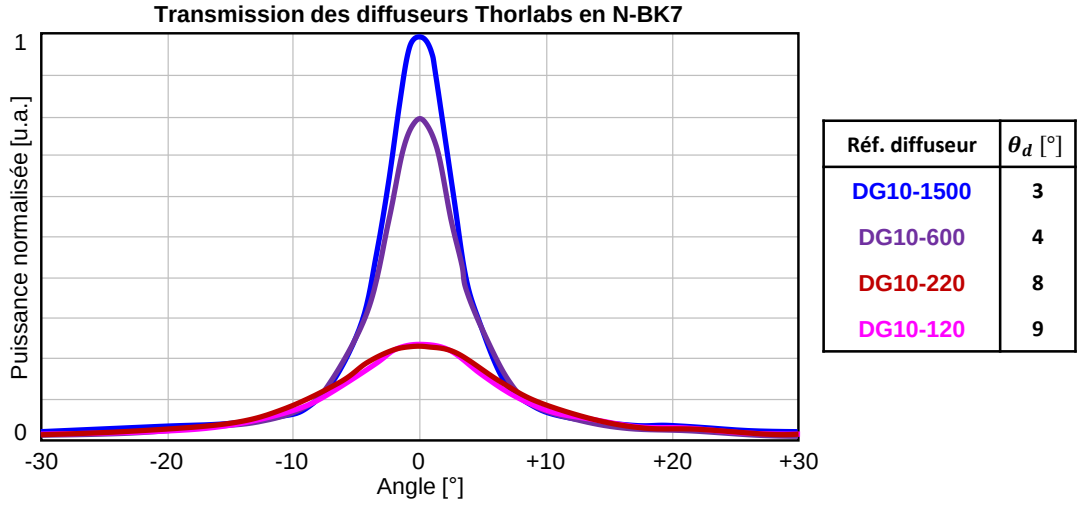


Figure IV-4 : Indicatrices de diffusion des diffuseurs de surface Thorlabs utilisés dans les expériences.

La taille des grains de speckle obtenus dans le plan de détection dépend quant à elle de la distance z_c entre le plan de diffusion et le plan d'acquisition, ainsi que du diamètre d_{pup} de la pupille éclairant le diffuseur. La dimension du plus petit grain de speckle s_c qu'il est possible d'obtenir dans le plan d'acquisition vaut approximativement $s_c \approx \lambda z / d_{pup}$, où λ est la longueur

[26] ISO : International Standards Organization
[27] FEPA : Federation of European Producers of Abrasives

Licence CC BY-NC-ND 3.0

d'onde du rayonnement incident. Si l'on considère cette fois non pas un seul faisceau mais un réseau de n faisceaux cohérents périodiquement alignés (1D), la dimension de la pupille composite vaut $d_{pup} = (n-1)p + d$, où d correspond au diamètre d'un faisceau du réseau. Chacun des faisceaux individuels a la majeure partie de son énergie diffusée dans un cône de demi-angle θ_d dont la valeur dépend de la taille moyenne des structures diffusantes. Dans ce cas, la dimension du plus petit grain de speckle formé à la distance z_c vaudra $s_c \approx \lambda z_c / d_{pup}$, seulement si tous les faisceaux se recouvrent dans le plan de détection (Figure IV-5). Dans ce plan, la détection est assurée par un ensemble de détecteurs ponctuels distribués sur une surface, par exemple carrée de côté d_c. La distance minimale z_c^{min} à laquelle tous les faisceaux se recouvrent sur l'intégralité de la surface de détection peut être obtenue de façon approximée en résolvant l'équation suivante :

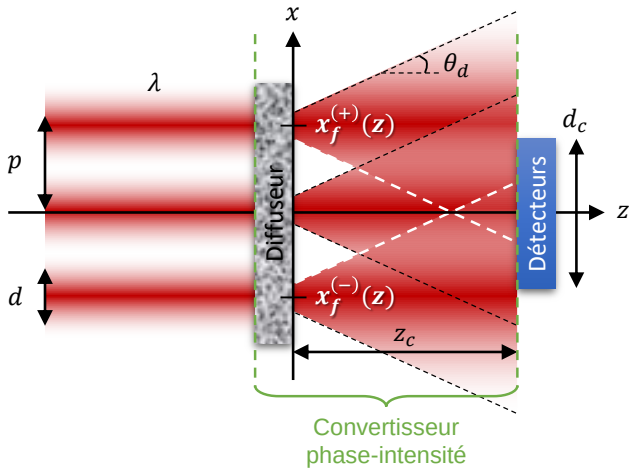


Figure IV-5 : Dimensionnement du système optique pour obtenir de l'énergie diffusée par tous les faisceaux du réseau sur la surface du détecteur.

$$\begin{cases} x_f^{(-)}(z_c) = +\theta_d z_c - \dfrac{np}{2} \\ x_f^{(+)}(z_c) = -\theta_d z_c + \dfrac{np}{2} \\ x_f^{(-)}(z_c^{min}) - x_f^{(+)}(z_c^{min}) = d_c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_c^{min} \approx \frac{d_c + np}{2\theta_d}}$$

Où $x_f^{(\pm)}(z_c)$ représente l'ordonnée (trait en pointillés sur la figure IV-6) de la droite matérialisant la divergence des faisceaux extrêmes.

Il est également possible d'utiliser une caméra à la place du jeu de détecteurs ponctuels. Ne sont alors traitées que les données collectées par quelques pixels de la caméra. Prenons l'exemple d'une caméra ayant des pixels de taille de l'ordre de $t_{px} = 5\ \mu m$, soit une surface utile d'environ $d_c = 5{,}4\ mm$ de diamètre pour une résolution full HD (1920x1080 pixels). Dans ce cas de figure, voici quelques ordres de grandeur, pour $n = 4$: on obtient $z_c^{min} = 34\ mm$ pour $p = 1\ mm$ et $z_c^{min} = 163\ mm$ pour $p = 1\ cm$. Pour une longueur d'onde $\lambda = 1064\ nm$ et un taux de remplissage $d/p = 75\%$ la dimension des grains de speckle formés en $z = z_c^{min}$ vaut respectivement $s_c = 9{,}6\ \mu m$ et $s_c = 4{,}6\ \mu m$.

D'après l'analyse sur les contraintes de détection de la technique PIM-PR, nous savons qu'un nombre de détecteurs quatre fois plus important que le nombre de faisceaux est nécessaire pour assurer le verrouillage des phases. Par ailleurs, les détecteurs doivent à minima être espacés de la dimension d'un grain de speckle afin d'acquérir des informations décorrélées. Le nombre de degrés de liberté explorables expérimentalement reste toutefois extrêmement élevé. Pour réduire le nombre de degrés de liberté dans les expérimentations décrites par la suite, j'ai placé systématiquement le plan de détection à une distance $z > z_c^{min}$ de façon à mélanger des rayonnements provenant de l'ensemble des faisceaux sur toute la surface utile de détection. Dans les expériences suivantes, c'est une caméra qui réalise cette détection à partir de quelques pixels seulement, le champ d'interférence couvrant toute la surface de la caméra. De plus, je fixe un ratio $\gamma = m/n = 4$ entre le nombre m de détecteurs et le nombre n

Licence CC BY-NC-ND 3.0

de faisceaux à phaser. Enfin, pour réduire le nombre de degrés de liberté à seulement deux, je dispose les m détecteurs carrés de côté t_c suivant un réseau carré de pas p_c (Figure IV-7).

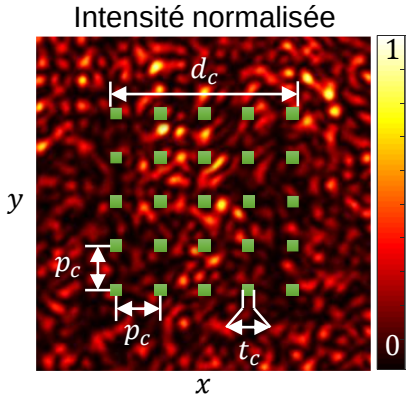


Figure IV-7 : Positionnement des détecteurs (carrés verts) suivant une maille carrée de pas p_c. Chaque détecteur a une surface carrée de côté t_c constituée de plusieurs pixels de la caméra. Le réseau de détecteurs a un côté de longueur d_c.

Dans ce cas, les deux degrés de liberté restants à analyser sont les suivants :

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{t_c}{s_c} \\ \beta = \dfrac{p_c}{s_c} \end{cases}$$

Le paramètre α est le rapport entre la taille d'un détecteur et celle d'un grain de speckle. On peut s'attendre à ce que lorsque $\alpha \to 1$, les performances du système se dégradent. En effet, les détecteurs intègrent alors l'énergie sur une surface large devant la variation spatiale des informations, conduisant à un moyennage des variations et à une diminution de la sensibilité du système.
Le paramètre β est quant à lui le rapport entre le pas des détecteurs et celle d'un grain de speckle. De même, on peut s'attendre à une diminution des performances pour $\beta < 1$, correspondant à des détecteurs espacés de moins d'un grain de speckle, qui mesurent des informations corrélées détériorant le caractère aléatoire de la matrice de transfert du système de conversion phase-intensité.

Dans la partie suivante, je vous présente le banc modèle réalisé pour vérifier expérimentalement les projections de dimensionnement du système de conversion phase-intensité intégrant un objet diffusant présentées jusqu'ici. Sauf indication contraire, les hypothèses présentées plus haut restent valables dans les montages expérimentaux mis en œuvre.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.4.2. Banc modèle mis en œuvre et résultats expérimentaux obtenus

IV.4.2.1. Synoptique du banc optique à base de SLMs

Le banc modèle réalisé à base de SLMs est identique à celui présenté dans les deux chapitres précédents. Un synoptique simplifié est présenté sur la Figure IV-8. A l'exception du système de conversion phase-intensité, ce banc test est identique à celui de la Figure III-11 du Chapitre III. Pour rappel, un réseau de faisceaux cohérents et juxtaposés est formé en affichant un ensemble compact de multiples réseaux de diffraction sur un premier SLM que vient éclairer un faisceau collimaté et polarisé linéairement. Les différents ordres des réseaux sont alors filtrés de façon à ne conserver que l'ordre 1 contenant le réseau de faisceaux cohérents. Les phases relatives des faisceaux formés peuvent être contrôlées en modifiant l'alignement relatif des traits des réseaux formés sur le SLM. La matrice de faisceaux formée est imagée sur un second SLM destiné à appliquer les corrections de phase renvoyées par l'algorithme PIM-PR, ou bien les cartes de phase tests à appliquer dans la phase de mesure de la matrice de transfert de l'objet diffusant par la méthode PIM-TMR. Une fraction de l'énergie disponible est ensuite prélevée puis envoyée sur un diffuseur pour convertir les informations de phase en informations intensimétriques, mesurées de façon parcimonieuse sur un capteur sCMOS[28].

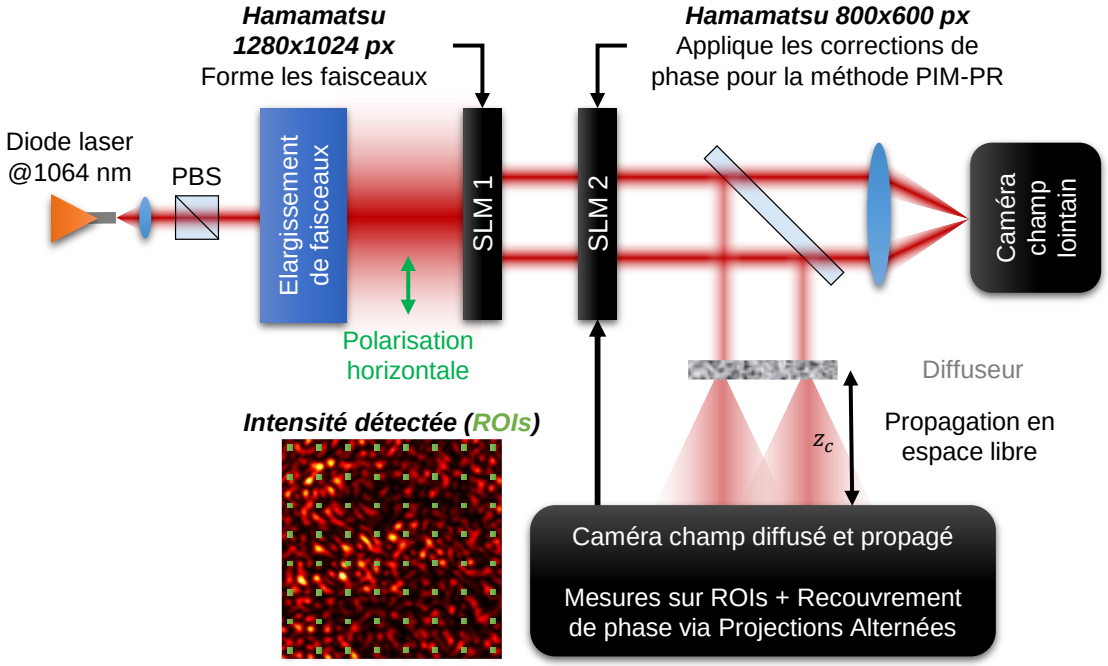
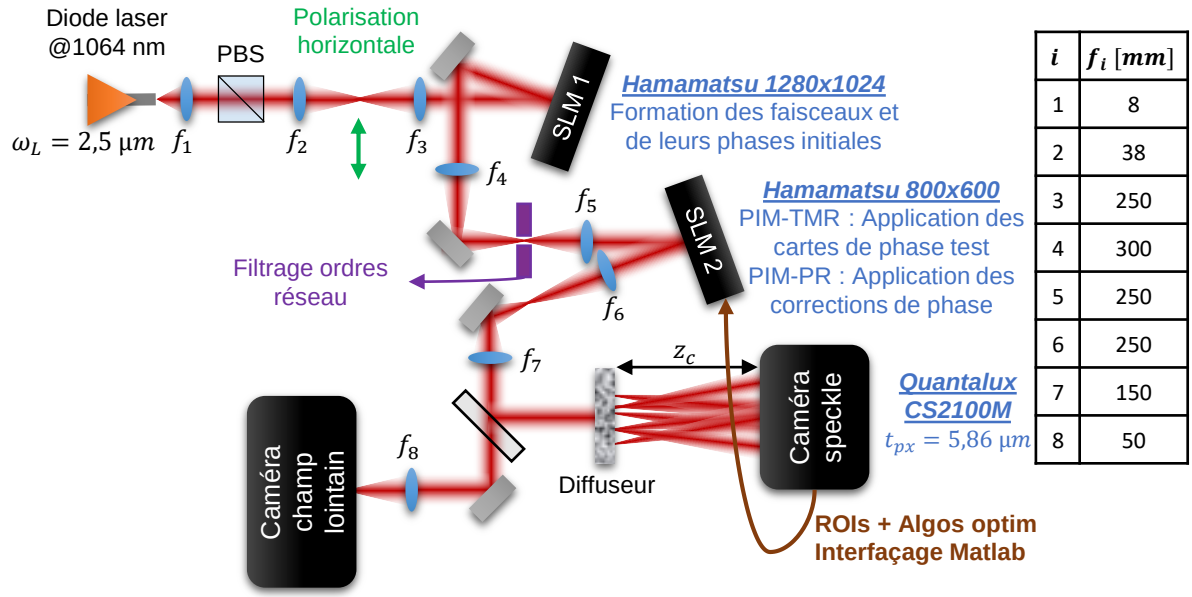


Figure IV-8 : Synoptique simplifié du montage expérimental réalisé. Les positions du réseau de détecteurs sont représentées par des points verts dans le speckle mesuré par la caméra.

Le synoptique détaillé du montage est présenté sur la Figure IV-9. Compte tenu des systèmes afocaux placés entre le SLM1 et le SLM2, ainsi qu'entre le SLM2 et l'entrée du convertisseur phase-intensité, les dimensions du réseau de faisceaux formé sur le SLM1 sont divisées par deux en attaquant le diffuseur. L'image du champ proche est en effet formée sur le diffuseur.

[28] sCMOS : Scientific Complementary Metal Oxyde Semi-conductor

Licence CC BY-NC-ND 3.0



i	$f_i\ [mm]$
1	8
2	38
3	250
4	300
5	250
6	250
7	150
8	50

Figure IV-9 : Synoptique détaillé du montage expérimental réalisé.

Sauf indication contraire, dans la suite de ce chapitre, le champ incident sur le diffuseur de surface, en tenant compte du grandissement du système optique entre le SLM1 formant les faisceaux et le diffuseur, est constitué de $n = 16$ faisceaux en maille carrée de pas $p = 227\ \mu m$ et de diamètre individuel $d = 158\ \mu m$. La longueur d'onde du rayonnement utilisé vaut $\lambda = 1064\ nm$. La diagonale de la pupille formée vaut $d_{pup} = \sqrt{2}\left[\left(\sqrt{n} - 1\right)p + d\right] = 1{,}3\ mm$. La caméra qui détecte le champ diffusé est commercialisée par Thorlabs sous la référence CS2100M-USB. C'est une caméra full HD dont les pixels sont de côté $t_{px} = 5{,}86\ \mu m$. La dimension utile du capteur a donc une dimension $d_c = 5{,}86\ \mu m \times 1080 = 6{,}32\ mm$. Cette caméra possède une dynamique de 16 bits. Les données d'entrée de l'algorithme de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR proviennent de l'intégration de l'intensité mesurée sur 64 régions d'intérêt arrangées suivant une maille carrée. Dans ce cas, la distance z_c^{min} devant séparer le diffuseur du plan de détection (caméra) pour mélanger tous les faisceaux sur l'ensemble de la section utile de la caméra vaut selon le type de diffuseur :

Réf. diffuseur	$g\ [\mu m]$ Dimension moyenne de la structuration de phase du diffuseur	$\theta_d\ [°]$ ½ angle de l'indicatrice de diffusion	$\boldsymbol{z_c^{min}\ [mm]}$ Distance minimale pour que tous les faisceaux se recouvrent dans la zone de détection	$s_c\ [\mu m]$ Dimension moyenne des grains de speckle dans le plan de détection
DG10-1500	12,6	3	**69**	82
DG10-600	25,8	4	**52**	61
DG10-220	68	8	**26**	31
DG10-120	125	9	**23**	27

Tableau IV-2 : z_c^{min} : Distance minimale entre les diffuseurs et la caméra pour mélanger l'intégralité des 16 faisceaux formant une pupille de diagonale 1,3 mm sur l'ensemble du capteur de la caméra.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.4.2.2. Influence des paramètres α et β sur la qualité de cophasage obtenue par la méthode PIM-PR

Dans la section IV.4.1, j'ai montré que pour $z_c > z_c^{min}$, et pour un réseau de détecteurs en maille carrée, que les paramètres variables du système sont réduits à deux. Le paramètre α est le rapport entre la taille d'un détecteur et celle d'un grain de speckle. Le paramètre β est quant à lui le rapport entre le pas des détecteurs et celle d'un grain de speckle. La méthode PIM-PR permet le verrouillage des phases de lasers sur un jeu cible arbitraire, donc un nombre très élevé de possibilités. Pour simplifier, j'ai cherché à observer l'influence des paramètres α et β sur une métrique unique : la qualité de cophasage atteinte en régime établi (convergence vers un front d'onde synthétique plan). J'ai fait varier ces paramètres en modifiant le pas et la taille des détecteurs pour plusieurs distances de propagation entre le diffuseur et le plan de détection et en utilisant les diffuseurs P600 et P120. Des exemples de speckles mesurés en utilisant ces diffuseurs sont présentés sur la Figure IV-10. On remarque que les deux speckles de gauche, utilisant un diffuseur à structures diffusantes de dimension 125 µm, fournissent un speckle homogène et à fort contraste (mesuré à plus de 90%). En revanche, comme le montre l'image de droite, le diffuseur à structures diffusantes de dimension 25 µm fournit un speckle moins homogène. Les 9 grains de speckle énergétiques visibles à l'intérieur du cercle rouge correspondent en fait aux portions énergétiques de l'image obtenue dans le même plan de mesure en enlevant le diffuseur. Quoiqu'il en soit, les grains de speckle formés hors de ces points particuliers de forte intensité formés par les photons balistiques constituent le champ d'interférence de l'ensemble des 16 faisceaux du réseau.

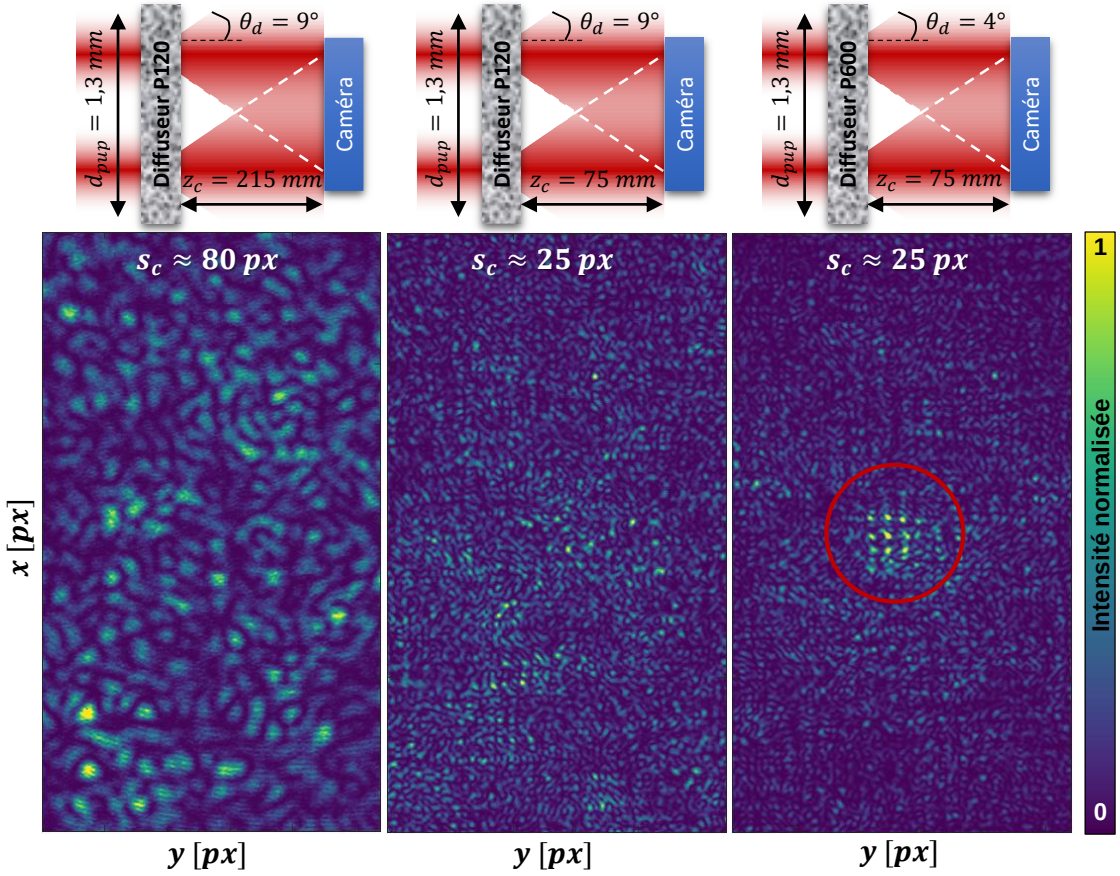


Figure IV-10 : Exemples de speckles mesurés par la caméra. Chaque image fait 1920 par 1080 pixels. La dimension d'un pixel de la caméra utilisée vaut $t_c = 5{,}86\ \mu m$. La dimension moyenne d'un grain de speckle est déterminée par autocorrélation sur une fenêtre de 700x700 pixels, en mesurant la demi-largeur à mi-hauteur du pic prépondérant et centré en zéro.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Ces trois configurations différentes de diffuseur et de distance caméra-diffuseur, m'ont permis en faisant varier la dimension t_c des détecteurs ainsi que leur pas p_c, de faire varier le paramètre α sur une plage allant de 1,3% à 49%, et le paramètre β sur une plage variant de 0,3 à 6. J'ai alors mesuré la matrice de transfert du système et relevé la qualité de cophasage atteinte en régime établi pour quelques couples (α, β). Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure IV-11.

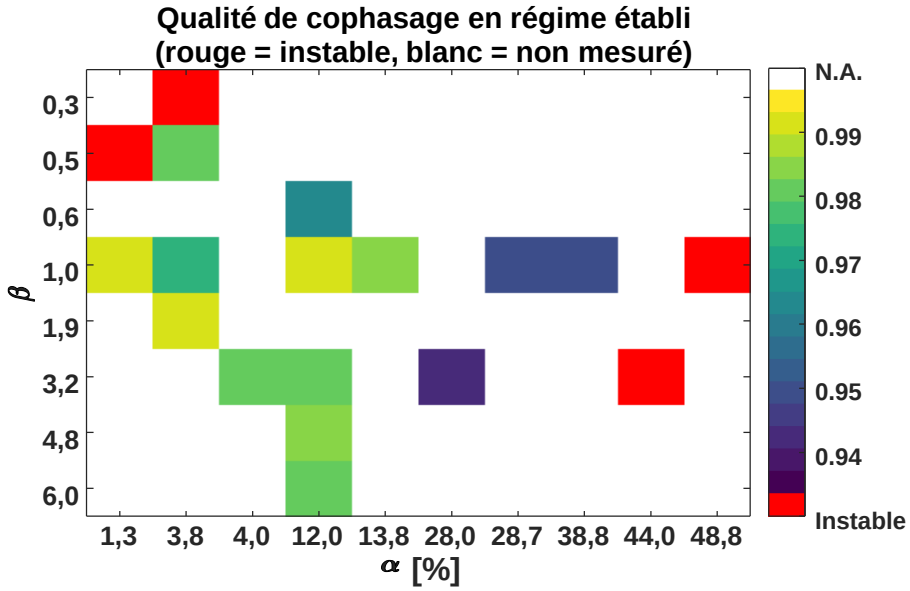


Figure IV-11 : Qualité de cophasage en régime établi, atteinte pour différents couples de paramètres (α, β). Attention, l'échelle des axes est fortement non-linéaire. Les carrés blancs correspondent à des couples de paramètres non mesurés. Les carrés rouges correspondent à des essais de mesures infructueux pour lesquelles il n'existe pas de régime établi puisque l'algorithme est instable.

Deux zones d'instabilités sont identifiées sur les résultats obtenus.

- Premièrement, le système est instable lorsque le paramètre α, comparant la dimension des détecteurs par rapport à la dimension des grains de speckle, dépasse 40%. Les performances se dégradent légèrement au-delà de 20%. Ce résultat est compréhensible car en utilisant un détecteur de taille comparable à celle d'un grain de speckle, le détecteur est moins sensible aux variations d'intensité dues à des variations de phase entre les émetteurs du réseau.
- Deuxièmement, pour un paramètre α de valeur suffisamment faible, le système devient instable lorsque le paramètre β, comparant le pas des détecteurs par rapport à la dimension des grains de speckle, est inférieur à 0,5. Là encore, ce résultat semble raisonnable. En effet, une valeur de $\beta < 0{,}5$ signifie que statistiquement, deux détecteurs sont placés sur un même grain de speckle et mesurent donc une information fortement corrélée. Même si on peut imaginer que la redondance améliore le rapport signal à bruit du système, puisqu'il est stable pour $0{,}5 < \beta < 1$, le nombre de détecteurs « utiles », c'est-à-dire mesurant des informations décorrélées, diminue. Or, dans le chapitre 2, nous avons vu que la méthode PIM-PR nécessite au minimum $3n$ détecteurs mesurant des informations décorrélées pour pouvoir fonctionner de façon satisfaisante.

Ainsi, le système de conversion phase-intensité obtenu en faisant traverser un diffuseur de surface à un réseau de faisceaux lasers et en laissant se propager les faisceaux aberrants offre une certaine souplesse dans le dimensionnement du système optique de mélange pour

Licence CC BY-NC-ND 3.0

obtenir une matrice de transfert aléatoire. En résumé, pour faire fonctionner le système, trois paramètres sont à prendre en compte :

1. La distance séparant les détecteurs du diffuseur doit être suffisamment grande pour que le speckle produit dans le plan de détection corresponde à un mélange de l'ensemble des faisceaux du réseau ($z_c > z_c^{min}$).
2. La dimension d'un détecteur doit être inférieure à 0,4 fois la dimension moyenne d'un grain de speckle, et dans l'idéal inférieure à 10% de cette dimension moyenne ($\alpha < 0{,}4$).
3. Les détecteurs doivent être au minimum espacées de 0,5 fois la dimension d'un grain de speckle, et dans l'idéal d'une fois la dimension des grains ($\beta > 0{,}5$).

IV.4.2.3. Exemple de verrouillage des phases sur un front d'onde synthétique arbitraire

De façon à diminuer le nombre de degrés de liberté du système à analyser, dans la section précédente, j'ai testé la sensibilité du système PIM-PR aux paramètres α et β en relevant la qualité de cophasage atteinte en régime établi en fonction de la valeur de ces paramètres. La prochaine étape traitée dans cette section consiste à valider la méthode en l'utilisant pour former un front d'onde synthétique de structure quelconque de pistons de phase. En guise d'exemple, j'ai conservé les dimensions du réseau de 16 lasers décrit dans la section précédente, à savoir un réseau en maille carrée de diagonale $d_{pup} = 1{,}3\ mm$, incident sur le diffuseur P120 de demi-cône de diffusion à mi-hauteur $\theta_d = 9°$, et une distance diffuseur-caméra $z_c = 75\ mm > z_c^{min}$ (Figure IV-12-A). 64 zones d'intérêt de 3x3 pixels sont disposées en maille carrée dans le plan de détection, et jouent le rôle de détecteurs ponctuels. Les paramètres du système de conversion phase-intensité ainsi obtenus valent $\beta = 3{,}2$, et $\alpha = 12\%$. La matrice de transfert du système de conversion phase-intensité formé est mesurée in situ à l'aide de l'algorithme PIM-TMR alimenté par 20x16=320 cartes de phase tests et détections associées. La matrice mesurée est montrée sur la Figure IV-12-B. Sur cette représentation, la luminosité code le module des coefficients complexes tandis que la couleur code la phase. Visuellement, la matrice de transfert obtenue paraît aléatoire. Pour le vérifier, j'ai comparé ses valeurs singulières normalisées avec celles d'une matrice aléatoire complexe (Figure IV-12-C). La matrice expérimentale obtenue à partir d'un diffuseur de surface possède bien les caractéristiques statistiques d'une matrice aléatoire.

Voyons maintenant si, fort de ses caractéristiques idéales, la convertisseur phase-intensité aléatoire permet bien de verrouiller le réseau de lasers sur des phases cibles arbitraires. Sur la Figure IV-13, je présente les résultats statistiques de contrôle des phases du réseau de 16 faisceaux, obtenus à partir d'une cinquantaine de tirages. Pour chaque tirage, les phases initiales du réseau sont aléatoires, tandis que les phases cibles sont choisies aléatoirement et selon une loi statistique uniforme dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. Les résultats obtenus expérimentalement (en rouge) montrent que le régime établi est atteint en 6 actionnements de phase en moyenne, et que le nombre d'itérations internes cumulées nécessaires vaut en moyenne 50. Ces résultats sont cohérents avec les résultats numériques obtenus (en bleu). La qualité de phasage moyenne atteinte expérimentalement en régime établi est supérieure à 97%, ce qui correspond à une erreur résiduelle de phase $\sigma_\varphi < \lambda/30$ rms. Ces performances valident donc le bon fonctionnement de la méthode PIM-PR pour contrôler le front d'onde synthétique formé par un réseau de 16 lasers.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

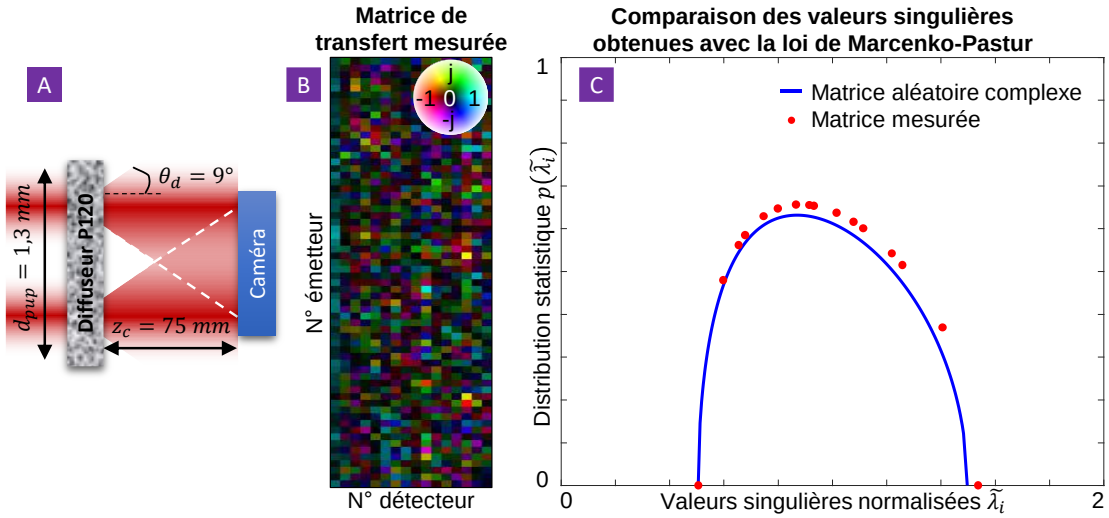


Figure IV-12 : A : Synoptique montrant les dimensions du convertisseur phase-intensité. B : Matrice de transfert mesurée. Le module des coefficients est codé en luminosité, tandis que la phase est codée en couleur. C : Comparaison des valeurs singulières normalisées de la matrice mesurée (points rouges) avec celles d'une matrice aléatoire complexe (loi de Marcenko-Pastur, ligne bleue).

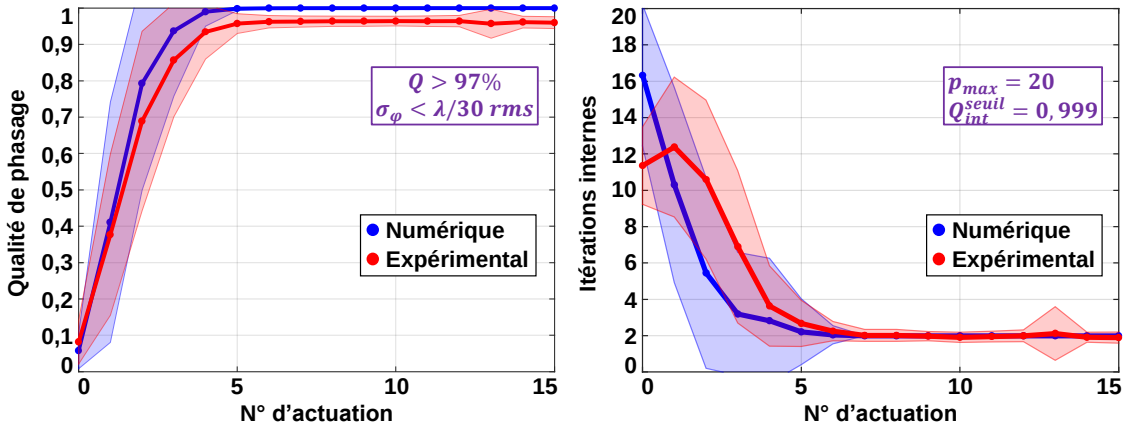


Figure IV-13 : Statistiques sur la qualité de phasage et le nombre d'itérations internes pour 16 faisceaux et 64 détecteurs. Les résultats statistiques numériques comme expérimentaux sont calculés à partir de 50 tirages de phases initiales aléatoires et de phases cibles arbitraires. La matrice de transfert a été extraite à partir de 20x16=320 cartes de phases test. Le système de conversion phase-intensité utilise le diffuseur P120, séparé d'une distance $z_c = 75\ mm$ du plan de la caméra.

Enfin, tout en conservant cette configuration, j'ai également évalué la sensibilité du système au nombre de bits utiles de la caméra. Pour cela, j'ai rééchantillonné les mesures acquises à l'aide de la caméra 16 bits pour recouvrer une matrice de transfert à partir d'un nombre de bits utiles égal à 12 ainsi que 10. La qualité de phasage moyenne atteinte en régime établi en réduisant le nombre de bits de la caméra vaut respectivement 93% et 90% au lieu des 97% atteints avec 16 bits. Notons toutefois que cette dégradation s'observe si la matrice de transfert est mesurée avec un nombre de bits inférieur. Si le nombre de bits utiles est réduit lors du contrôle des phases via la méthode PIM-PR mais que la matrice de transfert a été mesurée avec 16 bits, la qualité de phasage moyenne diminue très peu, voire pas du tout. Expérimentalement, lors du verrouillage des phases du réseau par la méthode PIM-PR, cela revient à utiliser un temps d'exposition trop faible et ainsi à ne pas exploiter tous les niveaux de quantification disponibles. La dynamique de détection lors de la mesure de la matrice de transmission apparait donc comme un point clé pour atteindre les meilleures performances dans les contrôles de phase ultérieurs.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

IV.4.2.4. Augmentation du nombre de faisceaux à contrôler et réduction de l'encombrement du dispositif

Modification du système de conversion phase-intensité réalisé par l'élément diffuseur pour réduire son encombrement

Les expériences réalisées dans les sections précédentes visaient à analyser l'influence des paramètres du système de conversion phase-intensité sur les performances de la méthode PIM-PR. Les résultats obtenus ne concernaient qu'un réseau de 16 faisceaux juxtaposés et arrangés suivant une maille carrée formant une pupille composite de diagonale $d_{pup} = 1{,}3\ mm$. En pratique, il est fréquent qu'un réseau de faisceaux collimatés de puissance forme une pupille de diamètre multi-centimétrique. En utilisant les hypothèses de mélange de l'ensemble des faisceaux sur l'intégralité des détecteurs, on obtient, pour une pupille de diamètre $d_{pup}^{d} = 10\ cm$, une distance minimale z_c^{min} entre le diffuseur de demi-cône de diffusion θ_d et le plan des détecteurs :

$$z_c^{min} = \frac{d_{pup}}{2\theta_d}$$

Pour $\theta_d = 4°$, on obtient $z_c^{min} = 720\ mm$. Toutefois, la dimension des grains de speckle formés dans le plan des détecteurs vaut alors :

$$s_c = \frac{\lambda z_c^{min}}{d_{pup}^{d}} = 7{,}66\ \mu m$$

Or, nous avons vu que les performances de la méthode PIM-PR sont meilleures pour un paramètre $\alpha = t_c/s_c < 15\%$. Cela oblige soit à utiliser des détecteurs de dimension 1 µm qu'il est difficile de se procurer[29], soit à placer les détecteurs à une distance z_c de près de 5 m, rendant le système de conversion phase-intensité encombrant et à fortes pertes. Pour réduire cet encombrement, il est possible de diminuer le diamètre du champ incident sur le diffuseur à l'aide d'une lentille convergente de focale f par exemple (Figure IV-14).

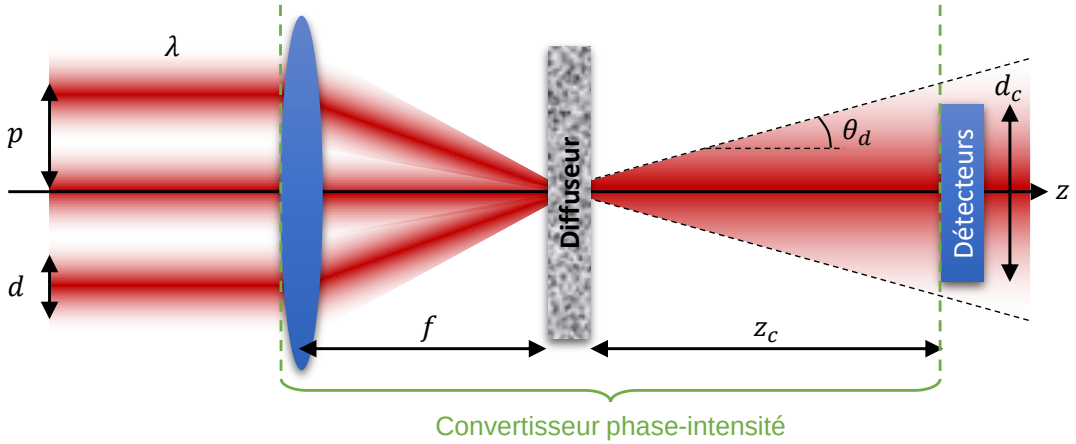


Figure IV-14 : Dimensionnement du système optique pour obtenir de l'énergie diffusée par tous les faisceaux du réseau sur la surface du détecteur

[29] Les dimensions des pixels de caméras CMOS standard sont de l'ordre de 25 µm². La caméra que j'utilise possède quant à elle des pixels carrés de côté $t_{px} = 5{,}86\ \mu m$.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Dans ce cas, si l'on considère un réseau de 16 faisceaux en maille carrée de pas $p = 2{,}5\ cm$ et avec un taux de remplissage $\eta = 75\%$, le diamètre à 1/e² en intensité des faisceaux gaussiens individuels vaut $d = 1{,}87\ cm$ et le diamètre de la pupille vaut $d_{pup} \approx 10\ cm$. En utilisant une lentille de focale $f = 500\ mm$, le diamètre de l'enveloppe de diffraction d_f éclairant le diffuseur vaut alors :

$$d_f = \frac{4\lambda f}{\pi d} = 36\ \mu m$$

Dans ce cas, l'ensemble des faisceaux sont déjà mélangés sur le diffuseur, et on peut en théorie placer les détecteurs très proches de la surface du diffuseur. Toutefois, la dimension des grains de speckle formés vaut approximativement :

$$s_c = \frac{\lambda z_c}{d_f}$$

Pour que la méthode PIM-PR offre de bonnes performances, on veut un paramètre $\alpha < 15\%$. En guise d'exemple, dans le cadre de mon étude expérimentale, sachant que la caméra utilisée possède des pixels de dimension $t_{px} = 5{,}86\ \mu m$ la distance minimale entre le diffuseur et la caméra vaut cette fois :

$$z_c^{min} = \frac{d_f t_{px}}{\lambda \alpha_{max}} = 1{,}3\ mm$$

L'encombrement du système mélangeur formé est donc fortement réduit puisqu'il passe de près de 5 mètres à près de 0,5 mètres. Notons que le système décrit ci-dessus suppose utiliser une lentille ouverte à $f/5$, conduisant à de fortes aberrations sur le faisceau focalisé. Toutefois, l'objectif est d'obtenir un mélange aléatoire de l'ensemble des faisceaux du réseau, ainsi qu'un champ de dimension réduite sur le diffuseur, et non de former un champ lointain exempt d'aberrations. Enfin, la lentille de focalisation fait partie du convertisseur phase-intensité et est prise en compte dans la mesure de la matrice de transfert qui lui est associé.

Validation expérimentale à 16 faisceaux sur une pupille de diamètre millimétrique

J'ai dans un premier temps cherché à vérifier le principe présenté dans la section précédente, c'est-à-dire mélanger des faisceaux par focalisation sur un diffuseur. J'ai pour cela formé à l'entrée du convertisseur phase-intensité un réseau de 16 faisceaux en maille carrée, de pas 500 µm, de diamètre 375 µm, et donc de diagonale $d_{pup} = 2{,}65\ mm$ (Figure IV-15). Le réseau de faisceaux est focalisé sur le diffuseur P600, de taille de structures diffusantes moyenne 25 µm, à l'aide d'une lentille convergente de focale $f = 50\ mm$. Dans ce cas, l'enveloppe de diffraction d'un faisceau dans le plan du diffuseur a un diamètre $d_f = 180\ \mu m$. Pour ce diffuseur, dont le demi-cône de diffusion à mi-hauteur vaut $\theta_d = 4°$, la distance minimale entre le diffuseur et le capteur vaut $z_c^{min} = 6{,}6\ mm$. La caméra a été placée à une distance $z_c \approx 13\ mm$ du diffuseur, conduisant à des grains de speckle d'environ $s_c \approx 77\ \mu m$. L'encombrement du système de conversion phase-intensité formé vaut donc 63 mm.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

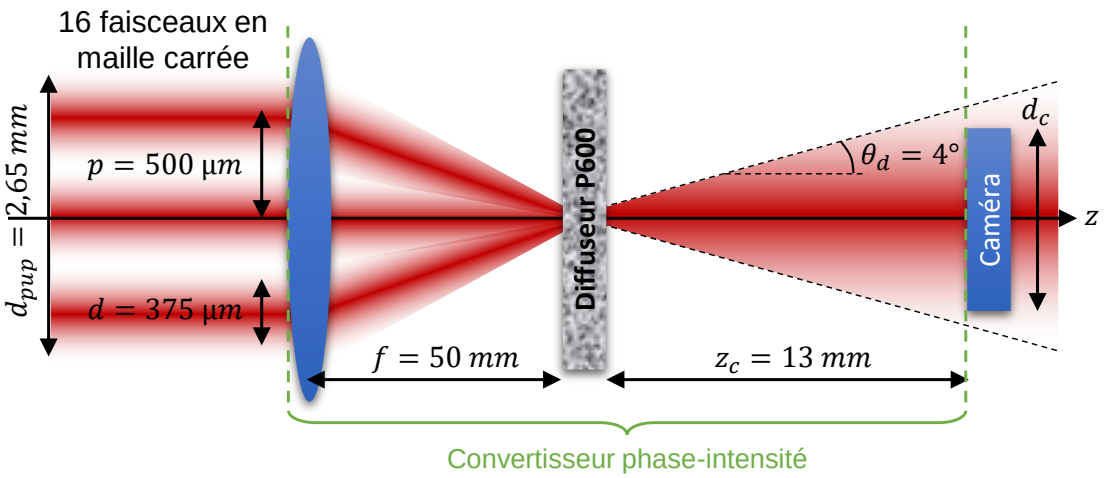


Figure IV-15 : Synoptique montrant les dimensions du convertisseur phase-intensité formé pour contrôler un réseau de 16 faisceaux lasers en maille carrée.

Pour un couple de paramètres $(\beta = 1{,}5\,;\alpha = 6\%)$, j'ai mesuré la matrice de transfert du système à partir de 20x16=320 tests, pour ensuite l'utiliser pour contrôler le réseau de lasers. Les statistiques des résultats expérimentaux et numériques présentées sur la Figure IV-16 ont été obtenues à partir de 50 tirages pour lesquelles les phases initiales sont aléatoires et les phases cibles sont arbitrairement choisies dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. La qualité de phasage moyenne atteinte en régime établi est supérieure à 96%, correspondant à une erreur résiduelle de phase inférieure à $\lambda/30$ rms. Le régime établi est atteint en 7 corrections en moyenne.

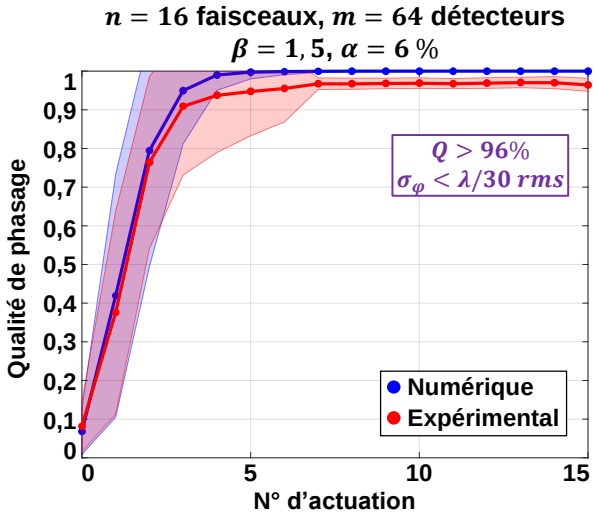


Figure IV-16 : Statistiques sur la qualité de phasage obtenue pour 16 faisceaux et 64 détecteurs. Les résultats statistiques numériques comme expérimentaux sont calculées à partir de 50 tirages de phases initiales aléatoires et de phases cibles arbitraires. Les matrices de transfert ont été extraites à partir de 20x16=320 cartes de phases test. β représente le rapport entre le pas du réseau de détecteurs en maille carrée et la dimension moyenne d'un grain de speckle dans le plan de la caméra. α représente le rapport entre la dimension d'un détecteur et la dimension moyenne d'un grain de speckle dans le plan de la caméra.

Malgré la différence du système de conversion phase-intensité formé, focalisant cette fois-ci le réseau sur le diffuseur, les performances du contrôle des phases sont comparables à celles obtenues sans focalisation, et valident la possibilité d'insérer une lentille convergente en amont du diffuseur pour diminuer l'étendue du champ éclairant ce dernier.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Validation expérimentale à 100 faisceaux sur une pupille de diamètre millimétrique

Lors de l'étude numérique des performances de la méthode PIM-PR, nous avions vu que cette méthode était indépendante du nombre de faisceaux à contrôler. Pour le vérifier, j'ai cette fois cherché à contrôler le front d'onde synthétique formé par un réseau de 100 lasers arrangés en maille carrée de pas 500 µm et de diamètre de faisceau 375 µm, ce qui correspond à une pupille de diagonale $d_{pup} = 6{,}9\ mm$ (Figure IV-17). Les caractéristiques de la lentille de focalisation et du diffuseur sont identiques au cas traité dans la section précédente pour 16 lasers. En revanche, la distance diffuseur-caméra vaut cette fois $z_c = 26\ mm$.

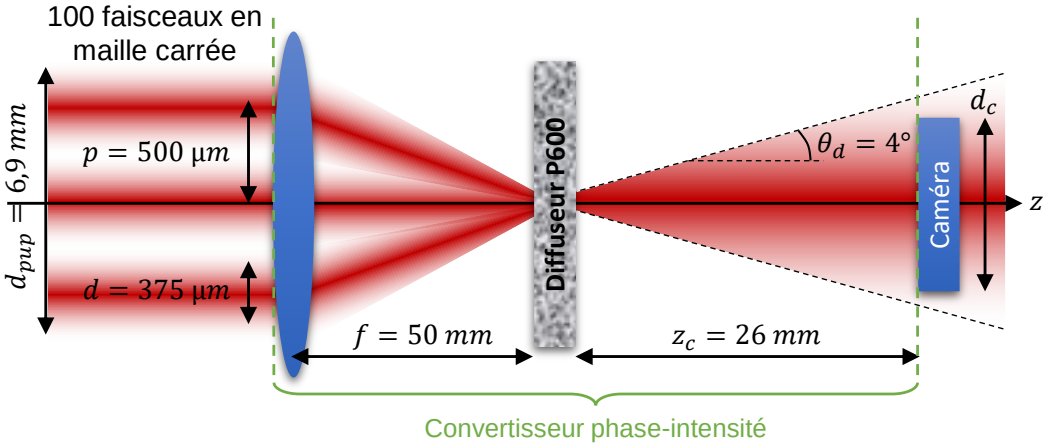


Figure IV-17 : Synoptique montrant les dimensions du convertisseur phase-intensité formé pour contrôler un réseau de 100 faisceaux lasers en maille carrée.

Pour un couple de paramètres ($\beta = 1$; $\alpha = 8\%$), j'ai mesuré la matrice de transfert du système à partir de 20x100=2000 tests, pour ensuite l'utiliser pour contrôler le réseau de lasers. Les statistiques des résultats expérimentaux comparés à ceux de simulations sont présentées sur la Figure IV-22. Elles ont été obtenues à partir de 50 tirages pour lesquelles les phases initiales sont aléatoires et les phases cibles sont arbitrairement choisies dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$. Comme pour l'expérience précédente à 16 faisceaux, le régime établi est atteint après 7 corrections de phase en moyenne. La qualité de phasage atteinte est supérieure à 92%, ce qui correspond à une erreur résiduelle de phase inférieure à $\lambda/20$ rms. Ce résultat atteste d'une part de la validité de la méthode PIM-PR pour contrôler un réseau à grand nombre de lasers, et d'autre part de sa faible sensibilité au nombre de faisceaux à contrôler étant donné un nombre de corrections de phases similaires (inférieur à la dizaine) pour atteindre le régime établi.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

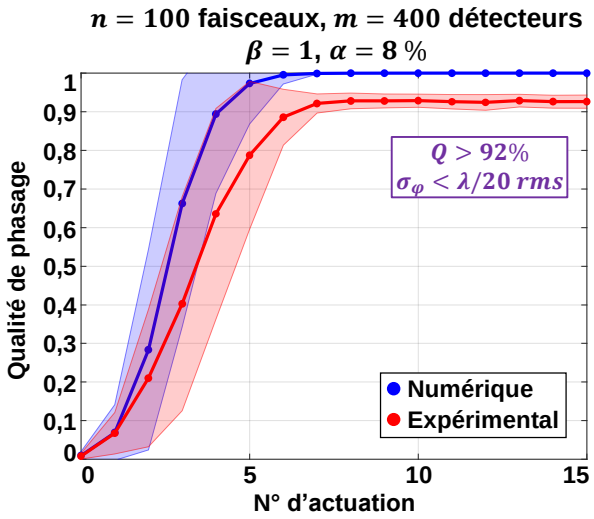


Figure IV-18 : Statistiques sur la qualité de phasage obtenue pour 100 faisceaux et 400 détecteurs. Les statistiques numériques comme expérimentaux sont calculées à partir de 50 tirages de phases initiales aléatoires et de phases cibles arbitraires. Les matrices de transfert ont été extraites à partir de 20x100=2000 cartes de phases test. β représente le rapport entre le pas du réseau de détecteurs en maille carrée et la dimension moyenne d'un grain de speckle dans le plan de la caméra. α représente le rapport entre la dimension d'un détecteur et la dimension moyenne d'un grain de speckle dans le plan de la caméra.

Cherchons à comprendre pourquoi l'erreur résiduelle en régime établi est supérieure au cas à 16 faisceaux. J'ai dans un premier temps cherché à caractériser l'impact du défaut de planéité du SLM servant à former les faisceaux, fourni par Hamamatsu, le fabricant des SLMs utilisés. Le défaut de planéité à la longueur d'onde 1064 nm est affiché sur le graphique de gauche de la Figure IV-19.

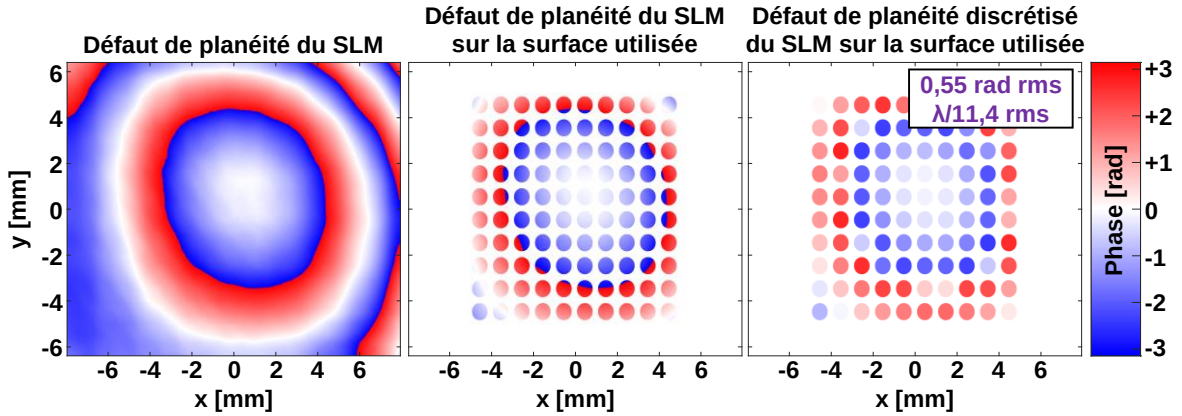


Figure IV-19 : A gauche : Défaut de planéité du SLM1 à la longueur d'onde 1064 nm fourni par le fabricant. Au milieu : Défaut de planéité échantillonné sur la surface des 100 faisceaux formés. A droite : Moyenne des défauts de planéité la surface servant à générer les faisceaux du réseau. Ces défauts de planéité ont un écart-type de 0,55 radians, ce qui correspond à λ/11,4 rms.

Sur ce défaut de planéité, j'ai reporté les sections des réseaux ayant servi à générer les 100 faisceaux. Compte tenu du grandissement du système optique entre l'entrée du convertisseur phase-intensité, chaque faisceau a un diamètre de 750 µm dans le plan du SLM servant à le générer. J'ai alors conservé les valeurs du défaut de planéité sur la section de chacun des faisceaux discrétisé (Figure IV-19, graphique du milieu), pour ensuite le moyenner sur leurs sections respectives (Figure IV-19, graphique de droite). L'écart-type des valeurs de phase

Licence CC BY-NC-ND 3.0

obtenues vaut alors 0,55 radians, ou encore λ/11,4 rms. Cette valeur, plus importante que celle obtenue en régime établi après mesure de la matrice de transfert, montre que ce défaut de phase statique, ou bien un défaut de planéité de l'onde éclairant le premier SLM, est en fait pris en compte lors de la mesure de la matrice de transfert. L'erreur résiduelle en régime établi plus importante à 100 faisceaux qu'à 16 faisceaux lors du contrôle du front d'onde synthétique vient donc de l'inévitable présence d'aberrations dynamiques sur le front d'onde du faisceau collimaté qui éclaire le SLM1. La section utilisée de ce faisceau mesure près de 1,4 cm. Ainsi, même si j'ai vérifié la collimation du faisceau éclairant le premier SLM sur un diamètre de 1 cm en son centre à l'aide d'un analyseur de front d'onde de Shack-Hartmann, je ne dispose pas d'analyseur de front d'onde de diamètre supérieur et ne peut donc pas m'assurer que le front d'onde sur un diamètre supérieur est stable dans le temps. Par ailleurs, sans prendre aucune précaution, il est difficile d'assurer la stabilité dans le temps du front d'onde à plus de λ/20 rms sur une telle section.

Toutefois, malgré ces erreurs, les résultats obtenus valident la possibilité de disposer d'un convertisseur phase-intensité présentant un encombrement réduit, particulièrement d'intérêt pour les réseaux de faisceaux de grandes dimensions transverses. De plus, les résultats expérimentaux confortés par ceux des simulations numériques démontrent les capacités de la méthode PIM-PR à verrouiller un réseau de 100 faisceaux en moins de dix étapes de corrections de phase.

IV.4.2.5. Contrôle de front d'onde compact à 16 faisceaux sur une pupille de diamètre centimétrique

Pour la suite des expériences réalisées, l'objectif est de démontrer les possibilités de contrôle de front d'onde avec un encombrement réduit. Pour s'affranchir des distorsions de phase dynamiques entre les lasers induites par l'inhomogénéité de l'air sur la large section du front d'onde de synthèse, ainsi que des erreurs de planéité du front d'onde collimaté et des SLMs, les faisceaux sont formés sur le SLM1 à partir d'une section de seulement 2 mm. Pour former une pupille centimétrique, un système d'imagerie placé en aval du second SLM (SLM2 servant à appliquer les corrections de phase sur la Figure IV-9) et en amont du système de conversion phase-intensité agrandit le réseau de faisceaux lasers. Les aberrations apportées par le système d'imagerie placé en aval du SLM2 de correction sont alors prises en compte dans la matrice de transfert mesurée. L'encombrement considéré ici correspond à la distance entre la lentille servant à focaliser sur le diffuseur et le capteur de la caméra.

Voyons donc à quel point l'encombrement du système mélangeur de faisceaux peut être réduit. A l'aide d'un système d'imagerie de grandissement 18 placé entre le SLM2 appliquant les corrections de phase et l'entrée du mélangeur de faisceaux, j'ai généré un réseau de 16 faisceaux en maille carrée de pas 4 mm et de diamètre 3 mm, formant une pupille de diagonale $d_{pup} = 2{,}1\ cm$ (Figure IV-20). Ce réseau de faisceaux est ensuite focalisé sur le diffuseur à l'aide d'une lentille convergente de focale 60 mm et de diamètre 1 pouce, ouverte à $f/4$ donc. La distance entre le diffuseur et le capteur de la caméra vaut environ 70 mm.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

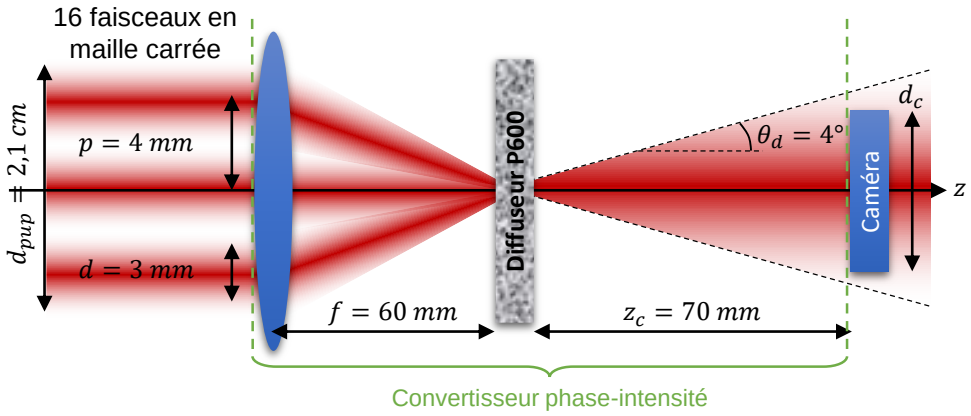


Figure IV-20 : Synoptique montrant les dimensions du convertisseur phase-intensité utilisé pour contrôle le front d'onde synthétique de diagonale $d_{pup} = 2{,}1\ cm$ formé par un réseau de 16 lasers.

Cette distance diffuseur/caméra de 70 mm est réglée de façon à former des grains de speckle ayant un diamètre d'environ 500 µm (environ 85 pixels) dans le plan de la caméra (Figure IV-21). Ici, compte tenu du système d'imagerie, et de l'ouverture de la lentille amenant de fortes aberrations sur le faisceau focalisé, les équations précédentes ne sont plus valables. Quoi qu'il en soit, l'encombrement du système mélangeur est réduit à 130 mm.

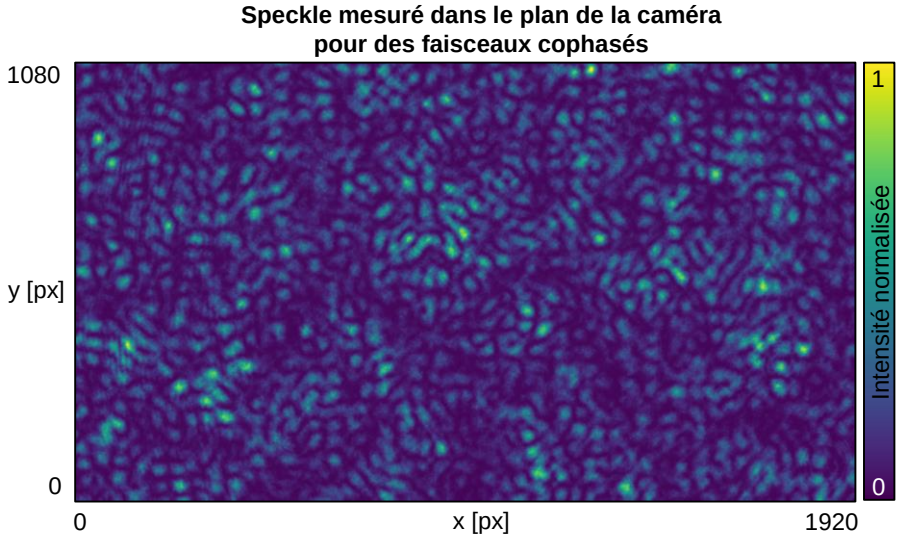


Figure IV-21 : Speckle observé dans le plan de la caméra. L'éclairement mesuré est normalisé par rapport aux 2^{16} niveaux de quantification disponibles.

Le réseau de 64 détecteurs en maille carrée est positionné au centre du capteur de la caméra. Le pas et le diamètre des zones d'intérêt sont réglés de façon à obtenir le couple de paramètres suivant : $(\beta = 1{,}2\ ;\alpha = 3{,}5\%)$. Après mesure in situ de la matrice de transfert par la méthode PIM-TMR à partir de 20x16=320 cartes de phases tests et mesures intensimétriques associées, les résultats de phasage obtenus par la méthode PIM-PR sont présentés sur la Figure IV-22.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

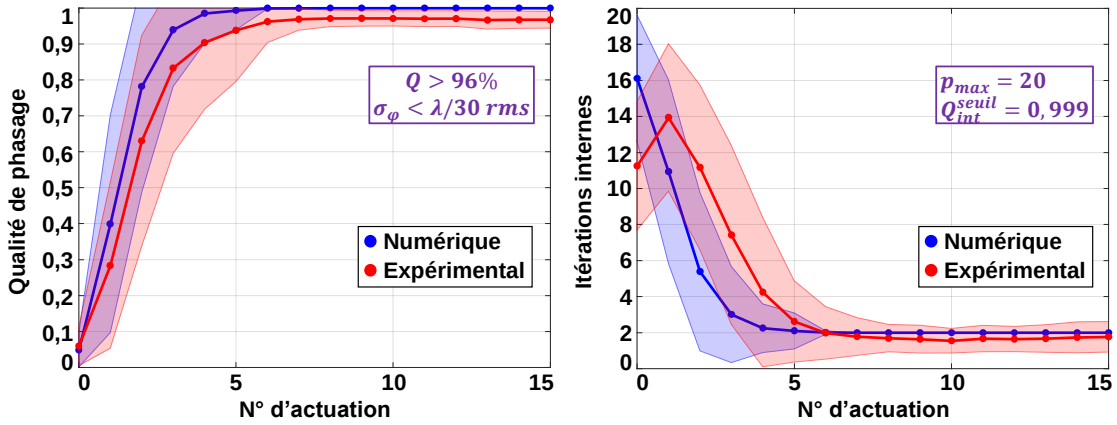


Figure IV-22 : Statistiques sur la qualité du contrôle du front d'onde synthétique et le nombre d'itérations internes pour 16 faisceaux et 64 détecteurs, pour une pupille composite de 2,1 cm de diagonale. A gauche : Qualité de phasage en fonction du numéro de correction de phase appliquée. A droite : Nombre d'itérations internes en fonction du numéro de correction de phase. Les résultats statistiques numériques comme expérimentaux sont calculés à partir de 50 tirages de phases initiales aléatoires et de phases cibles arbitraires. Les matrices de transfert ont été extraites à partir de $20n$ cartes de phases test et mesures intensimétriques associées.

Pour ces résultats expérimentaux et numériques obtenus à partir de 50 tirages pour lesquels la phase initiale est aléatoire et la phase cible est arbitrairement choisie dans l'intervalle $[-\pi\,;+\pi]^n$, le régime établi est atteint en 7 corrections de phase en moyenne. La qualité de phasage atteinte est supérieure à 96% et correspond à une erreur résiduelle de phase de $\lambda/30$ rms. Un cinquantaine d'itérations internes cumulées sont en moyenne nécessaires pour atteindre le régime établi. Les résultats expérimentaux (en rouge) sont cohérents avec les résultats numériques (en bleu). Ces résultats expérimentaux montrent donc la capacité à phaser un faisceau composite carré de 2,1 cm de diagonale avec un encombrement de 130 mm, soit un rapport de forme de 6,2 entre l'encombrement du convertisseur et la diagonale de la pupille. Cet encombrement semble pouvoir être diminué en réduisant encore la surface éclairée du diffuseur, et ce même si le système optique de réduction de la dimension éclairée est très aberrant. En effet, dans le cadre de ce banc modèle, les aberrations provenant de la focalisation du faisceau sur le diffuseur sont prises en compte dans le calcul de la matrice de transfert.

J'ai réalisé une dernière expérience dans le but de déterminer les limites du système, en particulier concernant le diamètre de faisceau composite « maximal » qu'il est possible de profiler en phase à l'aide d'une focalisation sur un diffuseur. J'ai donc modifié le système d'imagerie précédent pour former un réseau de 16 faisceaux en maille carrée de diagonale mesurant cette fois 4,2 cm à l'entrée du mélangeur de faisceaux (Figure IV-23). Les contraintes sur les composants disponibles, limités à un diamètre de 2 pouces pour la plupart, m'ont limité à une pupille de diamètre 4,2 cm. Ne disposant pas de lentille convergente de focale très courte, j'ai associé trois lentilles convergentes à ma disposition pour focaliser le champ optique à la distance la plus courte possible. Le diffuseur est alors placé à une distance de 26 cm de l'entrée du mélangeur, et la caméra à 4 cm du diffuseur. Les grains de speckle formés dans le plan de la caméra mesurent environ 40 px. Le couple de paramètres du réseau de détecteurs utilisé est : $(\beta = 2\,;\alpha = 7\%)$. Ici encore, la matrice de transfert est mesurée in situ à l'aide de la méthode PIM-TMR à partir de 20x16=320 cartes de phase tests et mesures intensimétriques associées.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

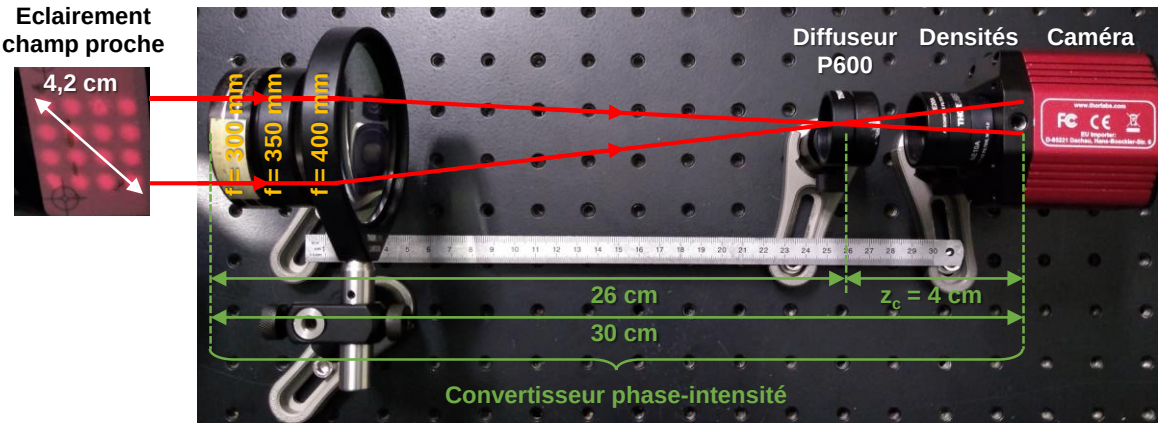


Figure IV-23 : Photo du montage expérimental mis en œuvre pour mélanger et cophaser 16 faisceaux cohérents juxtaposés formant une pupille composite diagonale mesurant 4,2 cm.

Les résultats de 17 tirages pour lesquelles les phases initiales sont aléatoires sont présentés sur la Figure IV-24. Pour ces tirages, la phase cible est unique : j'ai simplement cherché à cophaser les faisceaux. La qualité de cophasage moyenne atteint 92% en régime établi (courbe de gauche), pour un écart-type de quelques pourcents. Malgré cet écart-type plus important que pour les mesures précédentes, le nombre d'itérations pour converger reste faible et comparable au cas théorique en régime établi. Ici, le rapport entre l'encombrement du mélangeur et le diamètre de la pupille composite s'élève à 7,1.

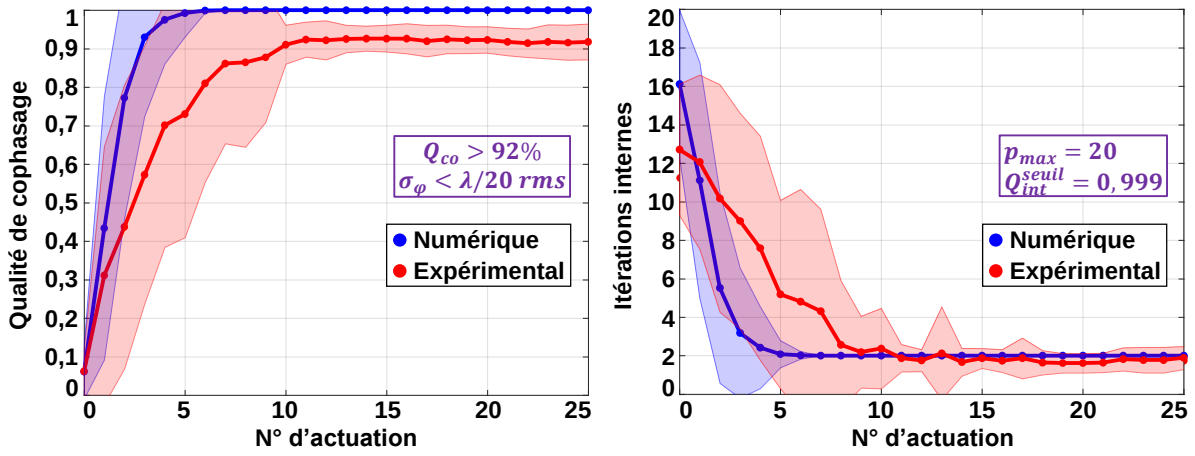


Figure IV-24 : Statistiques sur la qualité de cophasage et le nombre d'itérations internes pour 16 faisceaux et 64 détecteurs, pour une pupille composite de 4,2 cm de diagonale. A gauche : Qualité de cophasage en fonction du numéro de correction de phase appliquée. A droite : Nombre d'itérations internes en fonction du numéro de correction de phase. Les résultats statistiques numériques comme expérimentaux sont calculés à partir de 50 tirages de phases initiales aléatoires et de phases cibles arbitraires. Les matrices de transfert ont été extraites à partir de $20n$ cartes de phases test.

J'ai cherché à expliquer la valeur importante de l'écart-type en régime établi via deux tests. Le premier est présenté sur la Figure IV-25, et montre l'évolution de la qualité de cophasage en régime établi sur une durée de 80 secondes (1 actionnement est effectué en 200 ms sur le banc modèle). Sur cette courbe, on n'observe pas de variation importante de la qualité de cophasage à chaque actionnement. En revanche, la qualité de cophasage varie lentement sur quelques actionnements, c'est-à-dire sur des durées de quelques secondes. Compte tenu de la dimension de la pupille composite formée, les variations lentes observées peuvent provenir

Licence CC BY-NC-ND 3.0

de variations de phase relative des faisceaux liées à des fluctuations environnementales et non à des erreurs de type algorithmique. De plus, j'applique 320 cartes de phase tests et mesure les intensités associées pour recouvrer la matrice de transfert du convertisseur phase-intensité avec la méthode PIM-PR. Chaque test étant espacé d'une durée de 200 ms, il y a fort à parier que les coefficients de la matrice de transfert évoluent légèrement au cours du temps, et donc que la matrice de transfert recouvrée soit dégradée. Cette dégradation entraîne alors à son tour une dégradation de la qualité de cophasage moyenne atteinte en régime établi.

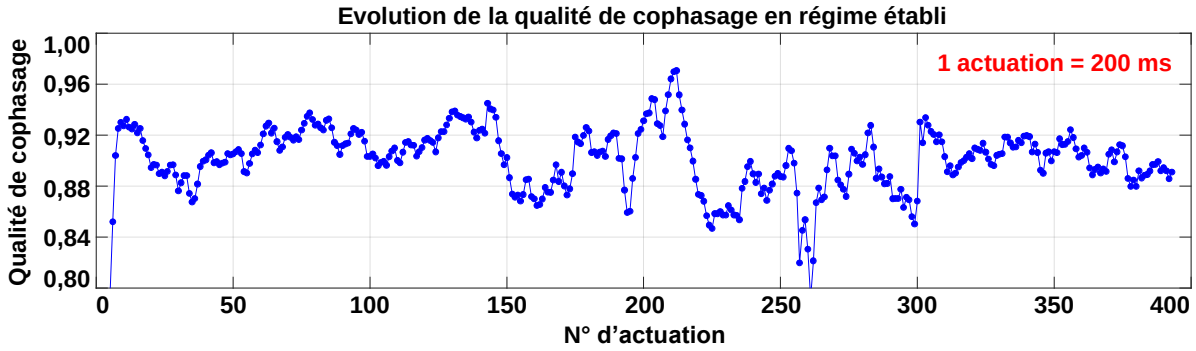


Figure IV-25 : Evolution de la qualité de cophasage en régime établi. Une durée de 200 ms s'écoule entre chaque correction de phase.

Pour le prouver, j'ai réalisé le deuxième test présenté sur la Figure IV-26. Pour ce test, aucun asservissement n'est actif. Les différents faisceaux du réseau ont une différence de phase supposée fixe et éclairent le diffuseur pendant 2 minutes au cours desquelles j'enregistre une image toutes les 6 secondes. La Figure IV-26 montre ainsi que le rapport entre l'écart-type et la moyenne des images acquises atteint jusqu'à 30% ! Ce résultat montre que, en l'absence de perturbations volontaires, appliquées via un asservissement, le système optique fluctue tout de même. Le module et la phase des coefficients de la matrice de transfert évoluent donc bien durant la mesure de cette matrice. La réduction des performances de cophasage observée sur la Figure IV-24 s'explique donc en partie par une dynamique non contrôlée à l'intérieur du système optique, intervenant aussi bien lors de la mesure de la matrice de transfert que lors de son utilisation pour cophaser les faisceaux avec la méthode PIM-PR. Ceci illustre le fait que pour des sections de faisceaux de plusieurs centimètres, les rayonnements lasers analysés doivent se propager dans des milieux protégés de toute distorsion par effet convectif ou thermique.

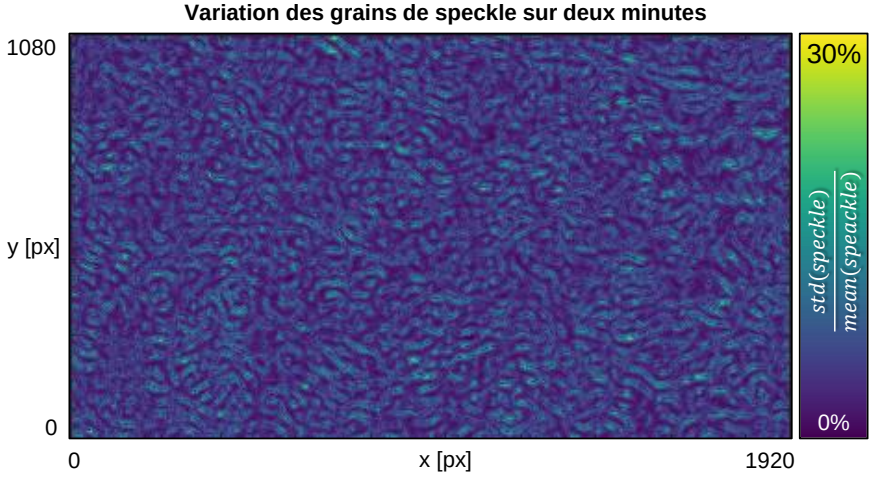


Figure IV-26 : Rapport entre l'écart-type et la moyenne de 20 images mesurées à intervalles de 6 secondes sans aucun asservissement actif.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Ainsi, les résultats obtenus montrent qu'il est possible de mettre en phase une pupille composite de diagonale 4,2 cm grâce à un dispositif ayant un encombrement de 30 cm. La dégradation des résultats par rapport à une pupille de 2,1 cm présentée dans la section précédente provient majoritairement des perturbations de phases relatives dynamiques, d'origine environnementale, rencontrées par les faisceaux sur le chemin optique mesurant près de deux mètres entre le SLM1 et l'entrée du convertisseur phase-intensité sur la Figure IV-9. Ces perturbations introduisent des erreurs lors de la mesure de la matrice de transfert du convertisseur ainsi que lors de son utilisation. Toutefois, cette problématique est spécifique à ce banc modèle. Dans un banc réel, le convertisseur phase-intensité à faible encombrement serait placé directement à la sortie du système de collimation du réseau de lasers. Ainsi, le principe de la méthode développée ne semble pas mis en défaut pour profiler la phase des pupilles synthétiques multi-centimétriques.

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai montré qu'utiliser un diffuseur permet de faire interférer un réseau de faisceaux cohérents de façon aléatoire. La matrice de transfert associant les faisceaux du réseau à un réseau de détecteurs ponctuels mesurant parcimonieusement le champ de speckle formé, possède les caractéristiques d'une matrice aléatoire complexe, pour lesquelles la méthode PIM-PR offre des performances optimales.

Par des tests expérimentaux, j'ai montré que le convertisseur de faisceaux utilisant un diffuseur devait respecter trois conditions :

1. Le speckle dont on détecte l'intensité en quelques points doit provenir de l'interférence de tous les faisceaux du réseau, ce qui permet d'obtenir une matrice à la fois pleine en module, mais également de plein rang.
2. Les détecteurs dont les mesures alimentent l'algorithme PIM-PR doivent avoir une dimension au moins 10 fois plus petite que la dimension moyenne des grains de speckle. Ce résultat est intuitif car des détecteurs trop gros devant la taille des grains de speckle seraient moins sensibles aux variations d'intensité liées aux variations de phases relatives des faisceaux du réseau.
3. Les détecteurs doivent réaliser un échantillonnage parcimonieux du speckle, c'est à dire qu'ils doivent être séparées d'au moins un grain de speckle, afin d'éviter toute corrélation entre les informations véhiculées par les mesures.

En respectant ces conditions de bon fonctionnement, sur des pupilles composites de diamètre millimétrique, en utilisant un diffuseur pour la superposition et l'interférence des différents faisceaux du réseau, j'ai pu ajuster et asservir le front d'onde d'un réseau de 16 faisceaux lasers vers des profils cibles variés, en moins de 10 corrections de phase, et avec une erreur résiduelle en régime établi d'environ $\lambda/30$ rms. Une autre expérience a montré qu'il était également possible de contrôler la phase de 100 faisceaux en moins de 10 actionnements avec une erreur résiduelle inférieure à $\lambda/20$ rms.

Toutefois, l'utilisation d'un diffuseur en champ proche conduit à un encombrement multi-métrique du convertisseur phase-intensité dans le cas d'une pupille multi-centimétrique pour respecter les trois conditions décrites ci-dessus. J'ai alors montré expérimentalement qu'en réduisant le diamètre du champ optique éclairant le diffuseur, et ce même à l'aide d'un système aberrant, il était possible de réduire fortement l'encombrement du convertisseur. Les résultats expérimentaux obtenus ont montré le contrôle du déphasage entre 16 faisceaux formant une

Licence CC BY-NC-ND 3.0

pupille de 2 cm de diamètre avec un encombrement de 13 cm, soit un rapport de forme de 6,5. Dans ce cas, le nombre d'actionnements pour atteindre le régime établi reste inférieur à 10. L'erreur résiduelle de phase obtenue est vaut environ $\lambda/30$ rms.

Enfin, j'ai également montré qu'il était possible avec un dispositif optique d'encombrement 30 cm de synthétiser un front d'onde discret plan présentant une pupille de 4 cm, soit un rapport de forme de 7,5. Les performances obtenues sont toutefois dégradées par les perturbations de phases relatives dynamiques entre les 16 éléments du réseau, d'origine environnementales, et perçues par le système optique de formation des faisceaux à la dimension désirée. Les longs bras de levier contribuant à ces perturbations sont toutefois spécifiques au banc modèle réalisé. Dans un système réel, le convertisseur phase-intensité serait placé directement à la sortie de la matrice de collimation du réseau de lasers. Dans le cadre de mon banc modèle, ces fluctuations incontrôlées, intervenant pendant la mesure de la matrice de transfert du convertisseur phase-intensité qui dure près d'une minute, introduisent des erreurs sur la matrice de transfert recouvrée et rendent délicates son utilisation pour verrouiller les phases du réseau. Le principe de la méthode ne semble toutefois pas mis en défaut pour des pupilles multi-centimétriques.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Conclusion générale

Ce manuscrit rapporte les travaux de thèse que j'ai effectués pendant trois années sur un nouveau procédé d'analyse dynamique et de contrôle des phases d'un réseau de lasers à fibre. L'objectif était de concevoir un système compact, robuste, et performant à grand nombre de faisceaux dans la pupille synthétique, sans complexification majeure du système d'analyse et de contrôle des phases. Un autre point important dans le cahier des charges était de disposer d'une technique qui peut verrouiller les pistons de phase du réseau sur un jeu choisi par l'utilisateur. Nous avons pris le parti de faire évoluer la méthode de mise en phase, baptisée PIM pour *Phase Intensity Mapping*, développée lors de la thèse de D. Kabeya soutenue en 2016. Il s'agit d'une approche itérative à réduction d'erreurs couplée à système optique filtrant assurant le codage des phases du réseau sur leurs intensités. Dans cette version originale, le procédé PIM permet essentiellement de bloquer les phases du réseau sur un front d'onde synthétique plan et met en œuvre un système à contraste de phase qui rend l'ensemble du dispositif d'autant plus encombrant que la taille de la pupille synthétique est grande. En revanche, la méthode est particulièrement robuste aux imperfections du montage optique et efficace même à grand nombre de voies lasers (~100). C'est donc sur la base de cette analyse que j'ai orienté mes travaux de recherche, en abordant de façon liée le volet algorithmique et celui dédié au système optique de conversion phase-intensité qui en plus de fournir un nombre suffisant d'informations à l'algorithme doit être aussi compact que possible.

Dans une première partie de mon travail, j'ai étudié une généralisation de l'algorithme PIM baptisé PIM-PR, pour *Phase-Intensity Mapping with Phase Retrieval* proposée Paul Armand, un mathématicien du laboratoire Xlim avec qui j'ai collaboré tout au long de ma thèse. Dans l'approche PIM-PR, la boucle principale opto-numérique tirée de la méthode PIM est couplée à une boucle interne de recouvrement de phase pour approximer les écarts de phase du front d'onde synthétique. J'ai également montré que des matrices de transfert dites *aléatoires* qui peuvent être caractéristiques de la transmission de milieux diffusants, sont de très bonnes candidates pour réaliser la conversion phase-intensité de la méthode PIM-PR.

Sur cette base, dans la suite du manuscrit, j'ai montré que le nouveau procédé permet, en moins d'une dizaine de corrections des phases du réseau de lasers, un contrôle de front d'onde synthétique à faible encombrement à travers un milieu diffusant. C'est à ma connaissance la première méthode de combinaison cohérente active employant un milieu diffusant dans son système d'analyse des phases du réseau de lasers. Les informations sur les phases des lasers sont obtenues à partir d'une simple lame de verre dépoli, sur laquelle il est possible de focaliser le champ synthétique à analyser pour réduire l'encombrement du système. Les informations collectées par un réseau formé de quatre fois plus de détecteurs que de lasers à contrôler alimentent un algorithme de recouvrement de phase à projections alternées dont l'objectif est d'estimer les écarts de phase des faisceaux du réseau. Le procédé est en outre indépendant des conditions de phase initiales du réseau, ainsi que des valeurs phases souhaitées. Ses propriétés sont également peu dépendantes du nombre de lasers à contrôler, puisque le nombre de corrections de phase nécessaires pour verrouiller le front d'onde synthétique sur le front d'onde cible évolue de façon logarithmique en fonction du nombre de lasers à contrôler. Ainsi, contrairement aux autres méthodes de combinaison cohérente actives dont la complexité provient du traitement des signaux électriques mesurés, la complexité de ce nouveau procédé est reportée sur l'algorithme de recouvrement de phase.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Un point délicat dans le procédé développé provient de l'utilisation d'un milieu diffusant pour faire interférer les lasers du réseau à contrôler, afin d'en extraire des informations sur leurs écarts de phase. Une caractérisation fine en amplitude et en phase du système optique reliant chaque laser au réseau de détecteurs, autrement dit de la matrice de transfert du convertisseur de champ, est nécessaire pour pouvoir extraire des informations correctes sur la phase des lasers à contrôler. C'est pourquoi j'ai développé une méthode de mesure de matrice de transfert in situ, c'est-à-dire intégrée au dispositif d'analyse des phases. Le processus consiste à appliquer des jeux de champs connus en entrée du système de conversion phase-intensité et d'en mesurer les réponses intensimétriques sur le réseau de détecteurs du dispositif PIM-PR. Le problème mathématique à résoudre peut alors être écrit sous la forme d'un problème de recouvrement de phase, que j'ai résolu à l'aide d'un algorithme itératif à projections alternées. La résolution du problème permet d'extraire les coefficients complexes de la matrice de transfert du système de conversion de champ. Cette méthode permet la mesure de la matrice de transfert de n'importe quel système optique.

Chacune de ces innovations ont été vérifiées expérimentalement à l'aide d'un banc modèle contenant des modulateurs spatiaux de lumière, afin de contrôler les phases du système. J'ai alors pu retrouver la matrice de transfert d'un convertisseur de champ utilisant un objet diffractant ou diffusant pour faire interférer les faisceaux du réseau à contrôler. Les matrices de transfert mesurées ont été utilisées dans le procédé itératif de contrôle de front d'onde synthétique pour verrouiller des réseaux de 16 à 100 faisceaux. Les réseaux ont été verrouillés en moins de 10 corrections de phase, et ce indépendamment des phases initiales des lasers et des phases cibles recherchées. L'erreur résiduelle de phase sur le front d'onde composite formé de l'ordre de $\lambda/30$ rms en moyenne. Enfin, j'ai vérifié expérimentalement le faible encombrement de la méthode de contrôle de front d'onde en parvenant à verrouiller un front d'onde synthétique de 4 cm de diamètre, le tout dans un encombrement réduit à 30 cm.

Mes travaux de thèse ont donc conduit au développement d'un nouveau procédé de contrôle de front d'onde synthétique compact permettant de sculpter à souhait la figure intensimétrique formée en champ lointain, donc de contrôler la répartition angulaire de l'énergie, et ce en utilisant une simple lame de verre dépoli. Pour caractériser le convertisseur de champ formé, une méthode de mesure de matrice de transfert d'un système optique a été développée. Les capacités de cette méthode pourraient être étendues de façon à non plus seulement contrôler les pistons de phase du front d'onde synthétique, mais également ses ordres de Zernike supérieurs. Enfin, en démultipliant le nombre de détecteurs par rapport au nombre de lasers à contrôler, la méthode développée permettrait de mesurer directement les phases du réseau de lasers. J'approfondirai brièvement ces deux dernières affirmations dans la section « ***Perspectives*** » à venir.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Chapitre V. Perspectives

Dans cette courte partie, je vais vous présenter les perspectives d'évolution que j'imagine pour la méthode PIM-PR développée au cours de ma thèse. Cette méthode permet le verrouillage des pistons de phase d'un réseau de lasers à l'aide d'un réseau de détecteurs collectant parcimonieusement un mélange interférométrique formé à partir d'une simple lame de verre dépolie. Les pistons de phase relatifs inconnus sont estimés à partir d'une boucle numérique de recouvrement de phase basée sur une méthode de projections alternées. Au moins deux possibilités de développement me viennent alors à l'esprit :

1. Comme le montrent les résultats numériques de caractérisation de la boucle de recouvrement de phase présentés dans la section II.4.2.1.1, en utilisant un nombre de détecteurs supérieur à dix fois le nombre d'émetteurs, et en initialisant intelligemment la boucle de recouvrement de phase à l'aide d'une méthode spectrale par exemple, il semble possible de retrouver les pistons de phase inconnus du réseau d'émetteurs de façon purement numérique, donc sans actionnement des modulateurs de phase optique. En multipliant le nombre de détecteurs utilisés, il est donc envisageable d'utiliser la méthode PIM-PR comme analyseur de front d'onde continu ou segmenté.
2. La méthode PIM-PR permet le contrôle des pistons de phase d'un réseau de lasers synthétique. Toutefois, pour combiner de façon encore plus efficace les rayonnements cohérents à travers un milieu aberrant tel que l'atmosphère par exemple, il peut être nécessaire de contrôler leurs dépointés relatifs, voire la courbure de leurs fronts d'ondes. L'idée générale serait donc d'étendre les possibilités de contrôle de la méthode PIM-PR aux ordres de Zernike supérieurs pour un contrôle total du front d'onde synthétisé.

Je vais justifier de ces deux possibilités d'évolution dans les pages à venir, en m'appuyant sur des résultats expérimentaux obtenus à partir d'un banc modèle à base de SLMs très similaire à celui utilisé dans les expériences présentées dans le Chapitre IV.

V.1. Utilisation de la méthode PIM-PR pour réaliser un analyseur de front d'onde optique à l'aide de la boucle numérique de recouvrement de phase

Il s'agit ici d'exploiter les mesures intensimétriques résultant du mélange opéré par le milieu diffusant ainsi que la boucle de recouvrement de phase interne à la méthode PIM-PR pour faire de l'analyse de front d'onde. Pour cette étude servant de preuve de principe, j'ai repris le montage expérimental précédent à base de SLMs (Figure IV-9). Seul le SLM2 est exploité pour ses fonctions de modulation dans la suite. Un faisceau unique est formé sur le SLM2, sur lequel est affiché un réseau de superpixels, 32 dans l'exemple de la Figure V-1 (en haut à gauche). Le SLM2 joue un double rôle : il sert d'une part à la mesure de la matrice de transmission du système d'analyse de phase et d'autre part à fabriquer une structure de pistons de phase test. Le champ à analyser est mélangé par une lame de verre dépolie, et 400 informations intensimétriques sont collectées dans le champ diffusé de façon en respectant les critères de bon fonctionnement de la méthode PIM-PR ($\beta \geq 1\,;\alpha \leq 15\%$) présentés dans le Chapitre IV. Le ratio entre le nombre de détecteurs et le nombre de pixels à analyser vaut donc $\gamma = m/n = 12.5$. Si l'on en croît les résultats de simulation obtenus dans la section II.4.2.1.1 caractérisant les performances de la boucle numérique de recouvrement de phase, ces caractéristiques doivent permettre de recouvrer la phase inconnue du champ analysé avec un taux de succès supérieur à 99% en une centaine d'itérations. La matrice de

Licence CC BY-NC-ND 3.0

transfert du système d'analyse de front d'onde est extraite par la méthode PIM-TMR à partir d'un jeu de 640 cartes de champs d'entrée affichées sur le SLM2 et des cartes d'intensités associées. La matrice recouvrée est présentée en bas à gauche de la Figure V-1. Après application de pistons de phase aléatoires sur le SLM2 pour former une structure de phase test à recouvrer, je fais faire 100 itérations à la boucle numérique de recouvrement de phase, et relève l'estimation du champ inconnu fournie. Je compare alors l'estimation fournie par l'algorithme à la phase test appliquée sur le SLM2. Les résultats obtenus ainsi que leurs statistiques sont présentés à droite de la Figure V-1.

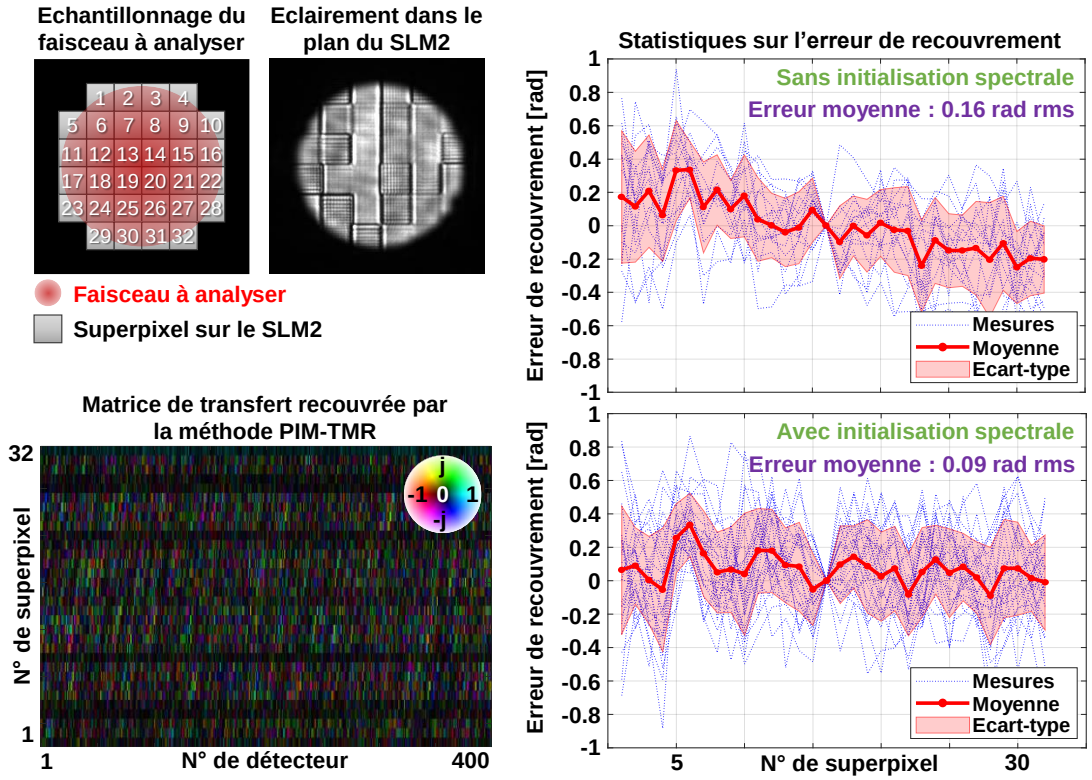


Figure V-1 : En haut à gauche : Système mis en œuvre : formation d'un faisceau unique sur le SLM1, et analyse du front d'onde de ce faisceau à l'aide de 32 superpixels sur le SLM2. En bas à gauche : Matrice de transfert recouvrée par la méthode PIM-TMR à partir de 20x32 champs tests et données intensimétriques associées. A droite : Erreurs entre les cartes de phase aléatoires affichées sur le SLM2 et la valeur renvoyée par la boucle numérique de recouvrement de phase de la méthode PIM-PR après 100 itérations, avec ou sans initialisation spectrale.

Que ce soit avec ou sans initialisation spectrale, les phases aléatoires des superpixels ont été recouvrées avec une erreur crête-à-crête maximale de 0,8 rad. Il en résulte une erreur moyenne inférieure à 0,4 rad, et une erreur résiduelle de recouvrement globale de 0,16 rad rms sans initialisation spectrale, et 0,09 rad rms avec initialisation spectrale. Ces valeurs montrent une performance légèrement améliorée pour l'initialisation spectrale. Dans la configuration de montage expérimental utilisé, l'état du front d'onde incident sur le SLM2 est supposé plan bien que le rayonnement ait pu subir des distorsions notamment lors de la réflexion sur le SLM1. Ainsi, les défauts de planéité du front d'onde incident sur le SLM2 sont reportés sur l'erreur de phase, puisque la méthode PIM-PR cherche alors non seulement à compenser le défaut de phase introduit via le SLM2, mais également à compenser les défauts de phase en amont de ce même SLM. Ainsi, malgré l'erreur crête-à-crête élevée, ces premiers résultats encourageants ouvrent des perspectives à la méthode développée à faire de l'analyse de front d'onde.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

En multipliant le nombre d'émetteurs et de détecteurs utilisés, et en s'assurant de la stabilité du système optique, il est donc envisageable d'utiliser la méthode PIM-PR comme analyseur de front d'onde continu ou segmenté compact. Toutefois, dans le cas où le nombre de pixels d'analyse souhaité est grand, pour pouvoir faire une analyse avec une durée inférieure à la seconde, il sera nécessaire de paralléliser l'intégralité des calculs effectués sur un GPU[30] par exemple. En effet, les résultats présentés dans le Tableau V-1 montrent une forte augmentation de la durée d'une itération de boucle de recouvrement de phase pour des images de 32x32 et 50x50 pixels. Sachant qu'il faut une centaine d'itérations pour recouvrir avec qualité la phase de l'image, il n'est pas possible en l'état actuel de recouvrir en moins d'une seconde la phase d'une image de 50x50 pixels.

Nombre de pixels n	Rapport $\frac{m}{n}$	Durée d'itération [ms]	
		Moyenne	Ecart-type
1024 = 32x32	12	17	1,7
2500 = 50x50	12	123	9

Tableau V-1 : Statistiques sur la durée d'une itération de boucle de recouvrement de phase, obtenues à partir de 1000 essais. Les calculs ont été effectués sur un PC portable sous Windows 7 64 bits, disposant d'un processeur Intel Core i7-6600U cadencé à 2,6 GHz, en utilisant le logiciel Matlab R2018b.

V.2. Modification de la méthode pour contrôler les ordres de Zernike supérieurs du réseau de lasers

La méthode PIM-PR a montré la capacité à faire de la mise en forme de faisceau en contrôlant le pistons de phase d'un réseau de lasers cohérent. Dans des cas où l'on souhaite faire de la mise en forme de faisceau à travers un milieu aberrant, l'atmosphère par exemple, il peut être souhaitable de disposer d'un contrôle total des fronts d'onde individuels formant le front d'onde synthétique global.

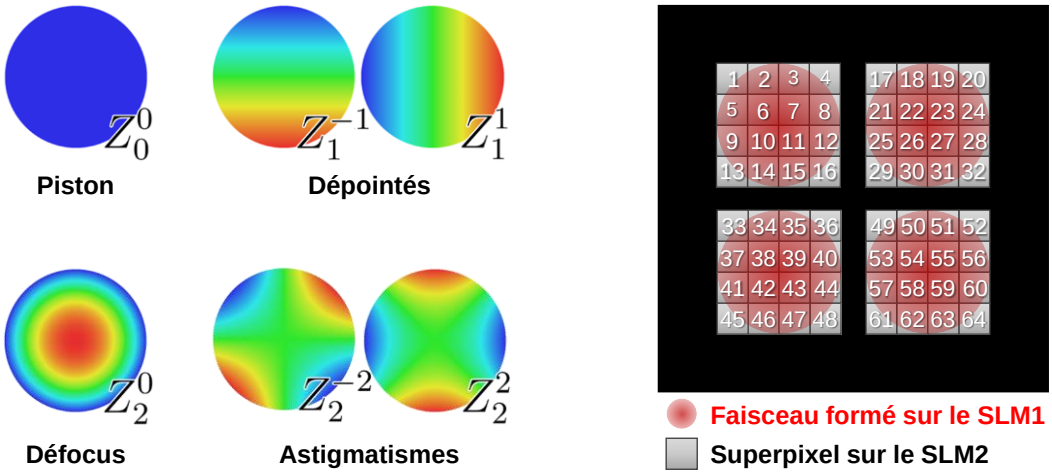


Figure V-2 : A gauche : Tracé des premiers polynômes de Zernike sur le disque unité. A droite : Subdivision de chaque faisceau pour contrôler leurs premiers polynômes de Zernike en plus du piston de phase.

[30] GPU : Graphical Processing Unit

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Si l'on décompose chaque front d'onde individuel en polynômes de Zernike (Figure V-2, à gauche), en plus de contrôler les pistons de phase du réseau, on veut donc pouvoir contrôler ses pistons, mais aussi ses dépointés (tip et tilt), son défocus, son astigmatisme, ... Ce contrôle avancé paraît réalisable avec la méthode PIM-PR actuelle, à condition de subdiviser chaque faisceau du réseau, comme je l'ai illustré à droite de la Figure V-2 pour un réseau de quatre faisceaux en maille carrée. De cette façon, une matrice de transfert plus large est mesurée, et associe chaque zone d'échantillonnage des fronts d'ondes individuels au réseau de détecteurs. La boucle de recouvrement de phase renvoie donc un nombre de valeurs de pistons de phase correspondant au nombre de subdivisions octroyées par faisceau. Une décomposition en polynômes de Zernike à partir des valeurs de phase renvoyées pour chaque faisceau, permet en principe, de rétroagir non seulement sur leurs pistons de phase (via des modulateurs électro-optiques par exemple), leurs dépointés (en déplaçant transversalement les fibres optiques aux foyers des lentilles de collimation par exemple), leurs défocus (déplacements longitudinaux des fibres optiques aux foyers des lentilles de collimation), … Pour ce faire, l'échantillonnage de chaque faisceau doit être suffisamment fin pour ne pas intégrer une trop grande variation de phase. Le nombre de subdivisions par faisceau est donc d'autant plus grand que le nombre de polynômes de Zernike à contrôler est grand, ce qui peut être limitant en nombre de lasers à fibre combinables avec une bande passante de l'ordre du kHz.

Pour s'affranchir, ou du moins limiter l'augmentation du nombre d'entrées de la matrice de transfert avec le nombre de polynômes de Zernike, il est à mon sens nécessaire de faire évoluer le modèle mathématique employé dans la méthode PIM-PR, afin d'y inclure les polynômes de Zernike voulus, au lieu d'échantillonner chaque faisceau pour reconstruire ces polynômes. Un traitement en polynômes de Zernike de l'impact des actuateurs sur la réponse d'un miroir déformable est présenté dans (Alda and Boreman, 1993). Peut-être qu'un formalisme de ce type permettrait de créer un modèle mathématique incorporant directement les dépointés et les défocus d'un réseau de lasers…

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Références bibliographiques

Achtelik, M. C. *et al.* (2011) 'Design of a flexible high performance quadcopter platform breaking the MAV endurance record with laser power beaming', *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 231855, pp. 5166–5172. doi: 10.1016/j.petrol.2017.12.018.

Ahn, H. K. and Kong, H. J. (2015) 'Cascaded multi-dithering theory for coherent beam combining of multiplexed beam elements', *Optics Express*, 23(9), p. 12407. doi: 10.1364/OE.23.012407.

Albert Einstein (1917) 'On the quantum theory of radiation'.

Alda, J. and Boreman, G. D. (1993) 'Zernike-based matrix model of deformable mirrors: optimization of aperture size.', *Applied optics*, 32(13), pp. 2431–2438. doi: 10.1364/AO.32.002431.

Alvarez, J. *et al.* (2014) 'Laser driven neutron sources: Characteristics, applications and prospects', *Physics Procedia*, 60(C), pp. 29–38. doi: 10.1016/j.phpro.2014.11.006.

Antier, M. *et al.* (2014) 'KHz Closed Loop Interferometric Technique for Coherent Fiber Beam Combining', *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, 20(5). doi: 10.1109/JSTQE.2014.2302444.

Auroux, S. (2011) *Exploration de nouvelles architectures lasers a émetteurs multiples et a verrouillage passif des phases pour le régime impultionnel déclenché*. Université de Limoges.

Avila, R., Vernin, J. and Sanchez, L. J. (2001) 'Atmospheric turbulence and wind profiles monitoring with generalized scidar', *Astronomy & Astrophysics*, 372(1), pp. 364–372. doi: 10.1051/0004-6361.

Azarian, A. (2012) *Combinaison cohérente de lasers à fibre : étude en régime impulsionnel et mise en phase d'un grand nombre d'émetteurs*. Télécom Paris-Tech.

Azarian, A. *et al.* (2014) 'Orthogonal coding methods for increasing the number of multiplexed channels in coherent beam combining', *Applied optics*, 53(8), pp. 1493–502. doi: 10.1364/AO.53.001493.

Badziak, J. (2012) 'Laser nuclear fusion: Current status, challenges and prospect', *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 60(4), pp. 729–738. doi: 10.2478/v10175-012-0084-8.

Bauschke, H. H., Combettes, P. L. and Luke, D. R. (2002) 'Phase retrieval, error reduction algorithm, and Fienup variants: a view from convex optimization', *Optical Society of America*, 19(7), pp. 1334–45. doi: 10.1364/JOSAA.19.001334.

Beal, M. J. (2003) *Variational algorithms for Approximate Bayesian Inference*. University College London.

Bellanger, C. (2010) *Techniques collectives pour la recombinaison cohérente d'un grand nombre de fibres laser*. Université Paris XI Orsay.

Bennaï, B. (2010) *Mise en phase de lasers à fibre : Étude de l'influence de la turbulence atmosphérique et de l'utilisation de fibres faiblement multimodes*. Télécom ParisTech. Available at: https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00005847.

Bloembergen, N. (1965) *Nonlinear Optics - A Lecture Note & Reprint Series*.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Bourderionnet, J. *et al.* (2011) 'Coherent phase combining of 64 fibers', *2011 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe and 12th European Quantum Electronics Conference, CLEO EUROPE/EQEC 2011*, 19(18), pp. 3931–3933. doi: 10.1109/CLEOE.2011.5943704.

Brignon, A. *et al.* (2013) 'Chapter 4: Active Coherent Combination Using Hill Climbing-Based Algorithms for Fiber and Semiconductor Amplifiers', in *Coherent Laser Beam Combining*, pp. 103–136.

Brown, D. M., Juarez, J. C. and Brown, A. M. (2013) 'Laser differential image-motion monitor for characterization of turbulence during free-space optical communication tests', *Applied Optics*, 52(34), pp. 8402–8410. doi: 10.1364/AO.52.008402.

Cadot, O. (2015) 'Introduction à la turbulence, cours de l'ENSTA-ParisTech 2A'. Paris: HAL. Available at: https://hal-ensta.archives-ouvertes.fr/cel-01228137/document.

Campbell, J. W. (1996) 'Project ORION: Orbital Debris Removal Using Ground-Based Sensors and Lasers', (October 1996), p. 352. doi: 10.1016/j.str.2009.08.013.

Campbell, M. (2009) 'Atmospheric Turbulence and its Influence on Adaptive Optics'. Available at: http://www.roe.ac.uk/ifa/postgrad/pedagogy/2008_campbell.pdf.

Candès, E. J., Li, X. and Soltanolkotabi, M. (2015) 'Phase Retrieval via Wirtinger Flow: Theory and Algorithms', *IEEE Transactions on Information Theory*, 61(4), pp. 1985–2007. doi: 10.1109/TIT.2015.2399924.

Chang, W. *et al.* (2010) 'Array size scalability of passively coherently phased fiber laser arrays', *Optics Express*, 18(9), p. 9634. doi: 10.1364/OE.18.009634.

Chen, P. and Fannjiang, A. (2018) 'Phase Retrieval with One or Two Diffraction Patterns by Alternating Projections with the Null Initialization', *Journal of Fourier Analysis and Applications*. Springer US, 24(3), pp. 719–758. doi: 10.1007/s00041-017-9536-8.

Chen, Y. *et al.* (2018) 'Gradient Descent with Random Initialization: Fast Global Convergence for Nonconvex Phase Retrieval'. Available at: http://www.princeton.edu/~yc5/publications/random_init_PR.pdf.

Chen, Y. and Candès, E. J. (2017) 'Solving Random Quadratic Systems of Equations Is Nearly as Easy as Solving Linear Systems', *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 70(5), pp. 822–883. doi: 10.1002/cpa.21638.

Chosrowjan, H. *et al.* (2013) 'Interferometric phase shift compensation technique for high-power, tiled-aperture coherent beam combination.', *Optics letters*, 38(8), pp. 1277–9. doi: 10.1364/OL.38.001277.

D. L. Fried (1965) 'Statistics of a Geometric Representation of Wavefront Distortion', *Journal of the Optical Society of America*, 55(11), pp. 1427–1435. doi: 10.1364/JOSA.55.001427.

Dainty, J. C. *et al.* (1975) *Laser Speckle and Related Phenomena*. Edited by J. C. Dainty. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (Topics in Applied Physics). doi: 10.1007/978-3-662-43205-1.

Dawson, J. W. *et al.* (2008) 'Scaling limits of high average power fiber lasers', *Conference Proceedings - Lasers and Electro-Optics Society Annual Meeting-LEOS*, 1, pp. 725–726. doi: 10.1109/LEOS.2008.4688824.

Deprez, M. *et al.* (2016) 'Piston and tilt interferometry for segmented wavefront sensing', *Optics Letters*, 41(6), pp. 1078–1081. doi: 10.1364/OL.41.001078.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Deprez, M. *et al.* (2018) ‘Phase measurement of a segmented wave front using PISton and TILt interferometry (PISTIL)’, *Optics Express*, 26(5), p. 5212. doi: 10.1364/OE.26.005212.

Drémeau, A. *et al.* (2015) ‘Reference-less measurement of the transmission matrix of a highly scattering material using a DMD and phase retrieval techniques’, *Optics Express*, 23(9), p. 11898. doi: 10.1364/OE.23.011898.

Early, J. T., Bibeau, C. and Phipps, C. (2004) ‘Space debris de-orbiting by vaporization impulse using short pulse laser’, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 5448(PART 1). doi: 10.1117/12.548832.

Eugene P. Wigner (1967) ‘Random matrices in phyics’, *JSTOR*, 9(1).

Fang, Q. *et al.* (2017) ‘5 kW near-Diffraction-limited and 8 kW High-Brightness Monolithic Continuous Wave Fiber lasers Directly Pumped by laser Diodes’, *IEEE Photonics Journal*, 9(5). doi: 10.1109/JPHOT.2017.2744803.

Fienup, J. R. (1982) ‘Phase retrieval algorithms: a comparison’, *Applied Optics*, 21(15), pp. 2758–2769. doi: 10.1364/AO.21.002758.

Fienup, J. R. (2013) ‘Phase retrieval algorithms: a personal tour’, *Appl. Opt.*, 52(1), pp. 45–56. doi: 10.1364/AO.52.000045.

Flores, A. *et al.* (2011) ‘Coherent Beam Combining of Fiber Amplifiers in a kW Regime’, *CLEO:2011 - Laser Applications to Photonic Applications*. IEEE, 1, p. CFE3. doi: 10.1364/CLEO_SI.2011.CFE3.

Flores, A. *et al.* (2016) ‘Multi-kilowatt diffractive coherent combining of pseudorandom-modulated fiber amplifiers’, *Optical Engineering*, 55(9), p. 096101. doi: 10.1117/1.OE.55.9.096101.

François, J. (2013) *Mise en phase de lasers à fibre par auto-organisation : nouvelle architecture pour la montée en nombre*. Université de Limoges.

Gao, B. and Xu, Z. (2017) ‘Phaseless Recovery Using the Gauss-Newton Method’, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65(22), pp. 5885–5896. doi: 10.1109/TSP.2017.2742981.

George, N., Jain, A. and Melville, R. D. . (1974) ‘Speckle, Diffusers, and Depolarization*’, *Applied Physics*, 6(5), pp. 65–70.

Gerchberg, R. W. and Saxton, W. O. (1972) ‘A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures’, *Optik*, 35(2), pp. 237–246. doi: 10.1070/QE2009v039n06ABEH013642.

Goodman, J. W. (2000) *Statistical Optics, 1st Edition*.

Goodno, G. D. *et al.* (2007) ‘Brightness-scaling potential of actively phase-locked solid-state laser arrays’, *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, 13(3), pp. 460–471. doi: 10.1109/JSTQE.2007.896618.

Gordon, J. P., Zeiger, H. J. and Townes, C. H. (1955) ‘The Maser - New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer’, *Physical Review*, 99(4). doi: 10.1103/PhysRev.99.1264.

Gower, R. M. and Richtárik, P. (2015) ‘Randomized Iterative Methods for Linear Systems’, 36(4), pp. 1660–1690. doi: 10.1137/15M1025487.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Hora, H. *et al.* (2017) 'Road map to clean energy using laser beam ignition of boron-hydrogen fusion', *Laser and Particle Beams*, 35(4), pp. 730–740. doi: 10.1017/S0263034617000799.

Horn, R. A. and Johnson, C. R. (2012) *Matrix Analysis*. Second Edi. Cambridge University Press. doi: 10.1017/9781139020411.

Huang, Z. *et al.* (2014) 'An active phase locking of multiple fiber channels via square wave dithering algorithm', *Optics Communications*. Elsevier, 321, pp. 198–204. doi: 10.1016/j.optcom.2014.01.076.

Ilic, O., Went, C. M. and Atwater, H. A. (2018) 'Nanophotonic Heterostructures for Efficient Propulsion and Radiative Cooling of Relativistic Light Sails', *Nano Letters*, 18(9), pp. 5583–5589. doi: 10.1021/acs.nanolett.8b02035.

du Jeu, R. *et al.* (2018) 'Polarization-maintaining Yb-doped large-mode-area fully aperiodic large-pitch fibers', *Applied Optics*, 57(29), p. 8582. doi: 10.1364/ao.57.008582.

Jiang, M. *et al.* (2017) 'Coherent beam combining of fiber lasers using a CDMA-based single-frequency dithering technique', *Applied Optics*, 56(15), p. 4255. doi: 10.1364/AO.56.004255.

Jiang, M. *et al.* (2018) 'Efficient coherent beam combining of fiber lasers based on joint multiple access'. IOP Publishing.

Jiao, X. J. *et al.* (2017) 'A tabletop, ultrashort pulse photoneutron source driven by electrons from laser wakefield acceleration', *Matter and Radiation at Extremes*. Elsevier Ltd, 2(6), pp. 296–302. doi: 10.1016/j.mre.2017.10.003.

Jolivet, V. *et al.* (2008) 'Coherent combining of fiber amplifier arrays on a remote surface after propagation through turbulent atmosphere'.

Kabeya, D. *et al.* (2015) 'Active coherent combining of laser beam arrays by means of phase-intensity mapping in an optimization loop', *Optics Express*, 23(24), p. 31059. doi: 10.1364/OE.23.031059.

Kabeya, D. (2016) *Montée en brillance des réseaux de lasers à fibre : nouvelle approche par diagnostic à contraste de phase dans une boucle d'optimisation*. Université de Limoges.

Kabeya, David *et al.* (2017) 'Efficient phase-locking of 37 fiber amplifiers by phase-intensity mapping in an optimization loop', *Optics Express*, 25(12), p. 13816. doi: 10.1364/OE.25.013816.

Kabeya, D. *et al.* (2017) 'Efficient phase-locking of 37 fiber amplifiers by phase-intensity mapping in an optimization loop', *Optics Express*, 25(12). doi: 10.1364/OE.25.013816.

Kasper, J. V. V and Pimentel, G. C. (1965) 'HCl Chemical Laser', *Physical Review Letters*, 14(10), pp. 352–354.

Kolmogorov, A. N. (1962) 'A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number', *Journal of Fluid Mechanics*, 13(1), pp. 82–85. doi: 10.1017/S0022112062000518.

Kolmogorov, A. N. (1991) 'The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers', *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 434(1890), pp. 9–13. doi: 10.1098/rspa.1991.0075.

Kolmogorov, A. N. (2006) 'Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence', *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*,

Licence CC BY-NC-ND 3.0

434(1890), pp. 15–17. doi: 10.1098/rspa.1991.0076.

Kyvalsky, J. (2003) ‘The self-imaging phenomenon and its applications’, *Proceedings of SPIE*, 5036, pp. 129–134. doi: 10.1117/12.498261.

Liu, L. *et al.* (2007) ‘Coherent combining of multiple beams with multi-dithering technique: 100KHz closed-loop compensation demonstration’, *Proceedings of SPIE*, pp. 67080D-67080D–9. doi: 10.1117/12.736368.

Liu, Z. *et al.* (2015) ‘Iterative phase-amplitude retrieval with multiple intensity images at output plane of gyrator transforms’, *Journal of Optics*. IOP Publishing, 17(2), p. 025701. doi: 10.1088/2040-8978/17/2/025701.

Liu, Z. *et al.* (2016) ‘A recovery method of double random phase encoding system with a parallel phase retrieval’, *IEEE Photonics Journal*, 8(1). doi: 10.1109/JPHOT.2016.2527699.

Lord Rayleigh F.R.S (1881) ‘XXV. On copying diffraction-gratings, and on some phenomena connected therewith’, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 11(67), pp. 196–205. doi: 10.1080/14786448108626995.

Lu, Y. M. (2017) ‘Spectral Initialization for Nonconvex Estimation : High-Dimensional Limit and Phase Transitions’, pp. 3015–3019.

Luo, W., Alghamdi, W. and Lu, Y. M. (no date) ‘Optimal Spectral Initialization for Signal Recovery with Applications to Phase Retrieval’, (2), pp. 1–9.

Ma, Y., Zhou, P., *et al.* (2011) ‘Active phase locking of fiber amplifiers using sine–cosine single-frequency dithering technique’, *Applied Optics*, 50(19), p. 3330. doi: 10.1364/AO.50.003330.

Ma, Y., Wang, X., *et al.* (2011) ‘Coherent beam combination of 1.08 kW fiber amplifier array using single frequency dithering technique.’, *Optics letters*, 36(6), pp. 951–953. doi: 10.1364/OL.36.000951.

Ma, Y. *et al.* (2013) ‘Target-in-the-loop coherent beam combination of 100 W level fiber laser array based on an extended target with a scattering surface’, *Optics Letters*, 38(7), pp. 1019–1021. doi: 10.1364/OL.38.001019.

Maiman, T. H. (1960a) ‘Optical and Microwave-optical experiments in Ruby’, *Naturwissenschaften Z. Naturforsch. Phys. Rev. Letters Phys. Rev. Letters Phys. Rev. Letters*, 4(11), pp. 564–566.

Maiman, T. H. (1960b) ‘Stimulated optical radiation in Ruby’, *Nature*, (4736).

Marčenko, V. A. and Pastur, L. A. (1967) ‘Distribution of Eigenvalues for Some Sets of Random Matrices’, *Mathematics of the USSR-Sbornik*, 1(4), pp. 457–483. doi: 10.1070/sm1967v001n04abeh001994.

Marty, S. S. R. (1979) ‘Laser beam propagation in atmospheric turbulence’, in *Proceedings of the Indian Academy of Sciences Section C: Engineering Sciences*, pp. 179–195. Available at: https://link.springer.com/article/10.1007/BF02845031.

McNaught, S. J. *et al.* (2009) ‘100-kW Coherently Combined Nd:YAG MOPA Laser Array’, *Frontiers in Optics 2009/Laser Science XXV/Fall 2009 OSA Optics & Photonics Technical Digest*, p. FThD2. doi: 10.1364/FIO.2009.FThD2.

Mehrabkhani, S., Kuester, M. and Schneider, T. (2017) ‘Almost perfect phase retrieval in the Fresnel domain by a modified Gerchberg-Saxton algorithm’, *Arxiv*. doi:

Licence CC BY-NC-ND 3.0

10.1080/01930820802186399.

Mourou, G. *et al.* (2013) 'The future is fibre accelerators', *Nature Photonics*. Nature Publishing Group, 7(4), pp. 258–261. doi: 10.1038/nphoton.2013.75.

Nabors, C. D. (1994) 'Effects of phase errors on coherent emitter arrays.', *Applied optics*, 33(12), pp. 2284–2289. doi: 10.1364/AO.33.002284.

Netrapalli, P., Jain, P. and Sanghavi, S. (2013) 'Phase Retrieval using Alternating Minimization', *Advances in Neural Information Processing Systems*, (1), pp. 2796–2804. Available at: http://papers.nips.cc/paper/5041-pha.

Osherovich, E. (2011) *Numerical methods for phase retrieval*. Israel Institute of Technology. Available at: http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?&id=72624.

Popoff, S. (2012) *Contrôle spatio-temporel de la lumière en milieux complexes*. Université Paris VII.

Popoff, S. M. *et al.* (2010) 'Measuring the transmission matrix in optics: An approach to the study and control of light propagation in disordered media', *Physical Review Letters*, 104(10), pp. 1–4. doi: 10.1103/PhysRevLett.104.100601.

Pors, B. (2011) *Entangling light in high dimensions*. Leiden University. Available at: https://openaccess.leidenuniv.nl/handle/1887/16437.

Prata, A. and Rusch, W. V. T. (1989) 'Algorithm for computation of Zernike polynomials expansion coefficients', *Applied Optics*, 28(4), pp. 749–754. doi: 10.1364/AO.28.000749.

Prieur, A. J. L. *et al.* (2014) 'Automatic Determination of Wind Profiles with Generalized SCIDAR', *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 116(822), pp. 778–789. doi: 10.1086/423161.

Primmerman, C. A. *et al.* (1991) 'Compensation of atmosheric optical distortion using a synthetic beacon', *Nature*, 354, pp. 56–58. doi: 10.1038/353141a0.

Pulford, B. N. (2007) *LOCSET Phase Locking: Operation, Diagnostics, and Applications*. University of New Mexico.

Pulford, B., Shay, T. and Baker, J. (2010) 'Phase locking an array of fiber amplifiers onto a remote object', *Conference on Lasers and Electro-Optics*, pp. 4–5. doi: 978-1-55752-890-2.

Rajput, S. K. and Nishchal, N. K. (2017) 'Optical double image security using random phase fractional Fourier domain encoding and phase-retrieval algorithm', *Optics Communications*. Elsevier, 388(August), pp. 38–46. doi: 10.1016/j.optcom.2016.11.002.

Redmond, S. M. *et al.* (2011) 'Active Coherent Combination of > 200 Semiconductor Amplifiers using a SPGD Algorithm*', pp. 5–6.

Roberts, L. E. *et al.* (2011) 'High power compatible internally sensed optical phased array', 84(2), pp. 12015–12021. doi: 10.1364/OE.24.013467.

Roberts, L. E. *et al.* (2014) 'Coherent beam combining using a 2D internally sensed optical phased array.', *Applied optics*, 53(22), pp. 4881–5. doi: 10.1364/AO.53.004881.

Rodrigo, J. a *et al.* (2010) 'Multi-stage phase retrieval algorithm based upon the gyrator transform.', *Optics express*, 18(2), pp. 1510–1520. doi: 10.1364/OE.18.001510.

Schawlow, A. L. and Townes, C. H. (1958) 'Infrared and optical masers', *Physical Review*, 112(6), pp. 1940–1949. doi: 10.1103/PhysRev.112.1940.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Shaddock, D. A. (2007) ‘Digitally enhanced heterodyne interferometry.’, *Optics letters*, 32(22), pp. 3355–7. doi: 10.1364/OL.32.003355.

Shechtman, Y. *et al.* (2015) ‘Phase Retrieval with Application to Optical Imaging: A contemporary overview’, *IEEE Signal Processing Magazine*, 32(3), pp. 87–109. doi: 10.1109/MSP.2014.2352673.

Strang, G. (2004) *Linear Algebra and its applications*. Fourth edi.

Tao, R. *et al.* (2011) ‘Target-in-the-loop high-power adaptive phase-locked fiber laser array using single-frequency dithering technique’, *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 105(2), pp. 285–291. doi: 10.1007/s00340-011-4692-z.

Tatarskii, V. I. and Gertsenshtein, M. E. (1963) ‘Propagation of waves in a medium with strong fluctuation of the refractive index’, *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 17(2), pp. 458–463. doi: 10.1364/JOSA.55.001427.

Tikhomirov, V. M. (1991) ‘On the degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous fluid’, in Tikhomirov (ed.) *Selected Works of A. N. Kolmogorov: Volume I: Mathematics and Mechanics*. Springer Netherlands, pp. 319--323. doi: 10.1007/978-94-011-3030-1_46.

Tikhomirov, V. M. (2011) ‘Equations of Turbulent Motion in an Incompressible Fluid’, in *Selected Works of A. N. Kolmogorov*, pp. 328–330. doi: 10.1007/978-94-011-3030-1_48.

Tsuda, Y. *et al.* (2011) ‘Flight status of IKAROS deep space solar sail demonstrator’, *Acta Astronautica*. Elsevier, 69(9–10), pp. 833–840. doi: 10.1016/j.actaastro.2011.06.005.

Verdú, S. (2004) ‘Random Matrix Theory and Wireless Communications’, *Communications*, 1(1), pp. 1–182. doi: 10.1561/0100000001.

Waldspurger, I. (2016) ‘Phase retrieval with random Gaussian sensing vectors by alternating projections’, pp. 1–79. Available at: http://arxiv.org/abs/1609.03088.

Waldspurger, I. (2018) ‘Phase Retrieval with Random Gaussian Sensing Vectors by Alternating Projections’, *IEEE Transactions on Information Theory*, 64(5), pp. 3301–3312. doi: 10.1109/TIT.2018.2800663.

Walther, A. (1963) ‘The Question of Phase Retrieval in Optics’, *Optica Acta: International Journal of Optics*, 10(1), pp. 41–49. doi: 10.1080/713817747.

Wen, Q. *et al.* (2018) ‘Impacts of orbital elements of space-based laser station on small scale space debris removal’, *Optik*. Elsevier GmbH., 154, pp. 83–92. doi: 10.1016/j.ijleo.2017.10.008.

Weyrauch, T. *et al.* (2001) ‘Microscale adaptive optics: wave-front control with a μ-mirror array and a VLSI stochastic gradient descent controller’, *Applied Optics*, 40(24), pp. 4243–4253.

Weyrauch, T. *et al.* (2011) ‘Experimental demonstration of coherent beam combining over a 7 km propagation path’, *Optics Letters*, 36(22), p. 4455. doi: 10.1364/OL.36.004455.

Weyrauch, T. *et al.* (2016) ‘Deep turbulence effects mitigation with coherent combining of 21 laser beams over 7 km’, *Optics Letters*, 41(4), p. 840. doi: 10.1364/OL.41.000840.

Wilson, R. W. (2002) ‘SLODAR : measuring optical turbulence altitude with a Shack – Hartmann wavefront sensor’, *Monthly Notice of the Royal Astronomical Society*, 337(1), pp. 103–108. doi: 10.1046/j.1365-8711.2002.05847.x.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Yu, C. *et al.* (2011) ‘Coherent combining of a 4 kW, eight-element fiber amplifier array.’, *Optics letters*, 36(14), pp. 2686–2688. doi: 10.1364/OL.36.002686.

Zernike, F. (1942) ‘Phase contrast, a new method for the microscopic observation of transparent objects’, *Physica*, 9(10), pp. 974–986. doi: 10.1016/S0031-8914(42)80079-8.

Zhou, P. *et al.* (2010) ‘Bandwidth analysis and improvement of the beam phasing of fiber amplifiers using the stochastic parallel gradient descent algorithm’, *Optics and Laser Technology*. Elsevier, 42(7), pp. 1059–1065. doi: 10.1016/j.optlastec.2010.01.016.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Liste des publications

Revues internationales à comité de lecture

Jérémy Saucourt, Paul Armand, Vincent Kermène, Agnès Desfarges-Berthelemot, and Alain Barthélémy, "Random scattering and alternating projection optimization for active phase control of a laser beam array", IEEE Photonics Journal, vol. 11, issue 4 (2019) [DOI : 10.1109/JPHOT.2019.2926859].

David Kabeya, Vincent Kermène, Marc Fabert, Joel Benoist, Jeremy Saucourt, Agnès Desfarges-Berthelemot, and Alain Barthélémy, "Efficient phase-locking of 37 fiber amplifiers by phase-intensity mapping in an optimization loop," Optics Express, vol. 25, issue 12, pp. 13816-13821 (2017) [DOI : 10.1364/OE.25.013816].

Communication orale dans une conférence internationale à comité de lecture

Jérémy Saucourt, Paul Armand, Vincent Kermène, Agnès Desfarges-Berthelemot, and Alain Barthélémy, "Random scattering and optimization for phase control of a laser beam array", Advanced Photonics Congress, Specialty Optical Fibers (2018) [DOI : 10.1364/SOF.2018.SoW2H.5].

Communication orale dans une conférence nationale à comité de lecture

David Kabeya, Jérémy Saucourt, Vincent Kermène, Agnès Desfarges-Berthelemot, Joël Benoist, et Alain Barthélémy, "Source laser à 37 amplificateurs à fibre (~ 200 W) mis en phase par la méthode PIM", Journées Nationales de l'Optique Guidée (2017).

Brevet

Paul Armand, Jérémy Saucourt, Vincent Kermène, Agnès Desfarges-Berthelemot, Joël Benoist, Alain Barthélémy, Julien Leval, "Procédé et système d'ajustement de profil d'un front d'onde laser". N° et date de dépôt : FR1800066 - 2018-01-18. Classification CIB : H01S 3/10 ; H01S 3/13.

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Annexe A. Quelques notes sur la turbulence atmosphérique

Dans ce manuscrit, j'évoque régulièrement la problématique de la turbulence atmosphérique sur un front d'onde optique. Aussi, dans cette annexe, j'ai tenu à rappeler quelques propriétés et à présenter quelques références bibliographiques pertinentes. Cette annexe s'adresse donc au lecteur ayant lu le 0 de ce manuscrit, et souhaitant plus de détails sur les phénomènes de turbulences atmosphériques subis par un faisceau laser se propageant dans l'atmosphère. Je présente également quelques éléments bibliographiques portant sur des méthodes de mesure de ces turbulences.

Propagation optique en milieu turbulent : modèle de Kolmogorov

Les phénomènes météorologiques font constamment évoluer l'atmosphère terrestre de façon dynamique. L'atmosphère terrestre est un fluide pouvant être étudié à l'aide des équations de Navier-Stokes. Un paramètre donnant une indication sur le régime d'écoulement d'un fluide est son nombre de Reynolds. En régime turbulent, les flux d'air connectant les zones hautes et basses pression atmosphériques deviennent instables et influent sur la vitesse moyenne des masses d'air en créant des tourbillons (Figure A-1). Plus de détails sur l'origine des turbulences peuvent être trouvés dans le cours d'Olivier Cadot (Cadot, 2015).

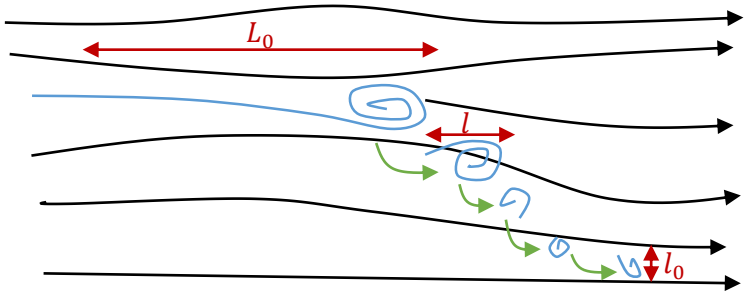


Figure A-1 : En modélisant l'atmosphère comme un écoulement laminaire, l'instabilité de masses d'air de dimension L_0 engendrent des tourbillons jusqu'à la dimension l_0, au-delà de laquelle l'amortissement de l'écoulement est supérieur à l'énergie transportée par le tourbillon (Pors, 2011).

En régime de turbulence faible, l'effet sur un faisceau optique peut être modélisé par de faibles perturbations de la phase du faisceau au cours de la propagation. Ces faibles perturbations sont liées à une variation locale de l'indice de réfraction. Ce modèle, dit de Kolmogorov, est une bonne approximation du phénomène réel tant que la diffraction liée aux fluctuations de phase peut être négligée. L'effet cumulatif de la turbulence atmosphérique sur un faisceau se propageant sur une distance L peut alors être traité comme une perturbation de sa phase dans le plan de sortie. Ces perturbations de phase peuvent faire varier la luminosité de l'image, la faire se déplacer en position par rapport à un cas non-perturbé, la faire se déplacer au cours du temps, etc.

Dans sa modélisation des turbulences atmosphériques (Kolmogorov, 1962, 1991, 2006; Tikhomirov, 1991, 2011), Kolmogorov fait trois hypothèses à propos de l'atmosphère. La première considère l'atmosphère comme étant localement homogène, c'est-à-dire que la différence de vitesse du flux d'air entre deux points dans l'espace dépend de leur séparation. La deuxième est que l'atmosphère est un milieu isotrope, et donc que la différence de vitesse entre deux points de l'atmosphère dépend de leur espacement mais pas de leur orientation. La troisième hypothèse considère l'atmosphère comme étant incompressible. Dans le cadre

Licence CC BY-NC-ND 3.0

de ce modèle, Tatarskii (Tatarskii and Gertsenshtein, 1963) a exprimé les turbulences d'une portion de l'atmosphère en fonction d'un seul paramètre, la longueur de cohérence atmosphérique, encore appelée le paramètre de Fried, généralement noté r_0 (D. L. Fried, 1965).

La longueur de cohérence atmosphérique r_0 est la longueur pour laquelle la distorsion de phase a une erreur quadratique moyenne de 1 rad². Ainsi, on peut considérer que les ondes dont l'étendue géométrique est inférieure au paramètre de Fried traversent l'atmosphère avec une distorsion de phase négligeable. Un télescope de diamètre inférieur à r_0 formerait alors une image de qualité limitée par la diffraction du télescope de demi-largeur angulaire $1,22\lambda/D$ où D est le diamètre du télescope. En revanche, un télescope de diamètre $D > r_0$ offre la même résolution qu'un télescope de diamètre r_0.

Un autre paramètre caractérisant l'impact de la turbulence sur la propagation d'un faisceau optique est la constante de structure de l'indice de réfraction, notée C_n^2 et exprimée en $m^{-2/3}$. L'effet des turbulences peut être vu comme un ensemble de lentilles gazeuses tri-dimensionnelles en mouvement (Marty, 1979). Pour une propagation sur une distance L, à "l'horizontal" dans l'atmosphère, c'est-à-dire parallèle à la surface de la terre, le paramètre de Fried et la constante de structure de l'indice de réfraction sont reliés par la relation suivante ($k = 2\pi/\lambda$) :

$$r_0 = 3{,}02(k^2 L C_n^2)^{-3/5}$$

Les caractéristiques de la turbulence atmosphériques sont fortement dépendantes du site considéré, de la saison, des conditions météorologiques comme la force des vents, de l'heure de la journée, de l'altitude, de l'angle par rapport au zénith, etc. Par exemple, les valeurs du paramètre de Fried peuvent s'étendre de quelques décimètres à quelques millimètres. Les caractéristiques des turbulences doivent donc être mesurées avant chaque utilisation d'optique adaptative ou, dans une problématique plus proche de la mienne, avant chaque utilisation de lasers pour la combinaison cohérente.

Quelques méthodes de mesure des turbulences atmosphériques

Différentes méthodes de mesure de la constante de structure de l'indice de réfraction C_n^2 ou du paramètre de Fried r_0 peuvent être trouvées dans la littérature scientifique. Dans cette section, je donne quelques explications sur les principales méthodes existantes. (Campbell, 2009) présente un bref résumé des méthodes les plus courantes.

DIMM : Differential Image Motion Sensor

La méthode DIMM consiste à mesurer le mouvement différentiel du centroïde de deux images d'une même étoile formées à travers deux ouvertures de séparation connue. La variance du mouvement différentiel des deux images dans la direction parallèle et la direction perpendiculaire est causée par les turbulences atmosphériques, et permet de calculer la valeur du paramètre de Fried en utilisant le modèle de Tatarskii (Brown, Juarez and Brown, 2013). De par son traitement différentiel des mesures, cette méthode est insensible aux vibrations. Cette méthode ne permet pas de mesurer la déformation d'un front d'onde plan à la traversée de l'atmosphère.

Analyseur de front d'onde de Shack-Hartmann

L'analyseur de front d'onde de Shack-Hartmann est constitué d'un réseau de lentilles convergentes de focales identiques. Le faisceau incident est focalisé par chacune des

Licence CC BY-NC-ND 3.0

ouvertures. La pente locale du front d'onde sur chacune des ouvertures fait se déplacer la position des points focaux dans le plan du détecteur, par rapport à leur position centrée dans le cas d'un front d'onde incident plan. L'analyse de la position des points focaux permet de mesurer la pente locale du front d'onde incident, et donc de reconstruire le front d'onde initial sur la base des polynômes de Zernike (Prata and Rusch, 1989). La résolution transverse sur le front d'onde analysé est donc dépendante de la taille des ouvertures de l'analyseur.

SCIDAR : SCIntillations Detection and Ranging

Cette méthode consiste à imager un couple d'étoiles séparées par un angle θ. Dans le cas le plus simple, en considérant la turbulence comme un masque de phase localisé à une altitude h, l'image formée dans le plan de détection est la somme de deux figures de speckle séparées d'une distance $d = \theta h$. La fonction d'autocorrélation moyenne des deux figures de speckle renseigne sur leur distance de séparation d, et permet de calculer l'altitude h de l'aberration localisée. La hauteur du pic d'autocorrélation permet de déterminer la constante de structure de l'indice de réfraction C_n^2 caractéristique de l'intensité de la turbulence. Cette méthode permet également de mesurer la vitesse de la turbulence, en comparant le déplacement de la position des images au cours de leur acquisition. Cette méthode requière pour la mesure des télescopes dont le diamètre est de l'ordre du mètre, ce qui n'en fait pas une méthode portable.

Une généralisation de cette méthode (Avila, Vernin and Sanchez, 2001; Prieur *et al.*, 2014) permet la mesure d'aberrations localisées jusqu'à 2 km du plan des télescopes de mesure et consiste à défocaliser le plan du détecteur par rapport au plan focal des détecteurs. Cette généralisation permet en particulier d'étudier la turbulence au niveau du sol.

SLODAR : SLOpe Detection And Ranging

La méthode SLODAR fonctionne associe le principe de l'analyseur de front d'onde de Shack-Hartmann à la méthode SCIDAR (Wilson, 2002). Un couple d'étoiles séparées par un angle θ sert à générer des fronts d'onde de référence pour l'analyse des turbulences. La séparation entre les deux étoiles est choisie de façon à ce que les images des deux étoiles formées par chaque ouverture de l'analyseur ne se superposent pas. Chaque ouverture doit également être suffisamment grande pour permettre la mesure du déplacement de chaque centroïde et ainsi mesurer la vitesse de déplacement de la turbulence (typiquement 5 à 10 cm).

Conclusion et application au contrôle du front d'onde synthétique formé par un réseau de lasers

Pour verrouiller les phases d'un réseau de lasers, le masque de phase suivant le modèle de Kolmogorov, valide en régime de turbulences faibles, doit être connu pour pouvoir imposer son conjugué aux champs du réseau d'émetteurs avant propagation dans l'atmosphère. On retiendra que les principales méthodes de mesure des turbulences atmosphériques permettent de mesurer les caractéristiques de ces turbulences comme leur paramètre de Fried r_0. Les méthodes n'utilisant pas d'analyseur de front d'onde de Shack-Hartmann ne permettent pas de mesurer le défaut de phase introduit à la traversée de l'atmosphère.

On retiendra également que toutes ces méthodes requièrent un ou plusieurs fronts d'ondes plans pour l'analyse des turbulences. En pratique, les fronts d'onde plans nécessaires sont obtenus à partir d'une ou plusieurs étoiles lointaines, ou encore à partir d'une étoile artificielle (Primmerman *et al.*, 1991). Pour ma problématique de combinaison cohérente sur cible distante à travers un milieu aberrant, une tel front d'onde de référence ne peut pas forcément

Licence CC BY-NC-ND 3.0

être obtenu par ces moyens. On peut peut-être l'obtenir à partir de l'énergie rétrodiffusée par une cible coopérative ou non, suffisamment lointaine ?

Quoiqu'il en soit, dans le cas d'un système de combinaison cohérente, pour pouvoir assimiler les turbulences atmosphériques à des termes de pistons de phase à compenser, il est nécessaire que le diamètre des faisceaux collimatés du réseau soit inférieur au paramètre de Fried de l'atmosphère (Bennaï, 2010).

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Annexe B. Quelques propriétés des matrices utilisées dans ce manuscrit

Je n'ai aucunement l'intention de faire de cette annexe un cours de mathématiques. Toutefois, j'utilise dans ce manuscrit beaucoup de propriétés de l'algèbre linéaire à travers du calcul matriciel. J'ai donc pensé qu'il était nécessaire de rappeler les propriétés utilisées. De plus, j'essaie de donner ici des interprétations que l'on peut faire à propos des propriétés des matrices utilisées. Les références bibliographiques m'ayant servi sont principalement (Strang, 2004; Horn and Johnson, 2012).

Quelques définitions

Soit un vecteur complexe $x \in \mathbb{C}^{n\times 1}$. On définit sa norme euclidienne $\|x\|$ de la façon suivante :

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2}$$

Soient deux vecteurs complexes $x \in \mathbb{C}^{n\times 1}$ et $y \in \mathbb{C}^{n\times 1}$. On définit leur produit scalaire hermitien $\langle x, y\rangle$ de la façon suivante :

$$\langle x, y\rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i^*$$

Soit une matrice carrée complexe $X \in \mathbb{C}^{n\times n}$. On définit sa trace $\mathrm{trace}(X)$ de la façon suivante :

$$\mathrm{trace}(X) = \mathrm{tr}(X) = \sum_{i=1}^{n} |X_{ii}|^2$$

Soit une matrice rectangulaire complexe $X \in \mathbb{C}^{m\times n}$. On définit :

- Sa transposée X^T. C'est la matrice de dimensions $n \times m$ obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de la matrice X.
- Sa transposée conjuguée X^*. C'est la matrice de dimensions $n \times m$ obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de la matrice X, et en prenant le conjugué de chaque coefficient complexe.
- Sa norme de Froebius $\|X\|_F$:

$$\|X\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \left|X_{ij}\right|^2} = \sqrt{\mathrm{tr}(X^* \cdot X)}$$

Ecriture d'un problème d'algèbre linéaire sous forme matricielle

Soit le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = y_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = y_m \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations consiste à trouver les solutions $\{x_1 ; x_2 ; \cdots ; x_n\} \in \mathbb{C}$ qui multipliées aux coefficients $\{a_{11} ; a_{12} ; \cdots ; a_{1n} ; \cdots ; a_{m1} ; a_{m2} ; \cdots ; a_{mn}\} \in \mathbb{C}$, donnent les

Licence CC BY-NC-ND 3.0

scalaires $\{y_1 ; y_2 ; \cdots ; y_m\} \in \mathbb{C}$. En considérant les solutions comme composantes d'un vecteur colonne $x \in \mathbb{C}^{n\times 1}$, les scalaires comme composantes d'un vecteur colonne $y \in \mathbb{C}^{m\times 1}$, et les coefficients sous la forme d'une matrice $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$, le problème précédent peut être écrit sous forme matricielle, et consiste donc à trouver un vecteur $x \in \mathbb{C}^{n\times 1}$ tel que :

$$Ax = y$$

Rappelons que le produit de deux matrices n'est possible que si le nombre de colonnes de la matrice de gauche est égal au nombre de lignes de la matrice de droite. Ainsi, si $\dim A = \{m, n\}$ et $\dim B = \{n, p\}$, alors $\dim(A \cdot B) = \{m, p\}$.

Déterminant et inverse d'une matrice carrée

Le déterminant permet de résumer un phénomène à variables multiples par un nombre unique. Le déterminant existe seulement pour des matrices carrées de dimension $n \times n$ et se calcule à partir de la formule de Leibniz :

$$\det A = \sum_{\sigma\in\zeta_n} \epsilon(\sigma) \prod_{i=1}^{i=n} a_{\sigma(i),i}$$

Dans cette formule, ζ_n désigne l'ensemble des permutations de $\{1; 2; \cdots ; n\}$ et $\epsilon(\sigma)$ la signature de la permutation σ. Une permutation consiste à réarranger un ensemble d'entiers. La signature de la permutation dépend du nombre de réarrangements et vaut 1 pour un nombre pair, et -1 pour un nombre impair de réarrangements. Le calcul du déterminant consiste donc à effectuer tous les $n!$ produits possibles en prenant un élément par ligne et par colonne dans la matrice.

Comme la définition de l'ensemble des permutations n'est pas évidente pour ma part, voici un exemple de calcul pour une matrice carrée de dimension 3×3. On a $\sigma \in \zeta_3$ tel que :

i	1	2	3	4	5	6
σ_i	$\{1 ; 2 ; 3\}$	$\{1 ; 3 ; 2\}$	$\{2 ; 1 ; 3\}$	$\{2 ; 3 ; 1\}$	$\{3 ; 1 ; 2\}$	$\{3 ; 2 ; 1\}$
$\epsilon(\sigma_i)$	$+1$	-1	-1	$+1$	$+1$	-1

Une matrice carrée est inversible si et seulement s'il existe une unique matrice A^{-1} de dimension $n \times n$ telle que $A^{-1}A = I$. Dans ce cas on vérifie également que $AA^{-1} = I$. Dans le cas où le déterminant est non-nul, il est possible de calculer l'inverse A^{-1} de la matrice A à partir de sa matrice adjointe $\mathrm{adj}(A)$:

$$A^{-1} = \frac{\mathrm{adj}(A)}{\det(A)}$$

La matrice adjointe correspond à la transposée de la matrice de cofacteurs C. Les coefficients $C_{i,j}$ de la matrice de cofacteurs sont calculés à partir du déterminant de la matrice obtenue en supprimant la ligne i et la colonne j de la matrice initiale, c'est-à-dire :

$$C_{i,j} = (-1)^{i+j} \det\left(A_{k\in[\![1;m]\!]\setminus\{i\},\ l\in[\![1;n]\!]\setminus\{j\}}\right)$$

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Rang d'une matrice

Le rang d'une matrice est la longueur de la plus grande liste de colonnes linéairement indépendantes de cette matrice. Il peut y avoir plus d'une seule liste de colonnes linéairement indépendantes dont la longueur est égale au rang. Une propriété du rang est $\operatorname{rang} A = \operatorname{rang} A^T$. Il résulte de cette propriété une définition équivalente du rang : c'est la longueur de la plus grande liste de lignes linéairement indépendantes. Le rang d'une matrice ne peut donc pas excéder son nombre de colonnes.

Un système d'équations linéaires du type $Ax = b$, peut n'avoir aucune solution, une seule solution, ou encore un nombre infini de solutions. Le rang de la matrice augmentée $[A\ b]$ donne une indication sur le nombre de solutions du système. En particulier, le système possède au moins une solution si et seulement si $\operatorname{rang}[A\ b] = \operatorname{rang} A$. Cette propriété revient à dire que le vecteur b est une combinaison linéaire des colonnes de la matrice A. Ajouter b aux colonnes de la matrice A n'augmente donc pas son rang.

Non-singularité et indépendance linéaire

Une transformation linéaire caractérisée par une matrice A est dite *non-singulière* si le vecteur de sortie obtenu est nul seulement pour un vecteur d'entrée nul. Autrement, la matrice est dite *singulière*. Une matrice est nécessairement singulière si $m < n$ c'est-à-dire si son nombre de lignes est inférieur à son nombre de colonnes. Plusieurs critères équivalents caractérisent la non-singularité d'une matrice carrée de dimension $n \times n$, par exemple :

- A^{-1} existe.
- $\operatorname{rang} A = n$.
- $\det A \neq 0$.
- Le système d'équations $Ax = b$ possède une solution unique pour tout b.
- L'unique solution du système $Ax = 0$ est $x = 0$.
- 0 n'est pas une valeur propre de la matrice A (voir partie suivante).

Valeurs propres et vecteurs propres

Une matrice $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ peut être vue comme une transformation linéaire de $\mathbb{C}^{n\times n}$ vers $\mathbb{C}^{n\times n}$ c'est-à-dire $A : x \to Ax$, ou bien simplement comme un tableau de nombres complexes. Les informations contenues dans le tableau de nombres peuvent être caractérisées par le concept de valeurs propres et de vecteurs propres. Un scalaire $\lambda \in \mathbb{C}$ est appelé *valeur propre* de la matrice A et est associé à son *vecteur propre* $x \in \mathbb{C}^n$ tel que $x \neq 0$ si $Ax = \lambda x$. Par définition, le vecteur nul n'est pas un vecteur propre. De plus, on appelle spectre de la matrice A l'ensemble de ses valeurs propres $\lambda \in \mathbb{C}^n$. La matrice A est singulière si 0 fait partie de son spectre.

Décomposition en valeurs singulières

N'importe quelle matrice $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ peut être factorisée de la façon suivante :

$$A = U\Sigma V^*$$

Dans cette équation la matrice $U \in \mathbb{C}^{m\times m}$ forme un ensemble de vecteurs de base orthonormés de *sortie*. La matrice $V \in \mathbb{C}^{n\times n}$ forme un ensemble de vecteurs de base

Licence CC BY-NC-ND 3.0

orthonormées d'*entrée*. Ces deux matrices sont unitaires, c'est-à-dire qu'elles vérifient les équations $U^*U = UU^* = I$ et $V^*V = VV^* = I$. Les colonnes de la matrice U correspondent aux vecteurs propres de la matrice AA^*, tandis que les colonnes de la matrice V correspondent aux vecteurs propres de la matrice A^*A. La matrice $\Sigma \in \mathbb{R}^{m\times n}$ est une matrice dont les coefficients σ sont nuls excepté $\sigma_{i,i} \mid i \in [\![1\,;r]\!]$ avec $r = \operatorname{rang} A$. Les coefficients non-nuls vérifient l'inéquation $\sigma_{1,1} \geq \sigma_{2,2} \geq \cdots \geq \sigma_{r,r} \geq 0$ et correspondent aux *valeurs singulières* de la matrice A. Le rang de la matrice A est donc égal au nombre de valeurs singulières non-nulles.

Bien souvent, c'est une décomposition en valeurs singulière dite *réduite* qui est calculée. Cette décomposition permet un stockage de données plus faible, tout en conservant une quantité d'informations identiques. Comme la matrice Σ contient principalement des zéros, seules les n premières colonnes de la matrice U sont calculées, et sa dimension devient $m \times n$. La matrice Σ contenant les valeurs singulière est alors carrée de dimension $n \times n$. La dimension de la matrice V ne change pas et reste $n \times n$.

La décomposition en valeurs singulières intervient dans la résolution d'un système général de la forme $Ax = b$, et permet sa résolution de façon stable et de manière efficace. Par exemple, on souhaite calculer l'inverse A^{-1} de la matrice A sans passer par le calcul de son déterminant. Selon la dimension du système, on peut distinguer 3 cas :

1. Si la matrice A est carrée et invertible, on souhaite obtenir la solution $x = A^{-1}b$.
2. Si la matrice A est sous-déterminée, c'est-à-dire que $m < n$, on souhaite obtenir l'ensemble des solutions possibles.
3. Si la matrice A est sur-déterminée, c'est-à-dire que $m > n$ on souhaite obtenir une solution optimale au sens des moindres carrés. Cette solution χ correspond au minimum global de l'équation $\|A\chi - b\|$.

La décomposition SVD offre une robustesse accrue pour résoudre un système d'équation quasi-singulier, là où d'autres méthodes (comme la décomposition LU ou encore l'élimination par pivot gaussien) ne permettent pas d'obtenir des résultats satisfaisants. Cette décomposition est choisie pour résoudre la plupart des problèmes de moindres carrés linéaires. Par exemple, dans le cadre d'un système d'équation $Ax = b$ sur-déterminé, la solution optimale χ peut être calculé à partir du pseudo-inverse de Moore-Penrose noté $A^\dagger$ de la matrice A, de la façon suivante : $\chi = A^\dagger b$. Le pseudo-inverse $A^\dagger$ de la matrice $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ a la dimension $n \times m$, et peut être calculé à partir de la décomposition SVD :

$$A^\dagger = V\Sigma^\dagger U^*$$

Calcul matriciel numérique, conditionnement, et sensibilité

Une matrice est plus ou moins *sensible* selon les coefficients qui la caractérisent. Prenons par exemple le cas de la résolution du système d'équations $Ax = b$. Si la matrice de transfert est non-singulière, une solution du système est donnée par $x = A^{-1}b$ pour une matrice carrée. En pratique, on connaît ou on mesure les valeurs des coefficients du vecteur b ainsi que ceux de la matrice A. La mesure introduit inévitablement des incertitudes sur les valeurs relevées, de même que leur stockage sur un ordinateur arrondit ces valeurs. Dans tous les cas, les valeurs utilisées pour résoudre le problème $Ax = b$ ne sont pas rigoureusement exactes.

Évaluer la sensibilité d'un problème consiste donc à évaluer dans quelle proportion varie la solution pour d'infimes variations des coefficients de la matrice A ou d'infimes variations des

Licence CC BY-NC-ND 3.0

coefficients du vecteur b. Dans le cas d'une erreur provenant d'une mesure expérimentale par exemple, le vecteur $b + \delta b$ est mesuré et conduit à la résolution de l'équation :

$$A(x + \delta x) = b + \delta b$$

Par soustraction à l'équation du problème idéal $Ax = b$, on obtient :

$$A(\delta x) = \delta b$$

Ainsi, une erreur de mesure δb amène à une erreur $\delta x = A^{-1}\delta b$. Autrement dit, dans le cas d'une matrice singulière, les coefficients de A^{-1} ont une valeur très élevée impactant fortement sur la solution $x + \delta x$ trouvée.

Le conditionnement $\kappa(A)$ d'un système d'équations linéaires peut être calculé à partir des valeurs singulières $\sigma(A)$ de cette matrice, en faisant le rapport entre les valeurs singulières maximales et minimales :

$$\kappa(A) = \frac{\max(\sigma(A))}{\min(\sigma(A))}$$

Plus le conditionnement est grand, plus la matrice est singulière et plus la sensibilité de la résolution d'un système d'équations du type $Ax = b$ est critique. En particulier, le conditionnement de la matrice permet d'exprimer l'erreur relative maximale sur la solution en fonction de l'erreur relative sur la mesure :

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \kappa(A)\frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$

Prenons le cas suivant en guise d'exemple :

$$A = \begin{bmatrix} 4{,}1 & 2{,}8 \\ 9{,}7 & 6{,}6 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{bmatrix} -66 & 28 \\ 97 & -41 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 4{,}1 \\ 9{,}7 \end{pmatrix}$$

Pour un vecteur de mesure $b = (4{,}1 \quad 9{,}7)^T$, la solution du système $Ax = b$ est dans ce cas triviale et vaut $x = (1 \quad 0)^T$. Si le vecteur b est perturbé de la quantité $\delta b = (0{,}01 \quad 0)^T$ tel que $b' = b + \delta b = (4{,}11 \quad 9{,}7)^T$, la solution est fortement modifiée et devient $x' = (0{,}34 \quad 0{,}97)^T$.

En effet, la sensibilité de la solution x à un changement de vecteur b est proportionnelle au conditionnement de la matrice A dont la valeur est ici : $\kappa(A) = \|A\| \times \|A^{-1}\| = 12{,}7397 \times 127{,}3970 = 1623{,}0000$. L'inégalité précédente renseigne sur la valeur maximale de l'erreur relative sur la solution x, évaluée ici à :

$$\kappa(A)\frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \approx 1623 \times \frac{0{,}01}{10{,}53} \approx 1{,}541$$

Licence CC BY-NC-ND 3.0

Nouveau procédé dynamique d'analyse et de contrôle du front d'onde synthétique de réseaux de lasers

Des projets futuristes tels que la production d'énergie par fusion nucléaire, ou encore la navigation interstellaire par voiles solaires, requièrent l'utilisation d'une source de lumière de luminance extrême. Dans l'objectif d'augmenter la luminance de sources lasers, mes travaux de thèse ont porté sur la combinaison cohérente de réseaux de lasers. Ils ont conduit au développement d'un nouveau procédé de contrôle compact du front d'onde de synthèse formé par le réseau de faisceaux lasers. Ce procédé permet de sculpter à façon la figure intensimétrique du champ lointain et donc de contrôler la distribution angulaire d'énergie émise par le réseau de faisceaux lasers. Le procédé développé utilise un module convertisseur phase/amplitude intégrant un élément diffuseur. Une méthode de mesure de la matrice de transfert d'un système optique a été développée pour caractériser ce module convertisseur de champ. A tout instant, le front d'onde de synthèse est estimé par une boucle numérique de recouvrement de phase basée sur un algorithme à projections alternées. Ce calcul approché permet d'ajuster progressivement les relations de phases du réseau de faisceaux lasers jusqu'au jeu de phases arbitraire souhaité. Le procédé permet le contrôle d'un front d'onde de synthèse en moins de 10 corrections de phases, quasi-indépendamment du nombre de faisceaux lasers à contrôler. Il est robuste aux défauts environnementaux et indépendant du jeu de phases initiales. J'ai démontré la compacité du système étudié en analysant et contrôlant une pupille de synthèse de 4 cm de côté, constituée de 16 faisceaux, à l'aide d'un module d'analyse mesurant seulement 30 cm. J'ai également montré expérimentalement le contrôle des phases de réseaux de 16 à 100 faisceaux lasers avec des erreurs résiduelles valant respectivement λ/30 et λ/20 rms. Les capacités de cette méthode peuvent être étendues au contrôle des ordres de Zernike supérieurs du front d'onde de synthèse, ou bien plus généralement pour mesurer directement le front d'onde d'un rayonnement cohérent.

Mots-clés : Laser, Combinaison cohérente, Diffusion, Optimisation.

New dynamical process for analysis and phase control of the synthetic wavefront of a laser beam array

Futuristic projects such as nuclear fusion power generation, or interstellar navigation by solar sails, require the use of a light source of extreme brightness. In order to increase the brightness of laser sources, my thesis work focused on the coherent beam combination of laser arrays. They led to the development of a new compact control process for the synthetic wavefront formed by the laser beam array. This process makes it possible to tailor the intensity pattern of the far field and thus control the angular distribution of energy emitted by the laser beam array. The process developed uses a phase/amplitude converter module with an integrated diffuser element. A method of measuring the transfer matrix of an optical system has been developed to characterize this field converter module. At any time, the synthetic wavefront is estimated by a phase recovery loop based on an alternating projections algorithm. This approximate calculation makes it possible to gradually adjust the phase relationships of the laser beam array to the desired arbitrary phase set. The process allows the control of a synthetic wavefront in less than 10 phase corrections, almost independently of the number of laser beams to be controlled. It is resistant to environmental defects and independent of the initial phase set. I demonstrated the compactness of the system studied by analyzing and controlling a 4 cm large synthetic pupil, composed of 16 beams, using an analysis module measuring only 30 cm. I also experimentally showed the control of the network phases of 16 to 100 laser beams with residual errors of λ/30 and λ/20 rms respectively. The capabilities of this method can be extended to control the higher Zernike orders of the synthetic wavefront, or more generally to directly measure the wavefront of coherent radiation.

Keywords : Laser, Coherent beam combining, Scattering, Optimization.